

軸方向にヒンジ結合されたタイ・ロッドを有する 矢板構造の応力解析について

沢 田 知 之*
能 町 純 雄**

On Stress Analysis in Sheet-piles Structure with Tie-Rod
connected with one another by longwise Hinge.

Tomoyuki SAWADA
Sumio, G. NOMACHI

要 旨

本稿は、最近よく用いられている構造物の基礎施工などにおける土留、又は山留めおよび岸壁等に用いられるタイ・ロッドを有する矢板構造についての考察を取り上げたものである。

Synopsis

In this paper, We describe the behaviour of sheet-piles Structure with Tie-rod, which recently are used as retaining of earth, land-slide protection wall and quaywall in Foundation Structure.

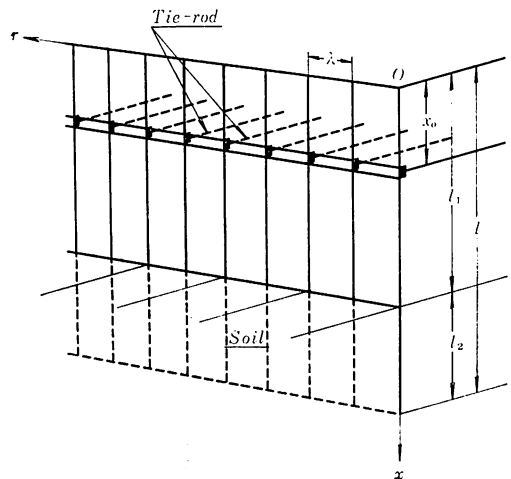
1. ま え が き

筆者らは、先に軸方向にヒンジで結合された棒状要素の応力解析について、⁽¹⁾ 矢板の側方不安定構造について、⁽²⁾ 矢板の側方座屈について、⁽³⁾ 等を発表しているが、本稿においては、この理論を拡張して解析を進めたものであり、各々矢板は剛性を保ち、節点はヒンジ結合されているとし、曲げ及び捩りモーメントのつり合いから、変位と軸廻りの回転変位を求め、ヒンジ接合点での力のつり合いを満足するように誘導された微分差分方程式に、フーリエ定和分変換、及びフーリエ変換を行ない、境界条件を満足するように境界値を定めて、必要とする節点変位、および断面力を得る。また、境界条件として天端で自由端、根入れ下端でヒンジ状態の場合、および根入れ下端が自由端の場合の2通りについて述べる。

2. 基本式の誘導

図一1の一般図に示す如く、矢板長 l の内、天端より x_0 の点に、Tie-rodがあり、矢板長 l の内 l_1 ま

では、三角分布土圧の作用する棒状要素として解き、 l_2 の部分は受働土圧が作用する故、主働土圧と受働土圧の差を等分布とした弾性床土上の梁として解析を進め l_1 と l_2 との連続の条件によって境界値を決定する。



図一1 一般図

* 講師 土木工学科

** 教授 北海道大学 工学部 土木工学科

2-1. 根入れより上の部分

sheet-pile 要素の鉛直方向の曲げと捩りから、次の基本微分差分方程式を得る。

$$\frac{EI}{4} \left(\Delta^2 \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{w}_{1r-1}(x) + 4 \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{w}_{1r}(x) \right) + \frac{GJ}{\lambda^2} \Delta^2 \overset{\cdot\cdot}{w}_{1r-1}(x) = P \quad (1)$$

$$P = P_{Tie} + P_{Soil} \quad P_{Tie} = \begin{cases} x = x_0 \rightarrow P_{Tie} \\ x \neq x_0 \rightarrow 0 \end{cases}$$

Tie-rod を固定する水平方向梁における三連モーメント式より

$$P_{Tie} = \frac{\Delta^2 M^{(1)}_{r-1}}{\lambda} - K w_1^0 \quad (2)$$

$$\frac{\lambda^2}{6EI_0} (6M^{(1)}_r + \Delta^2 M^{(1)}_{r-1}) = -\Delta^2 w_1^0 \quad (3)$$

EI : sheet-pile の曲げ剛性 (kg/cm²) GJ : sheet-pile の捩り剛性 (kg/cm²)

λ : sheet-pile の幅 (cm) K : Tie-rod のバネ定数 (kg/cm)

EI_0 : Tie-rod をささえる梁の曲げ剛性 (kg/m²)

(1)(2)(3) 式に Fourier-Sine 定積分変換を施す。

$$\begin{aligned} & \frac{EI}{4} \left[-\sin \frac{i\pi}{n} \{ (-1)^i \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{w}_n(x) - \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{w}_0(x) \} - D_i \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{w}_i(x) + 4 \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{w}_i(x) \right] \\ & + \frac{GJ}{\lambda^2} \left[-\sin \frac{i\pi}{n} \{ (-1)^i \overset{\cdot\cdot}{w}_n(x) - \overset{\cdot\cdot}{w}_0(x) \} = D_i \overset{\cdot\cdot}{w}_i(x) \right] = \overline{P}_{Soil} + \overline{P}_{Tie} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\overline{P}_{Tie} = \frac{1}{\lambda} \left[-\sin \frac{i\pi}{n} \{ (-1)^i \overline{M}_n^{(1)} - \overline{M}_0^{(1)} \} - D_i \overline{M}_i \right] - K \overline{w}_1^0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda^2}{6EI_0} \left[6 \overline{M}_i^{(1)} - \sin \frac{i\pi}{n} \{ (-1)^i \overline{M}_n^{(1)} - \overline{M}_0^{(1)} \} - D_i \overline{M}_i^{(1)} \right] \\ & = - \left[-\sin \frac{i\pi}{n} \{ (-1)^i \overline{w}_{1n}^0 - \overline{w}_{10}^0 \} - D_i \overline{w}_{1i}^0 \right] \end{aligned} \quad (6)$$

(4)(5)(6) で $r=0$, n 端で Simple-support とすると,

$$\frac{EI}{4} (4 - D_i) \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{w}_i(x) - \frac{GJ}{\lambda^2} D_i \overset{\cdot\cdot}{w}_i(x) = \overline{P}_{Soil} + \overline{P}_{Tie} \quad (7)$$

$$\overline{P}_{Tie} = -\frac{1}{\lambda} D_i \overline{M}_i - K \overline{w}_1^0 \quad (8)$$

$$\frac{\lambda^2}{6EI_0} (6 - D_i) \overline{M}_i^{(1)} = D_i \overline{w}_{1i}^0 \quad (9)$$

(8)(9) より

$$\begin{aligned} \overline{P}_{Tie} &= \left\{ -\frac{1}{\lambda} D_i \frac{6EI_0 D_i}{(6 - D_i) \lambda^2} - K \right\} \cdot \overline{w}_1^0 \\ &= F_i \cdot \overline{w}_1^0 \end{aligned} \quad (10)$$

一方 (7) において $x=0$ で Free, $x=l_1$ 端で l_2 の部分と接続するとして, Fourier-sine 変換すると,

$$\begin{aligned} \therefore \frac{EI}{4} & \left[(4 - D_i) \left\{ \left(-\frac{m\pi}{l_1} \right) \{ \overset{\cdot\cdot}{w}_{1i}(l_1) \cdot (-1)^m - \overset{\cdot\cdot}{w}_{1i}(0) \} + \left(\frac{m\pi}{l_1} \right)^3 \overline{w}_{1i}(l_1) (-1)^m \right. \right. \\ & \left. \left. - \overline{w}_{1i}(0) \right\} + \left(\frac{m\pi}{l_1} \right)^4 \overline{w}_{1i}(x) \right] + \frac{GJ}{\lambda^2} D_i \left[\left(\frac{m\pi}{l_1} \{ \overline{w}_{1i}(l_1) \cdot (-1)^m - \right. \right. \end{aligned}$$

$$\overline{w}_{1i}(0) + \left(\frac{m\pi}{\ell_1} \right)^2 \cdot \widetilde{w}_{1i}(x) \Big] = \widetilde{P}_{s_{0il}} + F_i \cdot \overline{w}_{10} \cdot \sin \frac{m\pi}{\ell_1} x_0 \quad (11)$$

故に

$$\begin{aligned} \widetilde{w}_{1i}(x) = & \frac{1}{\frac{EI}{4}(4-D_i) \left(\frac{m\pi}{\ell_1} \right)^4 \cdot \left\{ m^4 + \frac{D_i G J 4 \ell^2}{\lambda^2 EI (4-D_i) \pi^2} \cdot m^2 \right\}} \\ & \times \left[\left\{ \frac{\pi^3 (4-D_i) EI}{\ell_1^3 4} \cdot m^3 + \frac{\pi G J \cdot D_i}{\ell_1 \lambda^2} \cdot m \right\} \cdot \overline{w}_{1i}(0) \right. \\ & + \left\{ \frac{\pi (4-D_i) EI}{\ell_1 4} (-1)^m \cdot m \right\} \cdot \ddot{\overline{w}}_{1i}(\ell_1) \\ & - \left\{ \frac{\pi^3 (4-D_i) EI}{\ell_1^3 4} \cdot m^3 + \frac{\pi G J D_i}{\ell_1 \lambda^2} \cdot m \right\} (-1)^m \cdot \overline{w}_{1i}(\ell_1) \\ & \left. + \widetilde{P}_{s_{0il}} + F_i \overline{w}_{10} \sin \frac{m\pi}{\ell_1} x_0 \right] \quad (12) \end{aligned}$$

よって、(12) 式に Fourier-Sine 逆変換を行なうと

$$\begin{aligned} \overline{w}_{1i}(x) = & \frac{1}{\ell} \sum_{m=1}^{\infty} \widetilde{w}_{1i}(x) \cdot \sin \frac{m\pi}{\ell_1} x \\ = & \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{\ell} \cdot \left[\frac{1}{m^3 + \frac{\ell_1^2 D_i 4 G J}{\pi^2 \lambda^2 EI (4-D_i)} m^2} \times \right. \\ & + \left\{ \frac{\ell_1}{\pi} m^3 + \frac{\ell_1}{\pi} \frac{\ell_1^2 D_i 4 G J}{\pi^2 \lambda^2 (4-D_i) EI} \cdot m \right\} \cdot \overline{w}_{1i}(0) \\ & + \left\{ \frac{\ell_1}{\pi} \cdot \frac{\ell_1^2}{\pi^2} (-1)^m \cdot m \right\} \cdot \ddot{\overline{w}}_{1i}(\ell_1) \\ & - (-1)^m \cdot \left\{ \frac{\ell_1}{\pi} m^3 + \frac{\ell_1}{\pi} \frac{\ell_1^2}{\pi^2} \frac{G J 4 D_i}{\lambda^2 EI (4-D_i)} \cdot m \right\} \cdot \overline{w}_{1i}(\ell_1) \\ & + \frac{\ell_1^4 F_i 4 \overline{w}_{10}}{\pi^4 EI (4-D_i)} \cdot \sin \frac{m\pi}{\ell_1} x_0 \\ & \left. + \frac{\ell_1^4 4}{\pi^4 EI (4-D_i)} \widetilde{P}_{s_{0il}} \right] \cdot \sin \frac{m\pi}{\ell_1} x \quad (13) \end{aligned}$$

ここで

$$A = \frac{\ell_1^2 D_i 4 G J}{\pi^2 \lambda^2 (4-D_i) EI} \quad a = \sqrt{A}$$

$$C = \frac{\ell_1^3 4}{\pi^3 EI (4-D_i)}$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{w}_{1i}(x) = & \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi}{\ell_1} x \cdot \overline{w}_{1i}(0) \\ & - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{\pi} \cdot \frac{(-1)^m}{m} \sin \frac{m\pi}{\ell_1} x \cdot \overline{w}_{1i}(\ell_1) \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{\pi} \cdot \frac{m(-1)^m}{m^4 + A m^2} \cdot \sin \frac{m\pi}{\ell_1} x \cdot \frac{\ell_1}{\pi^2} \cdot \ddot{\overline{w}}_{1i}(\ell_1) \\ & + \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^4 + A m^2} \cdot \sin \frac{m\pi}{\ell_1} x \cdot \sin \frac{m\pi}{\ell_1} x_0 \cdot C \cdot F_i \cdot \overline{w}_{10} \end{aligned}$$

$$+\frac{2}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m^4+Am^2}\cdot\sin\frac{m\pi}{\ell_1}x\cdot C\cdot\widetilde{P}_{soil}\cdot\ell_1 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{w}_{1i}(x) &= (1-\frac{x}{\ell_1})\cdot\overline{w}_{1i}(0)+\frac{x}{\ell_1}\cdot\overline{w}_{1i}(\ell_1) \\ &+ \frac{\ell_1^2}{\pi}\frac{1}{a^2}\left(\frac{\sinh\frac{\pi a}{\ell_1}x}{\sinh\pi a}-\frac{x}{\ell_1}\right)\cdot\ddot{\overline{w}}_{1i}(\ell_1) \\ &+ CF_i\cdot\phi(x_{01}x)\cdot\overline{w}_1^0-CL(x)\cdot\overline{P}_{soil}\cdot\ell_1 \end{aligned} \quad (15)$$

$$(\therefore \widetilde{P}_{soil}=\overline{P}_{soil}\int_0^{\ell_1}\frac{x}{\ell_1}\sin\frac{m\pi}{\ell_1}xdx=-\overline{P}_{soil}\cdot\frac{\ell}{m\pi}(-1)^m)$$

ここで

$$\begin{aligned} \phi(x_{01}x) &= \sum_{m=1}^{\infty}\frac{2}{\pi}\frac{2}{m^4+Am^2}\sin\frac{m\pi}{\ell_1}x\cdot\sin\frac{m\pi}{\ell_1}x_0 \\ &= \frac{\pi}{a^2}\left\{\frac{x(\ell_1-x_0)}{\ell_1^2}-\frac{\sinh\pi a\frac{x}{\ell_1}\cdot\sinh\pi a(1-\frac{x_0}{\ell_1})}{\pi a\sinh\pi a}\right\} & x\leq x_0 \\ &\quad \frac{\pi}{a^2}\left\{\frac{(\ell_1-x)x_0}{\ell_1^2}-\frac{\sinh\pi a\frac{x}{\ell_1}\cdot\sinh\pi a(1-\frac{x}{\ell_1})}{\pi a\sinh\pi a}\right\} & x\geq x_0 \\ L(x) &= \sum_{m=1}^{\infty}\frac{2}{\pi^2}\cdot\frac{(-1)^m\cdot\sin\frac{m\pi}{\ell_1}x}{m(m^4+a^2m^2)} \\ &= \sum_{m=1}^{\infty}\frac{2}{\pi^2}\cdot\left[\frac{(-1)^m}{m^3}-\frac{(-1)^m}{m(m^2+a^2)}\right]\times\frac{1}{a^2}\cdot\sin\frac{m\pi}{\ell_1}x \\ &= -\frac{\pi}{a^2}\left\{\frac{x(\ell_1^2-x^2)}{6\ell_1^3}+\frac{1}{\pi^2a^2}\left(\frac{\sinh\frac{\pi a}{\ell_1}x}{\sinh\pi a}-\frac{x}{\ell_1}\right)\right\} \end{aligned}$$

2-2. 根入れの部分

土との相互作用がバネを介して行なわれると考えると

$$\frac{EI}{4}(\mathcal{D}^2\overline{w}_{2r-1}(x)+4\overline{w}_{2r}(x))+\frac{GJ}{\lambda^2}\mathcal{D}^2\ddot{\overline{w}}_{2r-1}(x)+\frac{K_0}{6}(\mathcal{D}^2\overline{w}_{2r-1}(x)+6\overline{w}_{2r}(x))=0 \quad (16)$$

故に

$$\mathcal{D}^2\overline{w}_{2r-1}(x)+4\overline{w}_{2r}(x)+\frac{GJ}{EI}\frac{4}{\lambda^2}\mathcal{D}^2\ddot{\overline{w}}_{2r-1}(x)+\frac{4K_0}{6EI}(\mathcal{D}^2\overline{w}_{2r-1}(x)+6\overline{w}_{2r}(x))=0 \quad (17)$$

故に (17) に Fourier-Sine 変換を行ない、 $r=0, n$ で Simple-Support とすると

$$(4-D_i)\cdot\overline{w}_{2i}^{\prime\prime\prime\prime}(x)-\frac{4GJD_i}{EI\lambda^2}\cdot\ddot{\overline{w}}_{2i}(x)+\frac{4K_0}{EI}(1-\frac{D_i}{6})\overline{w}_{2i}(x)=0 \quad (18)$$

よって (18) に Fourier-Sine 変換を施す。

$$\begin{aligned} (4-D_i)\left(-\frac{m\pi}{\ell_2}\right)\{\ddot{\overline{w}}_{2i}(\ell_2)\cdot(-1)^m-\ddot{\overline{w}}_{2i}(0)\}+(4-D_i)\left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right)^3\{\overline{w}_{2i}(\ell_2)(-1)^m \\ -\overline{w}_{2i}(0)\}+\frac{4GJD_i}{EI\lambda^2}\left(\frac{m\pi}{\ell_2}\{\overline{w}_{2i}(\ell_2)(-1)^m-\overline{w}_{2i}(0)\}\right. \\ \left.+\{(4-D_i)\left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right)^4+\frac{4GJD_i}{EI\lambda^2}\left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right)^2+\left(1-\frac{D_i}{6}\right)\frac{4K_0}{EI}\}\cdot\widetilde{\overline{w}}_{2i}(x)=0 \right. \end{aligned} \quad (19)$$

3. ℓ_2 で岩盤等に達し Hinge 状態であると仮定する場合,

図-2 に断面図を示す。

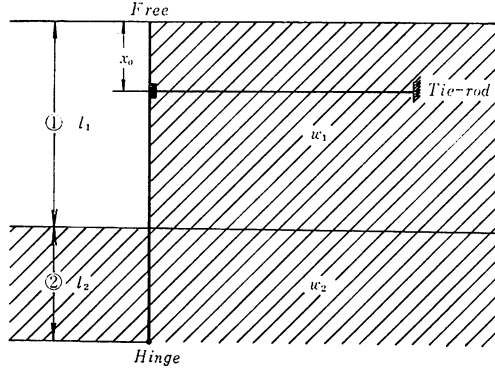


図-2

上の仮定条件より

$$\ddot{\bar{w}}_i(\ell_2)=0, \quad \bar{w}_i(\ell)=0$$

故に

$$\begin{aligned} \bar{w}_{2i} = & \frac{-(4-D_i)\left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right) \cdot \ddot{\bar{w}}_{2i}(0)}{\left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right)^4 \cdot (4-D_i)\left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right)^2 \frac{4GJD_i}{EI\ell^2} + \frac{4K_0}{EI}\left(1-\frac{D_i}{6}\right)} \\ & + \frac{\left\{(-D_i)\left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right)^3 + \frac{4GJD_i}{EI\ell^2}\left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right)\right\} \bar{w}_{2i}(0)}{\left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right)^4 (4-D_i) + \left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right)^2 \frac{4GJD_i}{EI\ell_2} + \frac{4K_0}{EI}\left(1-\frac{D_i}{6}\right)} \end{aligned} \quad (20)$$

ここで整理し, Fourier-Sine 逆変数を施すと次の如く示される。

$$A = \frac{\ell_2^2 GJD_i}{\pi^2 \left(1 - \frac{D_i}{4}\right) \cdot EI\ell^2} \quad B = \frac{\ell_2^4}{\pi^4} \cdot \frac{K_0 \left(1 - \frac{D_i}{6}\right)}{EI \left(1 - \frac{D_i}{4}\right)}$$

とおくと,

$$\begin{aligned} Q(\xi) = & \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{\pi} \frac{m(m^2 + \alpha^2 - \beta^2)}{(m^2 + \alpha^2 - \beta^2)^2 + 4\alpha^2\beta^2} \sin m\pi\xi \\ = & \frac{\cosh \alpha\pi(2-\xi) \cdot \cos \beta\pi\xi - \cosh \alpha\pi\xi \cdot \cos \beta\pi(2-\xi)}{\cosh 2\alpha\pi - \cos 2\beta\pi} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} P(\xi) = & \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{\pi} \frac{2\alpha\beta m}{(m^2 + \alpha^2 - \beta^2)^2 + 4\alpha^2\beta^2} \sin m\pi\xi \\ = & \frac{\sinh \alpha\pi(2-\xi) \cdot \sin \beta\pi\xi - \sinh \alpha\pi\xi \sin \beta\pi(2-\xi)}{\cosh 2\alpha\pi - \cos \beta\pi} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\text{ここで } \alpha = \frac{\sqrt{A+2\sqrt{B}}}{2}, \quad \beta = \frac{\sqrt{2\sqrt{B}-A}}{2}$$

$$\therefore \bar{w}_{2i}(x) = \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-m}{m^4 + Am^2 + B} \left(\frac{\ell_2^2}{\pi^2}\right) \cdot \sin \frac{m\pi}{\ell_2} x \cdot \ddot{\bar{w}}_{2i}(0)$$

$$+ \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m^3 + Am}{m^4 + Am^2 + B} \cdot \sin \frac{m\pi}{\ell_2} x \cdot \overline{w}_{2i}(0) \quad (23)$$

故に

$$\overline{w}_{2i}(x) = -\frac{1}{2\alpha\beta} \frac{\ell_2^2}{\pi^2} P(\xi) \cdot \ddot{\overline{w}}_{2i}(0) + \{Q(\xi) + \frac{A}{4\alpha\beta} \cdot P(\xi)\} \overline{w}_{2i}(0) \quad (24)$$

3-1. 連続条件と境界条件

ここで連続条件は次の如く

$$\overline{w}_{1i}(\ell_1) = \overline{w}_{2i}(0) \quad (25)$$

$$\dot{\overline{w}}_{1i}(\ell_1) = \dot{\overline{w}}_{2i}(0) \quad (26)$$

$$\ddot{\overline{w}}_{1i}(\ell_1) = \ddot{\overline{w}}_{2i}(0) \quad (27)$$

$$\dddot{\overline{w}}_{1i}(\ell_1) = \dddot{\overline{w}}_{2i}(0) \quad (28)$$

(25), (27) はこう置く

$$(26) \text{ より } \dot{\overline{w}}_{1i}(\ell_1) = \dot{\overline{w}}_{2i}(0)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\ell_1} \overline{w}_{1i}(0) + \frac{1}{\ell_1} \overline{w}_{2i}(0) + \left(\frac{\ell_1}{\pi a}\right)^2 \left\{ \left(\frac{\pi a}{\ell_1} \frac{\cosh \pi a}{\sinh \pi a} - \frac{1}{\ell_1} \right) \cdot \ddot{\overline{w}}_{2i}(0) \right. \\ & - C \cdot F_i \phi'(x_0, \ell_1) \cdot \overline{w}_1^0 + CL'(\ell_1) \cdot \overline{P}_{S_{o i l}} \cdot \ell_1 = -\frac{1}{2\alpha\beta} \left(\frac{\ell_2}{\pi}\right)^2 \cdot P'(0) \cdot \ddot{\overline{w}}_{2i}(0) \\ & \left. + \{Q'(0) + \frac{A}{4\alpha\beta} P'(0)\} \cdot \overline{w}_{2i}(0) \right\} \end{aligned} \quad (29)$$

$$(28) \text{ より } \dddot{\overline{w}}_{1i}(\ell_1) = \dddot{\overline{w}}_{2i}(0)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\pi a}{\ell_1} \cdot \frac{\cosh \pi a}{\sinh \pi a} \ddot{\overline{w}}_{2i}(0) - C \cdot F_i \phi'''(x_0, \ell_1) \overline{w}_1^0 + C \cdot L'''(\ell_1) \cdot \overline{P}_{S_{o i l}} \cdot \ell_1 \\ & = -\frac{1}{2\alpha\beta} \left(\frac{\ell_2^2}{\pi^2}\right) \cdot P'''(0) \cdot \ddot{\overline{w}}_{2i}(0) + \{Q'''(0) + \frac{A}{4\alpha\beta} P'''(0)\} \cdot \overline{w}_{2i}(0) \end{aligned} \quad (30)$$

境界条件は、次の如く

1). $x = x_0$ での Tie-rod と Sheet-pile の変位は一致する

$$\begin{aligned} \overline{w}_1^0 &= \left(1 - \frac{x_0}{\ell_1}\right) \cdot \overline{w}_{1i}(0) + \frac{x_0}{\ell_1} \overline{w}_{2i}(0) \\ &+ \frac{\ell_1^2}{\pi^2} \frac{1}{a^2} \left(\frac{\sinh \frac{\pi a}{\ell_1} x_0}{\sinh \pi a} - \frac{x_0}{\ell_1} \right) \cdot \ddot{\overline{w}}_{2i}(0) \\ &- C \cdot F_i \cdot \phi(x_0, x_0) \cdot \overline{w}_1^0 + C \cdot L(x_0) \cdot \overline{P}_{S_{o i l}} \cdot \ell_1 \end{aligned} \quad (31)$$

2). 次に $x=0$ での剪断力はないという条件から

$$\frac{EI}{4}(-D_i) \cdot \overset{..}{\bar{w}}_{1i}(0) - \frac{GJ}{\lambda^2} D_i \overset{.}{\bar{w}}_{1i}(0) = 0$$

故に

$$\begin{aligned} & \frac{EI}{4}(4-D_i) \cdot \left\{ \left(\frac{\pi a}{\ell_1} \right) \cdot \frac{1}{\sinh \pi a} \cdot \overset{..}{\bar{w}}_{2i}(0) - C \cdot F_i \cdot \Phi'''(x_0, 0) \cdot \bar{w}_{10} + C \cdot L'''(0) \bar{P}_{s_{0il}} \cdot \ell_1 \right. \\ & - \frac{GJ}{\lambda^2} D_i \left\{ -\frac{1}{\ell_1} \bar{w}_{1i}(0) + \frac{1}{\ell_1} \bar{w}_{2i}(0) + \left(\frac{\ell_1}{\pi a} \right)^2 \left(\frac{\pi a}{\ell_1} \frac{1}{\sinh \pi a} - \frac{1}{\ell_1} \right) \cdot \overset{..}{\bar{w}}_{2i}(0) \right. \\ & \left. \left. - C \cdot F_i \Phi'(x_0, 0) \bar{w}_1^0 + C \cdot L'(0) \bar{P}_{s_{0il}} \cdot \ell_1 \right\} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

以上 (29), (30), (31), (32) の式を整理すると, 次ページに示される如くの matrix 表示ができる。

$\frac{1}{\ell_1},$	$-C \cdot F_i \phi'(x_0, \ell),$	$\{Q'(0) + \frac{A}{4\alpha\beta} P'(0)\} - \frac{1}{\ell_1},$	$-\frac{1}{2\alpha\beta} \left(\frac{\ell_2}{\pi}\right)^2 P'(0) - \left\{ \frac{\ell_1}{\pi a} \frac{\text{aosh } \pi a}{\sinh \pi a} - \frac{\ell_1}{\pi^2 a^2} \right\}$	$\overline{w_{1i}}(0)$	$CL'(\ell_1) \overline{P}_{soil} \times \ell_1$
0,	$-CF_i \phi'''(x_0, \ell_1),$	$\{Q'''(0) + \frac{A}{4\alpha\beta} P'''(0)\},$	$-\frac{1}{2\alpha\beta} \left(\frac{\ell_2}{\pi}\right)^2 P'''(0) - \frac{\pi a}{\ell_1} \frac{\cosh \pi a}{\sinh \pi a}$	$\overline{w_1}^0$	$CL'''(\ell_1) \cdot \overline{P}_{soil} \cdot \ell_1$
$\left(1 - \frac{x_0}{\ell_1}\right),$	$CF_i \phi'(x_0, x_0) - ,$	$\frac{x_0}{\ell_1},$	$\left(\frac{\ell_1}{\pi a}\right)^2 \left(\frac{\sinh \frac{\pi a}{\ell_1} x_0}{\sinh \pi a} - \frac{x_0}{\ell_1}\right)$	$\overline{w_{2i}}(0)$	$-CL(x_0) \overline{P}_{soil} \cdot \ell_1$
$\frac{GJ}{\lambda^2} D_i,$	$\frac{EI}{4} (4 - D_i) C \cdot F_i \phi'''(x_0, 0)$	$-\frac{GJ}{\lambda^2} D_i,$	$\frac{EI}{4} (4 - D_i) \frac{\pi a}{\ell_1} \frac{1}{\sinh \pi a}$	$\ddot{\overline{w_{2i}}}(0)$	$-\frac{EI}{4} (-D_i) \cdot C \cdot L'''(0) \overline{P}_{soil} \ell_1$
	$-\frac{GJ}{\lambda^2} D_i \cdot CF_i \phi'(x_0, 0),$		$-\frac{GJ}{\lambda^2} D_i \left(\frac{\ell_1}{\pi a}\right)^2 \left\{ \frac{\pi a}{\ell_1} \frac{1}{\sinh \pi a} - \frac{1}{\ell_1} \right\}$		$+\frac{GJ}{\lambda^2} D_i CL'(0) \overline{P}_{soil} \cdot \ell_1$

(33)

4. ℓ_2 で自由端であると仮定する場合

断面図を図-3に示す。

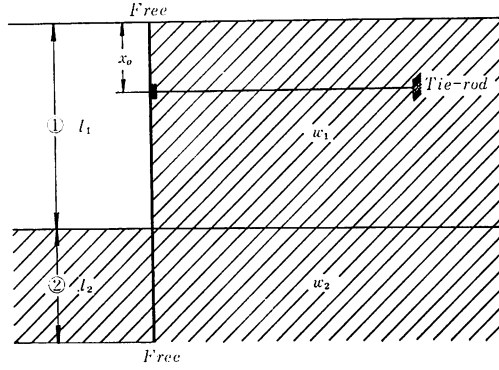


図-3

$\ddot{w}_i(\ell_2)=0$ なる仮定条件が示される。

故に

$$\begin{aligned} \overline{w}_{2i}(w) = & \frac{-(4-D_i)\left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right) \cdot \ddot{w}_i(0)}{\left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right)^4 (D-i) + \left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right)^2 \frac{4GJD_i}{EI\lambda_2} + \frac{4K_0}{EI\lambda_2} \left(1 - \frac{D_i}{6}\right)} \\ & + \frac{\left\{ (4-D_i)\left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right)^3 + \frac{4GJD_i}{EI\lambda_2^2} \left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right) \right\} \cdot \overline{w}_{2i}(0)}{''} \\ & + \frac{-\left\{ (4D_i)\left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right)^3 (-1)^m + \frac{4GJD_i}{EI\lambda_2^2} \left(\frac{m\pi}{\ell_2}\right) (-1)^m \right\} \overline{w}_{2i}(\ell_2)}{''} \end{aligned} \quad (34)$$

よって、前述と同様に Fourier-Sine 逆変換を施すと、次の如く示される。

$$\begin{aligned} \overline{w}_{2i}(x) = & -\frac{1}{2\alpha\beta} \frac{\ell_2^2}{\pi^2} P(\xi) \cdot \ddot{w}_{2i}(0) + \left\{ Q(\xi) + \frac{A}{4\alpha\beta} P(\xi) \right\} \cdot \overline{w}_{2i}(0) \\ & - \left\{ Q(1-\xi) + \frac{A}{4\alpha\beta} P(1-\xi) \right\} \cdot \overline{w}_{2i}(\ell_2) \end{aligned} \quad (35)$$

4-1. 連続条件及び境界条件

連続条件は次の如く

$$\overline{w}_{1i}(\ell_1) = \overline{w}_{2i}(0) \quad (36)$$

$$\dot{\overline{w}}_{1i}(\ell_1) = \dot{\overline{w}}_{2i}(0) \quad (37)$$

$$\ddot{\overline{w}}_{1i}(\ell_1) = \ddot{\overline{w}}_{2i}(0) \quad (38)$$

$$\dddot{\overline{w}}_{1i}(\ell_1) = \dddot{\overline{w}}_{2i}(0) \quad (39)$$

(36), (38) はこう置く

(37), (38) を前述同様に表わし、

次に境界条件は次の3つで示される。

- 1) $x=x_0$ での Tie-rod と Sheet-pile の変位は一致する。
- 2) $x=0$ (天端) での剪断力は無い。
- 3) $x=\ell_2$ (下端) での剪断力も無い。

以上5式を整理すると次の如く matrix 表示できる。

$\frac{1}{\ell_1},$	$-CF_i\phi'(x_0, \ell_1),$	$-\frac{1}{\ell_1} - \{Q'(0) + \frac{A}{4\alpha\beta}P'(0)\},$	$-\{Q'(1) + \frac{A}{4\alpha\beta}P'(1)\},$	$-\left(\frac{\ell_1}{\pi a}\right)^2 \left\{ \left(\frac{\pi a}{\ell_1}\right) \frac{\cosh \pi a}{\sinh \pi a} - \frac{1}{\ell_1} \right\} - \frac{\ell_2^2 P'(0)}{2\alpha\beta\pi^2},$	$\overline{w}_{1i}(0)$	$CL'(\ell_1) \cdot \overline{P}_{soil}$
0,	$-CF_i\phi'''(x_0, \ell_1),$	$\{Q'''(0) + \frac{A}{4\alpha\beta}P'''(0)\},$	$-\{Q'''(1) + \frac{A}{4\alpha\beta}P'''(1)\},$	$-\frac{\pi a}{\ell_1} \frac{\cosh \pi a}{\sinh \pi a} - \frac{1}{2\alpha\beta} \left(\frac{\ell_2}{\pi}\right)^2 \cdot P'''(0),$	$\overline{w}_1^0$	$CL'''(\ell_1) \overline{P}_{soil}$
$\left(1 - \frac{x_0}{\ell_1}\right),$	$CF_i\phi(x_0, x) - 1,$	$\frac{x_0}{\ell_1},$	0,	$\left(\frac{\ell_1}{\pi a}\right)^2 \left(\frac{\sinh \frac{\pi a}{\ell_1} x_0}{\sinh \pi a} - \frac{x_0}{\ell_1}\right),$	$\times \overline{w}_{2i}(0)$	$= -CL(x_0) \overline{P}_{soil}$
$\frac{GJD_i}{\lambda^2 \ell_1},$	$\frac{EI}{4}(4-D_i)CF_i\phi''(x_0, 0)$ $-\frac{GJ}{\lambda^2}D_iCF_i\phi'(x_0, 0),$	$-\frac{GJD_i\pi}{\lambda^2},$	0,	$\frac{EI}{4}(4-D_i)\frac{\pi a}{\ell_1 \sinh \pi a}$ $-\frac{GJD_i}{\lambda^2} \left(\frac{\ell_1}{\pi a^2}\right) \cdot \left(\frac{\pi a}{\sinh \pi a} - 1\right),$	$\overline{w}_{2i}(\ell_2)$	$-\frac{EI}{4}(-D_i)CL'''(0) \overline{P}_{soil}$ $+\frac{GJ}{\lambda^2}D_iCL'(0) \overline{P}_{soil}$
0,	0,	$-\frac{GJD_i}{\lambda^2} \{Q'(\ell_2) + BP'(\ell_2)\}$ $-\frac{GJD_i}{\lambda^2} \{Q'(\ell_2) + BP'(\ell_2)\}$	$-\frac{EI}{4}(4-D_i)\{Q'''(\ell_2) + BP'''(\ell_2)\}$ $+\frac{GJ}{\lambda^2}D_i\{Q'(\ell_2) + BP'(\ell_2)\}$	$-\frac{EI}{8\alpha\beta}(4-D_i)\left(\frac{\ell_2}{\pi}\right)^2 \cdot P'''(\ell_2)$ $+\frac{GJ}{\lambda^2}D_i\frac{1}{2\alpha\beta}\left(\frac{\ell_2}{\pi}\right)^2 P'(\ell_2),$	$\frac{1}{\lambda^2} \overline{w}_{2i}(0)$	0
		$B = \frac{A}{4\alpha\beta}$				(40)

故に, (33), (40), より, 各々の場合の境界値を求め, Fourier-Sine 定和分逆変換することにより変位を知る。

$$w_1(x) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} w_{1i}(x) \cdot \sin \frac{i\pi}{n} r \quad (41)$$

$$w_2(x) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} w_{2i}(x) \cdot \sin \frac{i\pi}{n} r \quad (42)$$

5. 数値計算例

5-1. フローチャート

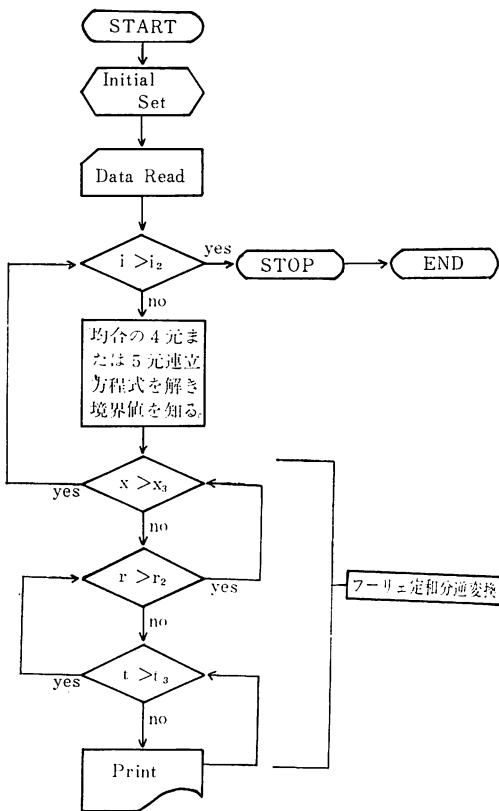


図-4 フローチャート

図-4 にフローチャートを示す。又計算に用いたデータは,

$$E = 2.1 \times 10^8 \text{ kg/cm}^2$$

$$G = 8.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\ell = 500 \text{ cm (スパン長)} \quad \lambda = 30.0 \text{ cm (シートパイル幅)}$$

$$k = 100 \text{ kg/m (バネ定数)} \quad K_0 = 3.01 \text{ kg/m}^3 \text{ (地盤反力係数)}$$

$$P_{\text{soil}} = 2.6 \text{ kg/cm} \quad N = 20 \text{ 枚}$$

尚, 土の内部摩擦角は 30° とした。

計算結果を図5～8図に示す。

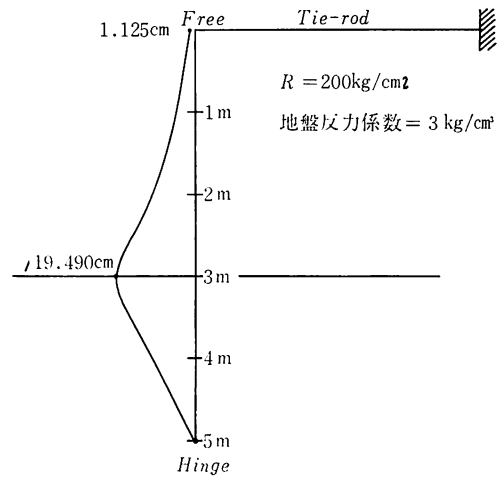


図-5 変位図

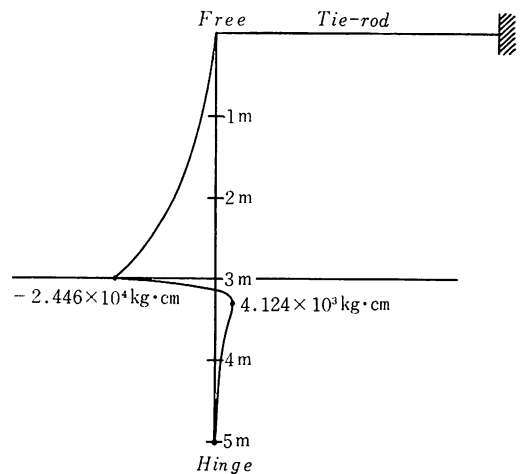
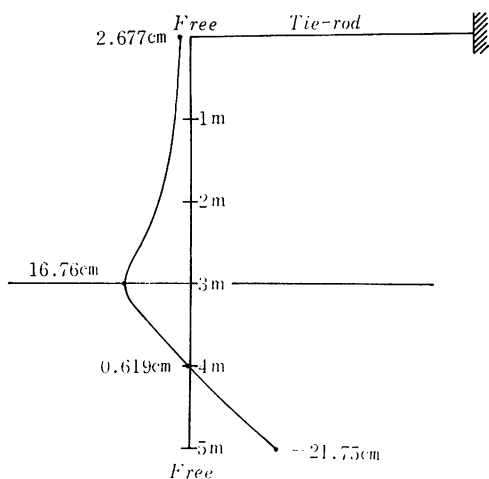
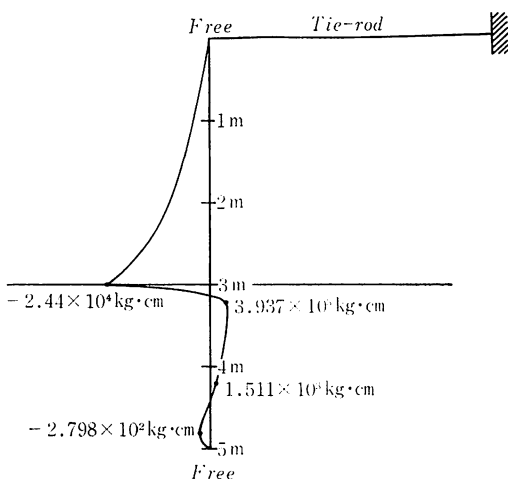


図-6 モーメント図



図—7 変位図



図—8 モーメント図

☆ 謝 辞

終りに本研究に常日頃、協力いただいた室蘭工業大学松岡健一助教授に深く感謝の意を表します。

☆ 付 記

尚、本研究にあたっては、北海道科学研究補助金を受けて行なったことを付記する。

又、理論計算は北海道大学大型電子計算機 FACOM-230-60/75 を用いて行なった。

参 考 文 献

- 。 S. G. Nomachi: A Note on Finite Fourier Transforms Concerning Finite Integration

(The Ticscript from the Memories of the)
(Muroran Institute of Technology Vol. No. 2)

- (1) 能町・松岡・沢田：スパン方向にヒンジで結合された、棒状要素による面構造の応力について。

(土木学会第25回年次学術講演会講演集)

- (2) 能町・松岡・沢田：矢板の側方不安定構造解析について。

(土木学会、北海道支部研究発表会論文集第29号)

- (3) 能町・松岡・沢田：矢板の側方座屈について。

(土木学会第27回年次学術講演会講演概要集)

- 。 能町・松岡・沢田：タイ・ロッドを有する矢板の応力解析について。

(土木学会第29回年次学術講演会講演概要集)

(昭和49年11月29日受理)