

回路網理論における非相反な素子について

金 野 靖 英*

Nonreciprocal Element in Circuit Theory

YASUhide KONNO

要 旨

回路網理論は戦前戦後を通じて、めざましい発展をとげた。分布定数回路網理論、パルス回路や広帯域回路の回路網理論、多端子の合成論、非線形回路網理論、非相反回路網理論等である。本稿ではそのうちの非相反回路に着目し、まずその基本素子である理想ジャイレータを用いた典型回路について述べた。次に、TYPE-C 区間と TYPE-D 区間とを理想ジャイレータを用いてそれぞれ二つに分離して作った、TYPE-A 区間と TYPE-E 区間について述べた。この TYPE-A 区間と TYPE-E 区間の使用によって、回路網合成はより容易になった。

Synopsis

At present, circuit theory has reached its most improved state. It includes the problems of distributed constant networks, pulse circuits, wide band circuits, multi-terminal networks, nonlinear circuits, nonreciprocal networks, etc. In this paper the problem of nonreciprocal networks is handled and the analysis of the typical circuit with the ideal gyrator, which is the fundamental element in the networks, is tried. After that, TYPE-C section and TYPE-D section are separated into two sections respectively. Each of them is called TYPE-A section and TYPE-E section. Making use of these two sections (TYPE-A and TYPE-E), the synthesis of networks has been done much easier.

1. は し が き

非相反回路とは相反定理の成立しない回路のことである。過去、回路網理論で主として取扱われてきた回路では次のようなものがあげられる。

- (1) 線形，すなわち重ね合せの理が成立する回路。
- (2) 受動的，すなわちエネルギー源をふくまない回路。
- (3) 相反，すなわち相反定理の成立する回路。

ここで(1)のみを否定すると非線形回路。(2)のみを否定すると能動回路。(3)のみを否定すると非相反回路となる。この非相反回路は必ずしも新しいものではなく、以前からある程度知られていたが、回路網理論の立場からもまた応用の立場からも興味をひくようになったのはここ10年来のことである。本稿では、その基本素子である理想ジャイレータとはいかなるものであ

るかを紹介し、次にそれを用いた典型回路について述べ、新しい素子としての可能性をさぐることにする。さらに、この理想ジャイレータを用いて TYPE-C 区間と TYPE-D 区間をそれぞれ二つに分離し、それによって作られた TYPE-A 区間と TYPE-E 区間について述べることにする。

2. 理想ジャイレータ

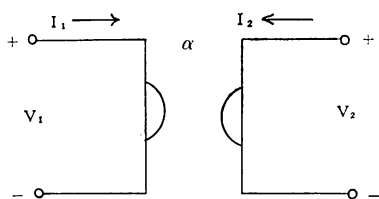
相反回路と非相反回路について考えると、その両者の結合した合成回路もまた非相反である。だから逆に非相反回路から相反的な部分回路を取り除いていけば、最後にはいかんともしがたい非相反的な因子が残るであろう。これは今までになかった新しい素子となるに違いない。1948年フィリップス研究所の Tellegen⁽¹⁾ は理想ジャイレータと名づける新しい四端子を採用した。非相反回路網理論の発展の基礎は、実に Tellegen のジャイレータの概念によって樹立されたのである。Tellegen によれば、ジャイレータは次

* 助手，電気工学科

のようなインピーダンス行列をもつ四端子として定義される。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

α は実数であり第 1. 1 図のような符号が使用される。



第 1. 1 図 ジャイレータの符号

L , C 及び R が二端子であるのに対して, 理想ジャイレータは理想変成器と同じく四端子である。これのインピーダンス行列, アドミッタンス行列, 縦続行列を示すと下表のようである。また比較のため理想変成器のそれも示すことにする。

相反定理の成立する今までの集中定数回路網は L , C , R と理想変成器の四つの基本素子の組み合わせで必ず実現可能であった。ここに Tellegen の導入した理想ジャイレータを加えると, 非相反回路を含んだ回路網が実現でき回路網理論がより一般化されたことになる。理想ジャイレータの電流・電圧を第 1. 1 図のように定め全電力を計算すると

$$P = \text{Re} (V_1 \bar{I}_1 + V_2 \bar{I}_2)$$

(1.1) の関係より

$$P = \text{Re} \{ V_1 \bar{I}_1 + \alpha I_1 \cdot (-\bar{V}_1 / \alpha) \}$$

$$= \text{Re} (V_1 \bar{I}_1 - I_1 \bar{V}_1)$$

$$= 0$$

したがって理想ジャイレータは理想変成器と同じようにエネルギーの消費や保存を行なわない。しかし電氣的エネルギー (W_E) を磁氣的エネルギー (W_H) に, また磁氣的エネルギーを電氣的エネルギーに変換する作用がある。今, 損失のない四端子を考えると, エネルギーと電流, 電圧, インピーダンスの関係は行列を用いて

$$I_m V^T \bar{I} = 2\omega (W_H - W_E) \quad (1.2)$$

$$(\bar{I})^T \cdot \left(\frac{dz}{d\omega} \right) \cdot I = 2j (W_E + W_H) \quad (1.3)$$

とあらわされる。いうまでもなく (T) は転置行列である。(1.1) を (1.2) (1.3) に代入して

$$W_H + W_E = 0$$

$$W_H - W_E = \frac{\alpha I_m I_1 \bar{I}_2}{\omega}$$

したがって, W_E , W_H を求めると次のようになる。

$$\begin{cases} W_E = \frac{-\alpha I_m I_1 \bar{I}_2}{2\omega} \\ W_H = \frac{\alpha I_m I_1 \bar{I}_2}{2\omega} \end{cases} \quad (1.4)$$

上式から理想ジャイレータではエネルギーの保存や消費は行なわれない, つまり電氣的エネルギー (W_E) と磁氣的エネルギー (W_H) の変換が行なわれていることがあきらかである。このため理想ジャイレータの出力端に接続したキャパシタンスは, 入力側からみるとインダクタンスにみえる。また出力端のインダクタンスは, 入力側ではキャパシタンスにみえる。

3. 理想ジャイレータを用いた典型回路

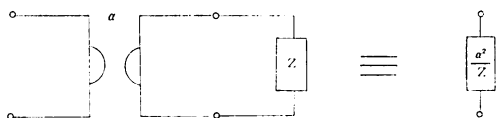
理想ジャイレータを用いると種々の興味ある回路が

	インピーダンス行列	アドミッタンス行列	縦 続 行 列
理 想 変 成 器	$\begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix}$
理 想 ジャイレータ	$\begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\alpha} \\ -\frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix}$

形成できる。次にその典型的な回路をとりあげてその原理や解析を述べることにする。

3. 1 インピーダンス反転回路

前にも述べたように理想ジャイレータは電流を電圧に、電圧を電流に変換するから、第3・1図のように出力側にインピーダンス Z を接続したときの入力インピーダンスは α^2 / Z となる。

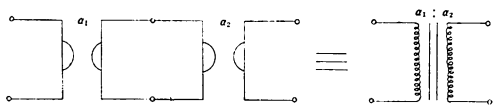


第3. 1図 インピーダンス反転回路

この性質のために、出力側に C を接続すれば入力側からは L に見え、逆に出力側に L を接続すれば入力側からは C に見える。現在のように L の小型化が必要となっている時には、この回路を用いて、 C によって L を表現する研究がなされている。

3. 2 理想変成器回路

第3. 2図のように理想ジャイレータを二段連続接



第3. 2図 理想変成器回路

続すると、その連続行列は

$$\begin{bmatrix} 0 & \alpha_1 \\ \frac{1}{\alpha_1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \alpha_2 \\ \frac{1}{\alpha_2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} & 0 \\ 0 & \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^{-1} \end{bmatrix} \quad (3. 1)$$

となって、 $\alpha_1 : \alpha_2$ の理想変成器と等しくなる。

また、 $\alpha_1 = \alpha_2$ ならば連続行列は

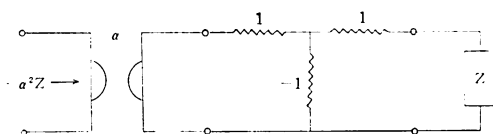
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

となってなにも接続しないと同一ことになる。したがって回路網の中に特性の等しい理想ジャイレータがあって、それを連続接続の形に移動できるならば、消去してしまいうことができる。また(3. 1)によりあ

きらかであるが理想ジャイレータは2段連続すると相反回路となる。

3. 3 負性インピーダンス回路

第3. 3図のように、負性抵抗をもちいた T 型回路



第3. 3図 負性インピーダンス回路

の後にインピーダンス Z を接続すると理想ジャイレータの出力側のインピーダンス Z_0 は

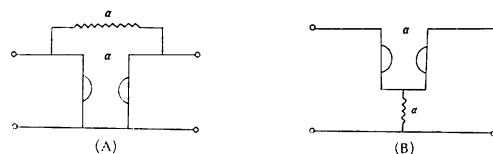
$$\begin{aligned} Z_0 &= 1 + \frac{1}{\frac{1}{-1} + \frac{1}{Z+1}} \\ &= 1 + \frac{1}{\frac{-Z}{Z+1}} = -\frac{1}{Z} \end{aligned}$$

したがって、3. 1より入力インピーダンスは反転するので

$$Z_{in} = -\alpha^2 Z$$

となり負性インピーダンスが得られる。 $\alpha = 1$ ならば $Z_{in} = -Z$ となる。

3. 4 一方向伝送回路



第3. 4図 一方向伝送回路

第3. 4図 (A) は理想ジャイレータと直列抵抗のみの四端子とを並列にしたものである。この回路のアドミッタンス行列を求めると

$$\begin{aligned} Y_A &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} & -\frac{1}{\alpha} \\ -\frac{1}{\alpha} & \frac{1}{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\alpha} \\ -\frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} & 0 \\ -\frac{2}{\alpha} & \frac{1}{\alpha} \end{bmatrix} \quad (3. 2) \end{aligned}$$

となる。したがってインピーダンス行列は

$$Z_A = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 2\alpha & \alpha \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

となる。

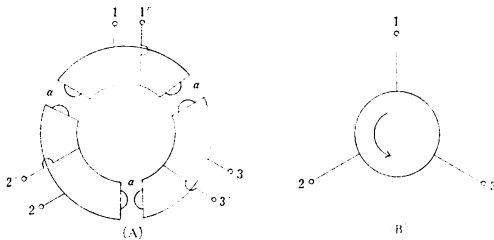
また、第3.4図(B)は理想ジャイレータと並列抵抗のみの四端子とを直列接続したもののなので、そのインピーダンス行列は(A)と同様に

$$Z_B = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 2\alpha & \alpha \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

となる。

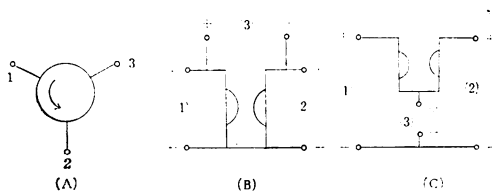
(3.3) (3.4) のインピーダンス行列において $Z_{12} = 0$, $Z_{21} \neq 0$ であるから左から右へは信号が伝達されるが、逆には伝達されない回路となる。この回路は反射のある場合に電源側あるいは負荷の側にいれると、それを防ぐことができる。一般に Isolator とよばれるものがこれである。

3.5 Circulator

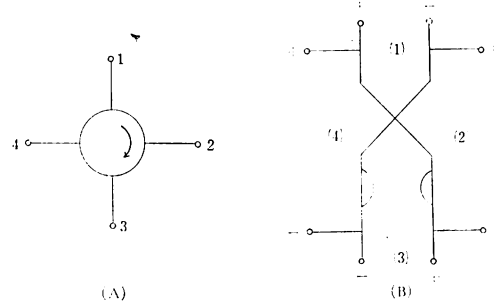


第3.5図 サーキュレータ回路とその表示回路

第3.5図(A)のように3個の理想ジャイレータを接続し、各終端インピーダンスを α とすれば、3.4の関係より $1-1'$ からは $2-2'$ だけへ、 $2-2'$ からは $3-3'$ だけへ、 $3-3'$ からは $1-1'$ だけへ信号が伝送される回路が得られる。したがってこの回路はハイブリッド回路として十分もちいられる。その他典型的な Circulator 回路には次のようなものがある。



第3.6図 三端子対 Circulator



第3.7図 四端子対 Circulator

また、 n 端子対 Circulator の構成のための理想ジャイレータの最小数は H. J. Carlin⁽²⁾ によって報告されている。

n が奇数の時は

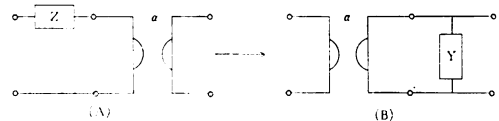
$$\frac{1}{2} (n-1) \text{ 個}$$

n が偶数の時は

$$\frac{1}{2} (n-2) \text{ 個}$$

(3.5)

3.6 四端子における理想ジャイレータの変換



第3.8図 理想ジャイレータの変換

3.2のように理想ジャイレータを2個連続の形に回路網の中で入れ換えることができるならば、回路から理想ジャイレータを消去することができる。そこで第3.8図のように(A)を(B)に変換することを考える。

(A) の縦続行列は

$$\begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \alpha^{-1} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z\alpha^{-1} & \alpha \\ \alpha^{-1} & 0 \end{bmatrix}$$

となる。また(B)の縦続行列は

$$\begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \alpha^{-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha Y & \alpha \\ \alpha^{-1} & 0 \end{bmatrix}$$

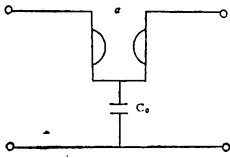
となり(A), (B)が等しいものと考えたと

$$\alpha Y = Z\alpha^{-1}$$

より、 $Y = Z\alpha^{-2}$ の関係が得られ変換が行なわれる。

4. 理想ジャイレータをもちいた相反回路網合成への応用

4. 1 TYPE—A 区間



第 4. 1 図

TYPE—A区間

第 4.1 図のように理想ジャイレータと C のみを並列にいたした四端子とを直列接続した回路を考え、TYPE—A 区間とする。この区間のインピーダンス行列は

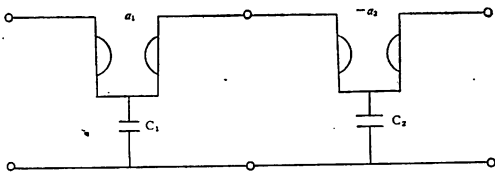
$$Z_0 = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda C_0} & \frac{1}{\lambda C_0} \\ \frac{1}{\lambda C_0} & \frac{1}{\lambda C_0} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda C_0} & -\alpha + \frac{1}{\lambda C_0} \\ \alpha + \frac{1}{\lambda C_0} & \frac{1}{\lambda C_0} \end{bmatrix} \quad (4. 1)$$

となる。 $Z_{12} = 0$ から $\lambda = \frac{1}{\alpha C_0}$, $Z_{21} = 0$ から $\lambda = -\frac{1}{\alpha C_0}$ のように、実軸上に極をもつ函数をとり出すことができる。 (4. 1) を縦続行列に変換すると

$$S_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{1 + \lambda \alpha C_0} & \frac{\lambda \alpha^2 C_0}{1 + \lambda \alpha C_0} \\ \frac{\lambda C_0}{1 + \lambda \alpha C_0} & \frac{1}{1 + \lambda \alpha C_0} \end{bmatrix} \quad (4. 2)$$

となる。ここで 4. 2 図のようにこの TYPE—A 区間を縦続すると



第 4. 2 図 TYPE—A の縦続

その縦続行列は

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{1 + \lambda \alpha_1 C_1} & \frac{\lambda \alpha_1^2 C_1}{1 + \lambda \alpha_1 C_1} \\ \frac{\lambda C_1}{1 + \lambda \alpha_1 C_1} & \frac{1}{1 + \lambda \alpha_1 C_1} \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} \frac{1}{1 - \lambda \alpha_2 C_2} & \frac{\lambda \alpha_2^2 C_2}{1 - \lambda \alpha_2 C_2} \\ \frac{\lambda C_2}{1 - \lambda \alpha_2 C_2} & \frac{1}{1 - \lambda \alpha_2 C_2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1 + \lambda_2 \alpha_1^2 C_1 C_2}{X} & \frac{\lambda (\alpha_1^2 C_1 + \alpha_2^2 C_2)}{X} \\ \frac{\lambda (C_1 + C_2)}{X} & \frac{1 + \lambda^2 \alpha_2^2 C_1 C_2}{X} \end{bmatrix} \quad (4. 3)$$

$$\therefore X = (1 + \lambda \alpha_1 C_1) (1 - \lambda \alpha_2 C_2)$$

となる。さらにこれをインピーダンス行列に変換すると

$$Z = \begin{bmatrix} \frac{1 + \lambda^2 \alpha_1^2 C_1 C_2}{\lambda (C_1 + C_2)} & \frac{1 + \lambda (\alpha_2 C_2 - \alpha_1 C_1) - \lambda^2 \alpha_1 \alpha_2 C_1 C_2}{\lambda (C_1 + C_2)} \\ \frac{1 + \lambda (\alpha_2 C_2 - \alpha_1 C_1) - \lambda^2 \alpha_1 \alpha_2 C_1 C_2}{\lambda (C_1 + C_2)} & \frac{1 + \lambda^2 \alpha_2^2 C_1 C_2}{\lambda (C_1 + C_2)} \end{bmatrix} \quad (4. 4)$$

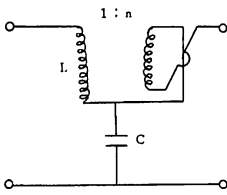
となる。 (4. 4) において

$$\alpha_1 C_1 = \alpha_2 C_2 = P \quad (4. 5)$$

なる関係があるとする、 $Z_{12} = Z_{21}$ となり、第 4. 2 図の回路は相反回路となる。そしてその縦続行列は

$$Z = \begin{bmatrix} \lambda \cdot \frac{\alpha_1^2 C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{1}{\lambda (C_1 + C_2)} & -\lambda \cdot \frac{\alpha_1 \alpha_2 C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{1}{\lambda (C_1 + C_2)} \\ -\lambda \cdot \frac{\alpha_1 \alpha_2 C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{1}{\lambda (C_1 + C_2)} & \lambda \cdot \frac{\alpha_2^2 C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{1}{\lambda (C_1 + C_2)} \end{bmatrix} \quad (4. 6)$$

となる。したがって (4.6) は第4.3図のような TYPE—C 区間と等しくなる。



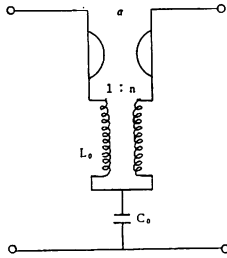
第4.3図 TYPE—C

$$L = \frac{\alpha_1^2 C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$n = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

$$C = C_1 + C_2$$

4.2 TYPE—E区間



第4.4図 TYPE—E 区間

第4.4図のように理想ジャイレータと密結合線輪とCとを直列接続した四端子網を考え、これを TYPE—E 区間とする。このインピーダンス行列は

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ -\alpha & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\lambda L_0 & \lambda n L_0 \\ -\lambda n L_0 & \lambda n^2 L_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda C_0} & \frac{1}{\lambda C_0} \\ \frac{1}{\lambda C_0} & \frac{1}{\lambda C_0} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda C_0} + \lambda L_0 & \frac{1}{\lambda C_0} + \lambda n L_0 - \alpha \\ \frac{1}{\lambda C_0} + \lambda n L_0 + \alpha & \frac{1}{\lambda C_0} + \lambda n^2 L_0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

となる。 $Z_{12} = 0$ より $\frac{1}{\lambda C_0} + \lambda n L_0 - \alpha = 0$ 。 $Z_{21} = 0$ より $\frac{1}{\lambda C_0} + \lambda n L_0 + \alpha = 0$ のように、複素平面

上の減衰極を取り出すことができる。今、伝送が行なわれない λ を $\lambda_0 = \sigma_0 + j\omega_0$ とし、この時の $Z(\lambda_0)$ を

$$Z(\lambda_0) = \lambda_0 L_0 + \frac{1}{\lambda_0 C_0} = R_0 + jX_0 \quad (4.9)$$

とすると

$$R_0 = \sigma_0 L_0 + \frac{\sigma_0}{\lambda_0 \bar{\lambda}_0 C_0}$$

$$X_0 = \omega_0 L_0 + \frac{-\omega_0}{\lambda_0 \bar{\lambda}_0 C_0}$$

(4.10)

$$\alpha = \sigma_0 n L_0 + \frac{\sigma_0}{\lambda_0 \bar{\lambda}_0 C_0}$$

$$\omega_0 n L_0 - \frac{\omega_0}{\lambda_0 \bar{\lambda}_0 C_0} = 0$$

となり

$$L_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{\sigma_0} + \frac{X_0}{\omega_0} \right)$$

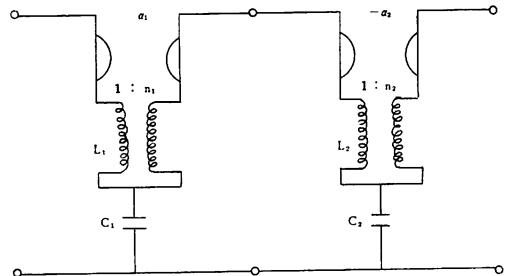
$$\frac{1}{C_0} = \frac{|\lambda_0|^2}{2} \left(\frac{R_0}{\sigma_0} - \frac{X_0}{\omega_0} \right)$$

$$n = \frac{1}{|\lambda_0|^2 L_0 C_0} = \frac{\frac{R_0}{\sigma_0} - \frac{X_0}{\omega_0}}{\frac{R_0}{\sigma_0} + \frac{X_0}{\omega_0}} \quad (4.11)$$

$$\alpha = 2n L_0 \sigma_0 = \sigma_0 \left(\frac{R_0}{\sigma_0} - \frac{X_0}{\omega_0} \right)$$

が得られる。

$Z(\lambda)$ が与えられると、 $\operatorname{Re} Z(\lambda) = 0$ より $\lambda_0 (= \sigma_0 + j\omega_0)$ が求められ、(4.9) より R_0 、 X_0 が求められるから、回路素子は (4.11) より決定できる。



第4.5図 TYPE—E 区間の縦続

第4. 5図のようにTYPE—E区間を縦続すると、その縦続行列は

$$\begin{aligned}
 S &= \begin{bmatrix} \frac{1 + \lambda^2 C_1 L_1}{1 + \lambda C_1 \alpha_1 + \lambda^2 n_1 C_1 L_1} & \frac{\lambda \{L_1 (n_1 - 1)^2 + C_1 \alpha_1^2\}}{1 + \lambda C_1 \alpha_1 + \lambda^2 n_1 C_1 L_1} \\ \frac{\lambda C_1}{1 + \lambda C_1 \alpha_1 + \lambda^2 n_1 C_1 L_1} & \frac{1 + \lambda^2 n_1^2 C_1 L_1}{1 + \lambda C_1 \alpha_1 + \lambda^2 n_1 C_1 L_1} \end{bmatrix} \\
 &\times \begin{bmatrix} \frac{1 + \lambda^2 C_2 L_2}{1 + \lambda C_2 \alpha_2 + \lambda^2 n_2 C_2 L_2} & \frac{\lambda \{L_2 (n_2 - 1)^2 + C_2 \alpha_2^2\}}{1 + \lambda C_2 \alpha_2 + \lambda^2 n_2 C_2 L_2} \\ \frac{\lambda C_2}{1 + \lambda C_2 \alpha_2 + \lambda^2 n_2 C_2 L_2} & \frac{1 + \lambda^2 n_2^2 C_2 L_2}{1 + \lambda C_2 \alpha_2 + \lambda^2 n_2 C_2 L_2} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (4. 9)
 \end{aligned}$$

$$A = \frac{1 + \lambda^2 \{L_1 C_2 (n_1 - 1)^2 + C_1 C_2 \alpha_1^2 + C_1 L_1 + C_2 L_2\} + \lambda^4 C_1 C_2 L_1 L_2}{X}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{\lambda \{L_2 (n_2 - 1)^2 + C_2 \alpha_2^2 + L_1 (n_1 - 1)^2 + C_1 \alpha_1^2\}}{X} \\
 &+ \frac{\lambda^3 \{C_1 L_1 L_2 (n_2 - 1)^2 + C_1 C_2 L_2 \alpha_2^2 + n_2^2 C_1 L_1 L_2 (n_1 - 1)^2 + n_2^2 C_1 C_2 L_2 \alpha_1^2\}}{X}
 \end{aligned}$$

$$C = \frac{\lambda (C_1 + C_2) + \lambda^3 C_1 C_2 (L_2 + n_1^2 L_1)}{X}$$

$$D = \frac{1 + \lambda^2 \{(n_2 - 1)^2 C_1 L_2 + C_1 C_2 \alpha_2^2 + n_1^2 C_1 L_1 + n_2^2 C_2 L_2\} + \lambda^4 n_1^2 n_2^2 C_1 C_2 L_1 L_2}{X}$$

$$\therefore X = (1 + \lambda C_1 \alpha_1 + \lambda^2 n_1 C_1 L_1) (1 - \lambda C_2 \alpha_2 + \lambda^2 n_2 C_2 L_2)$$

となる。これをさらにインピーダンス行列に変換すると

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \quad (4. 10)$$

$$Z_{11} = \frac{1}{Y} \begin{bmatrix} 1 + \lambda^2 \{L_1 C_2 (n_1 - 1)^2 + C_1 C_2 \alpha_1^2 + C_1 L_1 + C_2 L_2\} + \lambda^4 C_1 C_2 L_1 L_2 \end{bmatrix}$$

$$Z_{12} = \frac{1}{Y} \left[1 + \lambda (C_2 \alpha_2 - C_1 \alpha_1) + \lambda^2 (n_1 C_1 L_1 + n_2 C_2 L_2 - C_1 C_2 \alpha_1 \alpha_2) \right. \\ \left. + \lambda^3 (n_1 C_1 C_2 L_1 \alpha_2 - n_2 C_1 C_2 L_2 \alpha_1) + \lambda^4 n_1 n_2 C_1 C_2 L_1 L_2 \right]$$

$$Z_{21} = \frac{1}{Y} \left[1 + \lambda (C_1 \alpha_1 - C_2 \alpha_2) + \lambda^2 (n_1 C_1 L_1 + n_2 C_2 L_2 - C_1 C_2 L_1 L_2) \right. \\ \left. + \lambda^3 (n_2 C_1 C_2 L_2 \alpha_1 - n_1 C_1 C_2 L_1 \alpha_2) + \lambda^4 n_1 n_2 C_1 C_2 L_1 L_2 \right]$$

$$Z_{22} = \frac{1}{Y} \left[1 + \lambda^2 \{ (n_2 - 1)^2 C_1 L_2 + C_1 C_2 \alpha_2^2 + n_1^2 C_1 L_1 + n_2^2 C_2 L_2 \} + \lambda^4 n_1^2 n_2^2 C_1 C_2 L_1 L_2 \right]$$

$$\therefore Y = \lambda (C_1 + C_2) + \lambda^3 C_1 C_2 (L_2 + n_1^2 L_1)$$

となる。上式において

$$\left. \begin{aligned} C_1 \alpha_1 &= C_2 \alpha_2 \\ n_1 C_1 L_1 &= n_2 C_2 L_2 \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

なる関係があれば、 $Z_{12} = Z_{21}$ となり、第 4. 5 図の回路は相反回路となる。そしてその縦続行列は

$$Z_{11} = \frac{1}{\lambda (C_1 + C_2)} + \lambda \frac{L_1 L_2}{L_2 + n_1^2 L_1} + \frac{\lambda P}{O \lambda^2 + 1}$$

$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{1}{\lambda (C_1 + C_2)} + \lambda \frac{n_1 n_2 L_1 L_2}{L_2 + n_1^2 L_1} + \frac{-Q}{O \lambda^2 + 1}$$

$$Z_{22} = \frac{1}{\lambda (C_1 + C_2)} + \lambda \frac{n_1^2 n_2^2 L_1 L_2}{L_2 + n_1^2 L_1} + \frac{\frac{Q^2}{P}}{O \lambda^2 + 1}$$

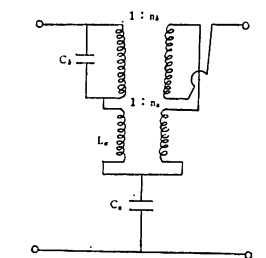
$$\therefore \left[\begin{aligned} O &= \frac{C_1 C_2 (L_2 + n_1^2 L_1)}{C_1 + C_2} \\ P &= \frac{1}{(C_1 + C_2)^2 (L_2 + n_1^2 L_1)} \left[(C_1 + C_2) (L_2 + n_1^2 L_1)^2 \{ (n_1 - 1)^2 L_1 C_2 \right. \\ &\quad \left. + C_1 C_2 \alpha_1^2 + C_1 L_1 + C_2 L_2 \} - (C_1 + C_2)^2 L_1 L_2 - (L_2 + n_1^2 L_1)^2 C_1 C_2 \right] \end{aligned} \right]$$

$$Q = \frac{1}{(C_1 + C_2)^2 (L_2 + n_1^2 L_1)} \left[(C_1 + C_2)^2 n_1 n_2 L_1 L_2 + (L_2 + n_1^2 L_1)^2 C_1 C_2 - (C_1 + C_2) (L_2 + n_1^2 L_1^2) (n_1 C_1 L_1 + n_2 C_2 L_2 - C_1 C_2 \alpha_1 \alpha_2) \right]$$

したがって

$$Z = \frac{1}{\lambda (C_1 + C_2)} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \lambda \frac{L_1 L_2}{L_2 + n_1^2 L_1} \begin{bmatrix} 1 & n_1 n_2 \\ -n_1 n_2 & n_1 n_2 \end{bmatrix} + \frac{\lambda}{O\lambda^2 + 1} \begin{bmatrix} P & -Q \\ -Q & \frac{Q^2}{P} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

となる。これは第4.6図のような TYPE-D 区間であらわされる。



第4.6図 TYPE-D区間

$$\therefore \begin{cases} C_a = C_1 + C_2 \\ L_a = \frac{L_1 L_2}{L_2 + n_1^2 L_1} \\ n_a = n_1 n_2 \\ C_b = \frac{O}{P} \\ L_b = P \\ n_b = \frac{Q}{P} \end{cases}$$

このように、TYPE-E 区間を二個縦続すると TYPE-D 区間が合成できる。

5. む す び

TYPE-A 区間、TYPE-E 区間は TYPE-C 区間や TYPE-D 区間より、階数も低く、未知数も少ない。したがって、与えられた正実函数より、実軸上の極や複素平面上の減衰極をとり出す場合において、TYPE-A 区間と TYPE-E 区間を用い、それらを合成して TYPE-C 区間、TYPE-D 区間とした方が解法は容易となる。また単独に非相反な回路をもとり出すことができる。

理想ジャイレータの実現については種々の報告があるが、前述の Isolator や Circulator 等は、分布定数回路において必要かくべからざる素子となっている。集中定数回路においても、能素子を用いて理想ジャイレータを実現する試みがある。

おわりに、いろいろと御指導いただいた北大応用電気研究所松本秋男教授、ならびに同研究所のみなさんに厚くお礼申し上げる。

文 献

- (1) B. D. H. Tellegen ; The gyrator, an electric network element.
Philips Res. Rep. 3, p. 81, p. 321 (1948—4)
- (2) H. J. Carlin ; Synthesis of nonreciprocal networks
Symposium on modern network synthesis
(Polytechnic Institute of Brooklyn, April 13—15, 1955.)

昭和 40 年 12 月 6 日 受 理