

2 層地盤の圧密計算例について

池 浦 勲*

On the Speed of Consolidation of a Two-layered Stratum

Isao IKEURA

要 旨

各層ごとの圧密係数（透水性）の変化が、2 層地盤全体の圧密速度に与える影響について考察した。

Synopsis

The effect of permeability of one layer on the speed of consolidation of a stratum composed of two layers have been examined.

1. ま え が き

粘土層が載荷を受けた場合の時間と沈下量の関係を示す圧密理論として Terzaghi の有効応力による理論が示されて以来、そこに用いられている多くの仮定を検証・修正して理論の一般化を計る研究が急速に進展している。他方、沖積粘土層のように常に層状に滞積し各層の土性が異なる場合には、各層の土性を平均値化して単一層としての Terzaghi 理論を適用することが従来行なわれてきたが、その平均値法の妥当性や誤差については確められている例を見ない。近年計算機の普及とともに多層地盤として Terzaghi 理論を適用することが近似的には可能になっている¹⁾。今回の研究では最も簡単な多層すなわち 2 層地盤について平均値法の妥当性を探ることと、透水・不透水層の判定基準を検討することを主眼に若干の計算を試みたのでここに報告する。

2. 計 算 方 法

Terzaghi の式(1)が各層ごとに成り立つとする。

$$C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad \cdots (1)$$

ここに C_v : 圧密係数 (cm²/min)
 u : 表面からの深さ z での
 間ゲキ水圧 (kg/cm²)
 t : 載荷後の時間

(1)式を無次元化するため次の記号を用いる。

$$\bar{u} = \frac{u}{u_0}, \quad \bar{z} = \frac{z}{H}, \quad \bar{t} = \frac{C_v t}{H^2} \quad \cdots (2)$$

ここに u_0 : 初期 ($t = 0$) 間ゲキ水
 圧

H = 全層厚

(2)の記号によると(1)式は(3)式のように書き換えられる。

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{z}^2} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} \quad \cdots (3)$$

全層厚 $H (= 1)$ を Δz という n 個の要素に等分する。時間軸は実際の時間間隔 Δt が同じスケールになるように次のように分割する。

$$(\Delta \bar{t})_a = \frac{C_{va} \Delta t}{H^2}, \quad (\Delta \bar{t})_b = \frac{C_{vb} \Delta t}{H^2} \quad \cdots (4)$$

ここに $(\Delta \bar{t})_i$: i 層の時隔

C_{vi} : i 層の圧密係数

層厚の分割間隔 Δz , 時隔 $(\Delta t)_i$ として格子点 (j, k) に対応する間ゲキ水圧 $u(z, t)$ を $u_{j,k}$ と書くとき(3)式は次の差分式で表示し得る。

$$\left. \begin{aligned} & \left(-\frac{r_i}{2} u_{j+1, k+1} + (1+r_i) u_{j, k+1} \right. \\ & \quad + \left(-\frac{r_i}{2} u_{j-1, k+1} + \left(\frac{r_i}{2} \right) u_{j+1, k} \right. \\ & \quad \left. \left. + (1-r_i) u_{j, k} + \left(\frac{r_i}{2} \right) u_{j-1, k} \right) \right\} \cdots (5) \\ & r_i = \frac{(\Delta \bar{t})_i}{(\Delta \bar{z})^2} = \frac{C_{vi} \Delta t}{(H \cdot \Delta z)^2} \\ & j = 0, 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right.$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_i k_i = \text{const.} \dots\dots\dots (6)$$

ここに k_i : i 層の透水係数 (cm/min)

(6)式を考慮すると格子点 (j, k) の右側に境界があるときは(5)式の代りに次式となる。

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{r_i}{2}\right)u_{j-1, k+1} + \left[1 + \frac{r_i}{2}(2+R)\right] \\ & u_{j, k+1} + \left[-\frac{r_i}{2}(1+R)\right]u_{j+1, k+1} \\ & = \left(-\frac{r_i}{2}\right)u_{j-1, k} + \left[1 - \frac{r_i}{2}(2+R)\right]u_{j, k} \\ & + \left(\frac{r_i}{2}\right)u_{j+1, k} \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

$$\text{ここで } R = \frac{(1-\alpha)(1-k_a/k_b)}{\{k_a/k_b + \alpha(1-k_a/k_b)\}}$$

α : 格子点から境界までの距離/ Δz ,

(j, k) の左側に境界がある場合

$$\left[\left(-\frac{r_i}{2}\right)(1+R)\right]u_{j-1, k+1}$$

$$\begin{aligned} & + \left[1 + \frac{r_i}{2}(2+R)\right]u_{j, k+1} + \left(-\frac{r_i}{2}\right)r_{i+1, k+1} \\ & = \left[\frac{r_i}{2}(1+R)\right]u_{j-1, k} + \left[1 - \frac{r_i}{2}(2+R)\right]u_{j, k} \\ & + \left(\frac{r_i}{2}\right)u_{j+1, k} \end{aligned}$$

$$\text{ここに } R = \frac{\alpha(k_a/k_b - 1)}{\{k_a/k_b + \alpha(1-k_a/k_b)\}} \dots\dots\dots (8)$$

α : (j, k) から境界までの距離/ Δz ,

$u_{0, k}$ および $u_{n, k}$ は両境界が排水層である限りゼロであるから $u_{j, 0} = u(z, 0)$ を初期間ゲキ水圧として与えると(5), (7), (8)式は $k=1$ から順次解くことができる。今回は厚さ2 cmのモデルでは7分割, 厚さ4 cmでは10分割とし, Δt は0.125分から16分まで計算途中に変化させ, 掃出し法によって順次計算をおこなっていった。全層厚に関する平均圧密度(以下 U と略記する) $U = (u_0 - \int_0^H u dz)/u_0$ はシンプソン公式を基本に計算する。排水層が片面だけの図-1(2)の U は, 厚さが2倍の両面排水の U に等しいことから図-1(3)の3層問題として計算した。

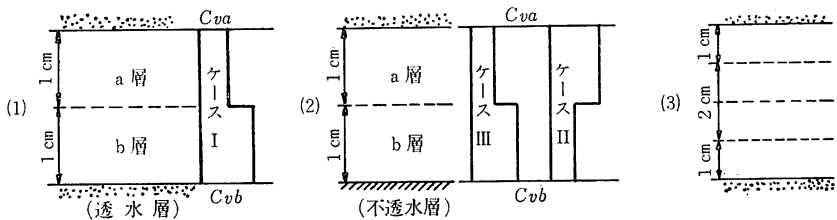


図-1 想定土層

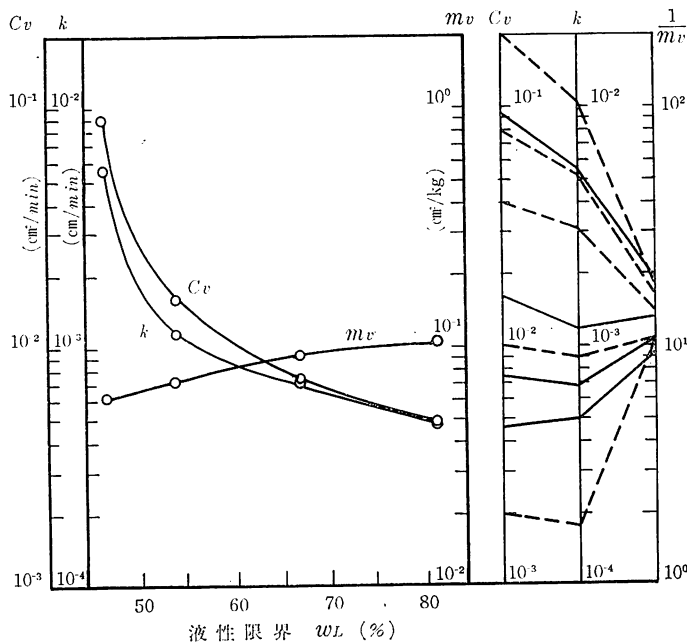


図-2 想定土質(破線)

3. 計算例

前述の式に用いられる土質定数は圧密係数 c_v 、透水係数 k 、体積圧縮係数 m_v である。 c_v, k は(5)式の安定条件 ($r_i < 1$) に大きく影響するものであるから、計算に用いる土質定数値の範囲を定めるために圧密試験を実施した。実験は性質の異なる粘土を任意の割合に混合した「混合粘土」により、その結果から図—2を得た。図—2によると c_v, k は排水の速度に関するものであるから正の相関関係にあり、 m_v はそれらと負の相関にあるが土質による変化は前二者に比して小さい。

以上のような実験値を考慮して、図—2 のように $c_v = 2.0 \times (10^{-1} \sim 10^{-4}) \text{ cm}^2/\text{min}$, $m_v = (1 \sim 0.5) \times 10^{-1} \text{ cm}^2/\text{kg}$, $k = c_v m_v$ の単一層の組合せとして 図—1 のケース I, II, III の計算を実施した。なお初期間ゲキ水圧 $u(z, 0)$ はすべて 1.0 kg/cm^2 とした。

4. 計算結果と考察

4.1 均一層の場合の理論解との比較

図—3 はケース II のうち a 層と b 層の土質の等しいすなわち 2 cm の均一層の U について差分法による計算値(実線)と、フーリエ級数を用いる(1)式の理論解(破線)とを比較したものである。図に見るように $U=0.15$ 程度までは計算誤差が見られる。この初期段階の誤差の原因としては、排水面付近の間ゲキ水圧分布が他の場所に比して極端な変化をするために、10等分という分割数では不足なことが推測される。ちなみに $t=2$ 分のときの U は理論値 0.0798 に対して分割数 7, 10 の場合 $0.1154, 0.0963$ であった。しかしながら、たとえば c_v を実験で定める際の Fitting

の精度などに比して、今回の計算方法は実用上十分な近似を与えるとして差支えない。

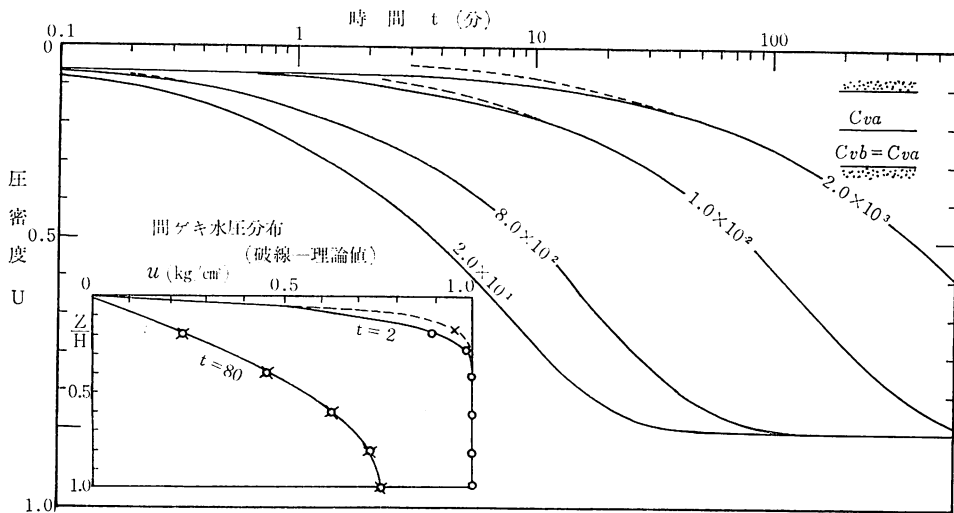
4.2 ケース II の計算結果について

図—4 (1)は両面が透水面の場合の計算結果である。 a 層の圧密係数 c_{va} を基準とすると、 c_{vb} が增大すると当然のことながら圧密速度は速くなる。 $c_{vb} = 10^3 \times c_{va}$ のときは圧密曲線は中間で水平接線を持つ階段状となる。これは図の鎖線で示すように、 b 層の圧密がほぼ終了した時点(たとえば 2 分)では a 層の圧密がほとんど進んでいないことによる。すなわち、 c_v が 10^3 のオーダーで異なると、 a 層 b 層にとって他層は透水層 ($c_v = \infty$)、不透水層 ($c_v = 0$) とみなすことができる。

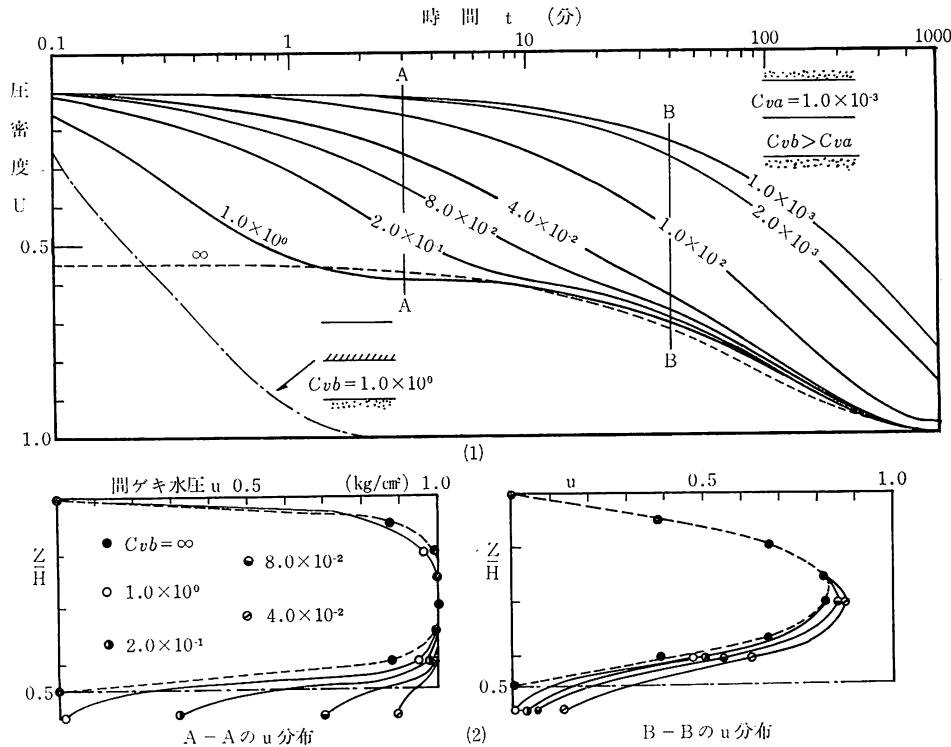
ならば $C_{vb} = c_{va} \times 10^3 = 1.0 \times 10^0$ の場合の曲線は破線の $C_{vb} = \infty$ のときの曲線に後半部分において一致するはずであるが、計算では U の値にして中間部で約 0.015 、後半部で約 0.02 ほどのズレが見られた。これは ① 4.1 で述べたと同様に境界付近の u の変化を求めるには分割数が少な過ぎること ② U からを計算する際に u が放物線分布をする(シンプソン公式)と仮定したこと ③ $C_{va} \neq 0$ としても実際には圧密がすこしは進行していること(たとえば $C_{va} = 1.0 \times 10^{-3}$, $H = 0.5 \text{ cm}$, $t = 2$ 分では $U = 0.11$) による。①, ②については図の A-A, B-B 時点での間ゲキ水圧分布の計算結果を見れば肯けるところである。

4.3 ケース II について

ケース II は不透水面に近い層の c_v が他層より小さい方向に変化する場合の例であり、図—5 はその計算



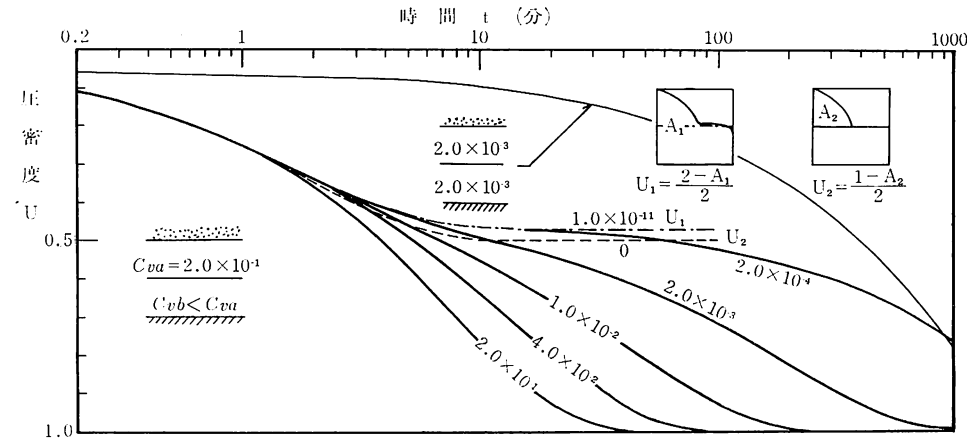
図—3 均一な土層の圧密曲線



図—4 ケース I の圧密曲線

結果である。図によると、 c_{va} が一定値のとき c_{vb} がそれより小さな値をとるにつれて層全体としての圧密速度は遅くなる。そして $c_{vb}=10^{-3} \times c_{va}$ になると圧密曲線は水平に近い接線を有した後に再び下降する。この曲線の前半部分のは $c_{vb}=c_{va} \times 10^{-12} \approx 0$ 場合と完全に一致することから、後半部分の再下降は b 層の圧密進行によるものといえよう。前項と同様に、 a 層

と b 層の c_v のオーダーが 10^3 も異なれば互に他層からは不透水層、透水層であるのと同じ影響を受けることとなる。なお図—5 の破線と鎖線には、実質的には同じ $c_v (=0)$ であるにもかかわらず約 0.03 のズレが認められるが、前項で述べた理由によって生じた計算誤差であるといえよう。

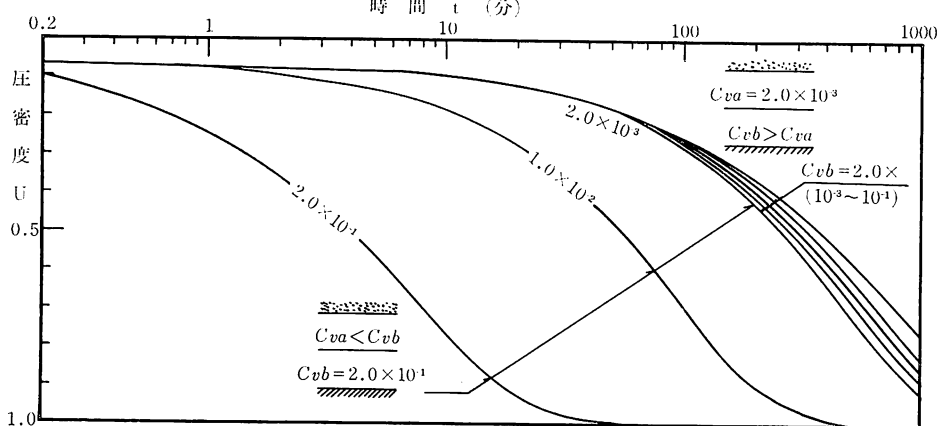


図—5 ケース II の圧密曲線

4・4 ケースⅢについて

ケースⅢは、不透水面に近い層の c_v が他層より大きい方向に、あるいは透水面に近い層の c_v が他層より小さい方向に変化する場合の計算例であり図—6 はその結果を示す。図—6 によると、不透水層に近い層の c_v が大きくなっていても圧密速度にはさほど影響を与えないが、透水面に近い層の c_v の変化は大きな影響を与える。たとえば全圧密の50%が進行する時間 t_{50} は、不透水面に近い層の c_v が100倍になっても $2/3$ にしかならないのに対し、透水面に近い層の c_v

が $1/100$ 倍になると $1/60$ にも減少する。図—5 のケースⅡの場合に戻ってみると、 a 層の c_v が大きい方向に変化しても b 層の c_v が小さい方向に変化しても圧密速度は大きく変化する。要するに、それ自身よりも難透水性の地層に挟まれた層の透水性の変化は層全体の圧密にはあまり影響を与えないということである。実際地盤において砂レキ層を透水層として判定するには、その層の水平方向の広がりのみならず、地盤の鉛直方向の構成順序を調べるなど、よほどの注意が必要であらう。



図—6 ケースⅢの圧密曲線

4・5 平均値法について

電子計算機での近似計算によらずに複層地盤の圧密速度を見積る簡易方法（いわゆる平均値法）がこれまで幾つか提案されている。たとえば i) 各層の c_v を平均する ii) $1/c_v$ を平均する iii) m_v, k の平均から c_v を計算する iv) $m_v, 1/k$ の平均から c_v を計算する v) 任意に c_v を仮定 (c_{v0}) し、各層の厚さを $\sqrt{c_{v0}/c_{vi}}$ 倍して加え合せた厚さをもつ均一層として計算するなどである²⁾。いずれも何らかの形で平均的な c_v を算出しようとするものであるが、各層ごとの数値のみを重視して層の構成順序などは考慮されていない。すなわち、ある層が複層土全体の圧密性状に及ぼす影響は隣接層の性質によらず一定であるとしている。これはケースⅡ、Ⅲの比較に見るように明らかな矛盾を含む。しかしながら平均値法は、計算の簡易性に重点を置く現場から理論的根拠の無いことを承知で直感的に生み出されたものだけに、簡易性を著しく損わない合理的な代替方法の提案がなされねばならない。この点についての考察は他の機会に譲りたい。

5. ま と め

本校の電子計算機によって2層地盤の圧密速度の計算を行なった結果、次のことがわかった。

- (1) 隣接層が透水層（あるいは不透水層）と判断するには圧密係数や透水係数が 10^3 のオーダーで異なることが必要である。
- (2) 圧密係数や透水係数のみならず層の構成順序が圧密速度に大きく影響するから(1)は十分条件ではない。

今回の計算は i) 初期間ゲキ水圧を深さ方向に等分布と仮定した ii) 圧密途中の土質の変化を考慮していない iii) 間ゲキ水圧に関する圧密度についてだけ考慮しており各層の圧縮性 m_v の違いを取り込んだヒズミに関する圧密度には触れていないなどの大きな問題を残している。合理的な簡易計算法の考察も含めて今後さらに追及していきたい。

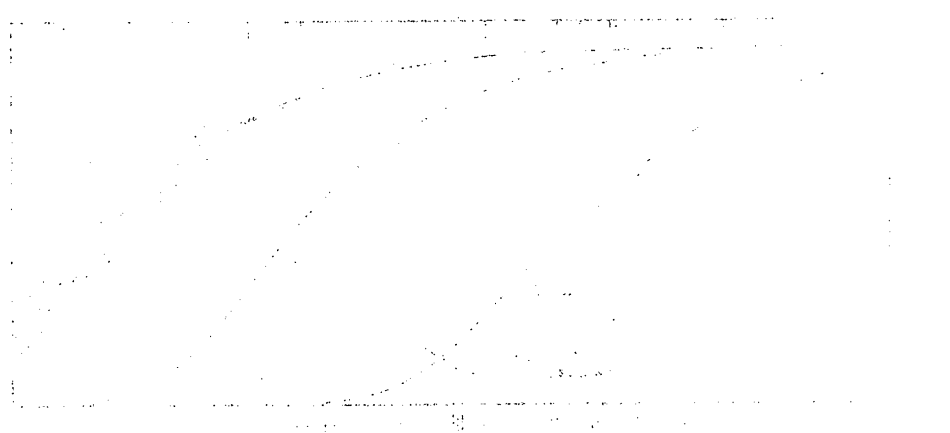
おわりに、本研究の実験面に協力された本校卒業生野宮正好、三浦隆の両君に心から感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 最上武雄編；土質力学（第4章），技報堂，昭和44年
- 2) 土質工学会編；土質工学ハンドブック（第6章），昭和40年

（昭和50年12月1日受理）

The first part of the report deals with the general situation of the country and the progress of the work. It is followed by a detailed account of the work done during the year, and a summary of the results. The report is divided into two main parts, the first of which deals with the general situation of the country and the progress of the work, and the second of which deals with the work done during the year and the results.



The second part of the report deals with the work done during the year and the results. It is followed by a summary of the results and a conclusion. The report is divided into two main parts, the first of which deals with the general situation of the country and the progress of the work, and the second of which deals with the work done during the year and the results.

The work done during the year has been very satisfactory. The results have been very good and the progress has been very rapid. The work has been done in a very efficient manner and the results have been very good. The progress has been very rapid and the work has been done in a very efficient manner.

The results of the work done during the year have been very good. The progress has been very rapid and the work has been done in a very efficient manner. The results have been very good and the progress has been very rapid.

The conclusion of the report is that the work done during the year has been very satisfactory. The results have been very good and the progress has been very rapid. The work has been done in a very efficient manner and the results have been very good.