

セル型矢板構造の側方座屈について

On Lateral Buckling of a Cell-form Structure Made-up of sheet-piles

沢 田 知 之*

能 町 純 雄**

Tomoyuki SAWADA

Sumio. G. NOMACHI

要 旨

本稿、はセル型矢板構造の側方不安定解析について考察したものであるが、矢板要素は、スパン方向にヒンジ結合され、その挙動は、偏微分、偏差分方程式であらわされる。これにフーリエ定和分変換及び有限フーリエ変換を適用して解析を進める。

Synopsis

In this paper, We take up the behaviour of the Lateral Instability Analysis about Cell-form structure made-up of sheet-piles, which are connected with one another by lengthwise hinge. It is described in partial differential and partial difference equations, which are solved by means of Fourier Integration Transforms and Finite Fourier-Sine Transforms.

Case 1. 矢板要素の中央で変位回転角を取った場合の解析

1) 任意要素における力と変位

任意の Sheet-pile 要素を取り出した図-1 より次の基本微分方程式が導かれる。

$$X_{r,r+1} + X_{r+1,r} - 2P \quad (1)$$

$$X_{r+1,r} - X_{r,r+1} = EI' \cdot \delta_{r+1}'''' \quad (2)$$

$$X_{r+1,r} = P + EI' \cdot \frac{\delta_{r+1}''''}{2} \quad (3)$$

$$X_{r,r+1} = P - EI' \cdot \frac{\delta_{r+1}''''}{2} \quad (4)$$

$$F_{r,r+1} = EI' \cdot \frac{\delta_{r+1}''''}{2} - \frac{GJ}{\lambda} \cdot \dot{\theta}_{r+1} \quad (5)$$

$$F_{r+1,r} = EI' \cdot \frac{\delta_{r+1}''''}{2} + \frac{GJ}{\lambda} \cdot \dot{\theta}_{r+1} \quad (6)$$

ここで

EI' : 矢板の断面方向の曲げ剛性 ($\text{kg} \cdot \text{cm}$)

EI : 矢板の曲げ剛性 ($\text{kg} \cdot \text{cm}^2$)

δ'_{r+1} : 水平方向変位 (cm) $\delta'''' = \frac{\partial^4 \delta}{\partial x^4}$

δ_{r+1} : 鉛直方向変位 (cm) $\theta'''' = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$

θ_{r+1} : 部材回転角

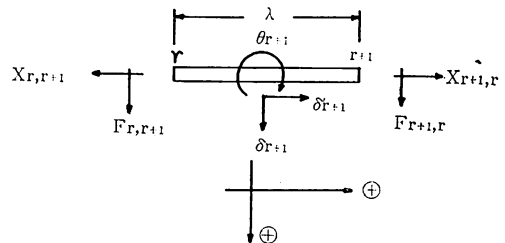


図-1

* 助教授 土木工学科

** 教授 北海道大学工学部土木工学科

2) 節点での力の釣り合い方程式

図-2 より節点での力の釣り合いを求めると

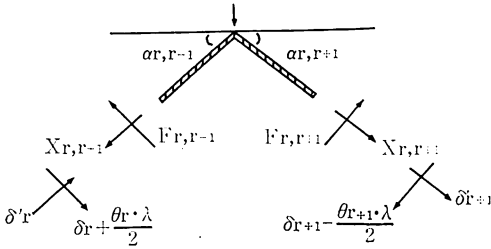


図-2

$\sum H = 0$ より,

$$X_{r,r+1} \cdot \cos \alpha_{r,r+1} + F_{r,r+1} \cdot \sin \alpha_{r,r+1} - X_{r,r-1} \cdot \cos \alpha_{r,r-1} - F_{r,r-1} \cdot \sin \alpha_{r,r-1} = 0 \quad (7)$$

$\sum V = 0$ より,

$$X_{r,r-1} \cdot \sin \alpha_{r,r-1} - F_{r,r-1} \cdot \cos \alpha_{r,r-1} + X_{r,r+1} \cdot \sin \alpha_{r,r+1} - F_{r,r+1} \cdot \cos \alpha_{r,r+1} = 0 \quad (8)$$

一方、適合条件より次の (9) (10) の 2 式が導かれる。

$$\delta'_r \cdot \cos \alpha_{r,r-1} + \left(\delta_r + \frac{\theta_r \cdot \lambda}{2}\right) \cdot \sin \alpha_{r,r-1} = \delta'_{r+1} \cdot \cos \alpha_{r,r+1} + \left(\delta_{r+1} - \frac{\theta_{r+1} \cdot \lambda}{2}\right) \cdot \sin \alpha_{r,r+1} \quad (9)$$

$$-\delta'_r \cdot \sin \alpha_{r,r-1} + \left(\delta_r + \frac{\theta_r \cdot \lambda}{2}\right) \cdot \cos \alpha_{r,r-1} = -\delta'_{r+1} \cdot \sin \alpha_{r,r+1} + \left(\delta_{r+1} - \frac{\theta_{r+1} \cdot \lambda}{2}\right) \cdot \cos \alpha_{r,r+1} \quad (10)$$

ここで

$$\alpha_{r,r+1} = \alpha + \theta_{r+1} \quad (11)$$

$$\alpha_{r,r-1} = \alpha - \theta_r \quad (12)$$

又 θ は微小故、

$$\cos \theta = 1$$

$$\sin \theta = \theta$$

(9) (11) (12) より

$$\begin{aligned} & \delta'_r \cdot (\cos \alpha + \theta_{r+1} \cdot \sin \alpha) \\ & + \left(\delta_r + \frac{\theta_r \cdot \lambda}{2}\right) \cdot (\sin \alpha - \cos \alpha \cdot \theta_r) \\ & = \delta'_{r+1} (\cos \alpha + \theta_{r+1} \cdot \sin \alpha) \\ & - \left(\delta_{r+1} - \frac{\theta_{r+1} \cdot \lambda}{2}\right) \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \theta_{r+1}) \\ \therefore \cos 2\alpha \cdot \Delta \delta'_r - \sin \alpha \cdot \nabla \delta_r + \sin \alpha \cdot \frac{\lambda}{2} \Delta \theta_r & = 0 \quad (13) \end{aligned}$$

(10) (11) (12) より

$$\begin{aligned} & -\delta'_r \cdot (\sin \alpha - \theta_r \cdot \cos \alpha) + \\ & + \left(\delta_r + \frac{\theta_r \cdot \lambda}{2}\right) \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \theta_r) \end{aligned}$$

$$= \delta'_{r+1} (\sin \alpha + \theta_{r+1} \cdot \cos \alpha)$$

$$+ \left(\delta_{r+1} - \frac{\theta_{r+1} \cdot \lambda}{2}\right) \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha \cdot \theta_{r+1})$$

$$\therefore \sin \alpha \cdot \nabla \delta'_r + \cos \alpha \cdot \Delta \delta_r - \cos \alpha \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \nabla \theta_r = 0 \quad (14)$$

3) 境界条件及び固有値 (座屈荷重) の決定

いま、各節点には等圧力が作用するから

$\delta'_r = 0$ を考慮して

$$-\nabla \delta_r + \frac{\lambda}{2} \cdot \Delta \theta_r = 0 \quad (15)$$

$$\Delta \delta_r - \frac{\lambda}{2} \nabla \theta_r = 0 \quad (16)$$

よって $\theta_r = 0$ から P は求まらないから

$$\delta_r = 0 \quad (17)$$

$$\therefore \theta_{r+1} - \theta_r = 0 \quad \text{or} \quad \theta_{r+1} + \theta_r = 0 \quad (18)$$

(18) より、

$$\theta_r = -\theta_r \text{ のみ解を与える} \quad (19)$$

又、ここで

$$\nabla f(r) = f(r+1) + f(r)$$

$$\Delta f(r) = f(r+1) - f(r) \text{ を表わす。}$$

一方、(7) と (3)~(6) 及び (17) (19) より水平方向の釣り合いはとれている故、(8) と (3)~(6) 及び (17) (19) より

$$(P - EI' \cdot \frac{\delta''_{r+1}}{2})(\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \theta_{r+1})$$

$$- (EI' \cdot \frac{\delta''_{r+1}}{2} - \frac{GJ}{\lambda} \cdot \dot{\theta}_{r+1}) \times (\cos \alpha - \sin \alpha \cdot \theta_{r+1})$$

$$+ (P EI' \cdot \frac{\delta''_r}{2})(\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \theta_r)$$

$$- (EI' \cdot \frac{\delta''_r}{2} + \frac{GJ}{\lambda} \cdot \dot{\theta}_r) (\cos \alpha - \sin \alpha \cdot \theta_r)$$

$$= 2P \cdot \sin \alpha \quad (20)$$

$$\text{故に } P \cdot \theta_r + \frac{GJ}{\lambda} \cdot \dot{\theta}_r = 0 \quad (21)$$

よって (21) に有限 Fourier-Sine 変換を施して整理すると、

$$\begin{aligned} & P \cdot \widetilde{\theta}_r + \frac{GJ}{\lambda} \left[-\left(\frac{m\pi}{\ell}\right) \left\{ \theta_r(\ell) \cdot (-1)^m - \theta_r(0) \right\} \right] \\ & - \left(\frac{m\pi}{\ell}\right)^2 \cdot \widetilde{\theta}_r = 0 \quad (22) \end{aligned}$$

$$\widetilde{\theta}_r = \int_0^\ell \theta_r \cdot \sin \frac{m\pi}{\ell} x \cdot dx$$

いま $x=0$, ℓ 端で Simple-Support とすると、

$$\theta_r(\ell) = \theta_r(0) = 0$$

$$\text{故に } P = \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 \cdot \frac{GJ}{\lambda} \quad (2)$$

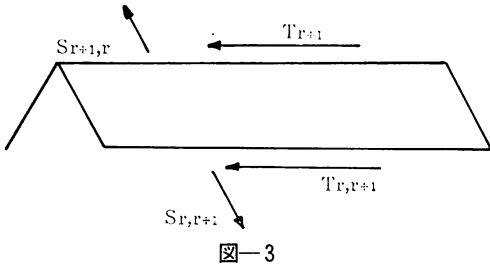
よって、これは矢板枚数が偶数時にのみ側方不安定現象が生じることを示し、セル型構造を成す矢板数を

多くする程増大の傾向を表わすものである。即ち矢板幅入の小さいもの程、座屈荷重が大なることと相通ずる。

Case2 2. 矢板要素の節点で変位回転角を取った場合の解析

1) 基本式の誘導

図—3 より変位剪断方程式は

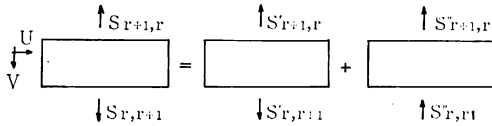


図—3

$$T_{r+1,r} = \frac{N \cdot \lambda}{6} (2\ddot{U}_{r+1} + \ddot{U}_r) + \frac{\nu N}{2} (\dot{V}_r - \dot{V}_{r+1}) + \frac{Gt}{2} (\dot{V}_{r+1} + \dot{V}_r) + \frac{Gt}{\lambda} (U_r - U_{r+1}) \quad (1)$$

$$T_{r,r+1} = \frac{N \nu}{6} (2\ddot{U}_{r+1} + \ddot{U}_r) + \frac{\nu N}{2} (\dot{V}_r - \dot{V}_{r+1}) - \frac{Gt}{2} (\dot{V}_{r+1} + \dot{V}_r) - \frac{Gt}{\lambda} (U_r - U_{r+1}) \quad (2)$$

又、図—4 より



図—4

$$S'_{r+1,r} = \frac{Et}{1-\nu^2} \left(\frac{\dot{V}_{r+1} - \dot{V}_r}{\lambda} + \nu \cdot \dot{U} \right) \quad (3)$$

$$S''_{r+1,r} = \frac{EI'}{2} (\ddot{V}_r + \ddot{V}_{r+1}) \quad (4)$$

$$S_{r+1,r} = S_{r+1,r} + S_{r+1,r} \quad (5)$$

$$S_{r,r+1} = S'_{r,r+1} - S''_{r,r+1} \quad (6)$$

ここで $N = \frac{Et}{1-\nu^2}$ ν : ポアソン比

一方

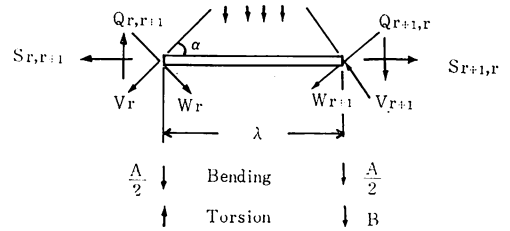
$$\dot{V}_{r+1} = V_{r+1} \cdot \cos \alpha + w_{r+1} \cdot \sin \alpha \quad (7)$$

$$\dot{V}_r = V_r \cdot \cos \alpha - w_r \cdot \sin \alpha \quad (8)$$

$S'_{r,r+1}$ と $S''_{r,r+1}$ は (3) (4) の r を 1 つずらすとよい。

2) 矢板要素における基本微分方程式

図—5 より



図—5

$$EI \left\{ \frac{\ddot{w}_r + \ddot{w}_{r+1}}{2} \cos \alpha - \frac{\ddot{V}_{r+1} - \ddot{V}_r}{2} \sin \alpha \right\} = Q_{r+1,r} - Q_{r,r+1} + P \cdot \lambda \quad (9)$$

$$-GJ \left\{ \frac{\ddot{w}_{r+1} - \ddot{w}_r}{\lambda} \cos \alpha + \frac{\dot{V}_{r+1} + \dot{V}_r}{\lambda} \sin \alpha \right\} = \frac{\lambda}{2} (Q_{r+1,r} + Q_{r,r+1}) \quad (10)$$

よって (3) (4) (6) より

$$S_{r,r+1} = \frac{Et}{\lambda} \left\{ (V_{r+1} - V_r) \cdot \cos \alpha + (w_{r+1} + w_r) \cdot \sin \alpha \right\} + \frac{EI'}{2} \left\{ (\ddot{V}_{r+1} + \ddot{V}_r) \cdot \cos \alpha + (\ddot{w}_{r+1} - \ddot{w}_r) \cdot \sin \alpha \right\} \quad (11)$$

(3) (4) (5) より

$$S_{r,r-1} = \frac{Et}{\lambda} \left\{ (V_r - V_{r-1}) \cdot \cos \alpha \right. \\ \left. + (w_r + w_{r-1}) \cdot \sin \alpha \right\} \\ - \frac{EI}{2} \left\{ (\ddot{V}_r + \ddot{V}_{r-1}) \cdot \cos \alpha \right. \\ \left. + (\ddot{w}_r - \ddot{w}_{r-1}) \cdot \sin \alpha \right\} \quad (12)$$

ここで $U=0$ とおいてある。

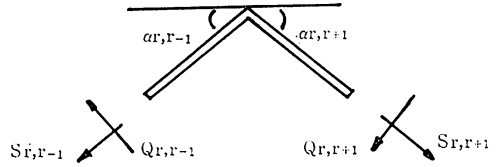
一方, (9) (10) より

$$Q_{r,r+1} = -\frac{EI}{4} \left\{ (\ddot{w}_r + \ddot{w}_{r-1}) \cdot \cos \alpha \right. \\ \left. - (\ddot{V}_{r+1} - \ddot{V}_r) \cdot \sin \alpha \right\} \\ - \frac{GJ}{\lambda^2} \left\{ (\dot{w}_{r+1} - \dot{w}_r) \cdot \cos \alpha \right. \\ \left. + (\dot{V}_{r+1} + \dot{V}_r) \cdot \sin \alpha \right\} - \frac{P\lambda}{2} \quad (13)$$

$$Q_{r,r-1} = \frac{E}{4} \left\{ (\ddot{w}_r + \ddot{w}_{r-1}) \cdot \cos \alpha \right. \\ \left. - (\ddot{v}_r - \ddot{v}_{r-1}) \cdot \sin \alpha \right\} \\ - \frac{GJ}{\lambda^2} \left\{ (\dot{w}_r - \dot{w}_{r-1}) \cdot \cos \alpha \right. \\ \left. + (\dot{V}_r + \dot{V}_{r-1}) \cdot \sin \alpha \right\} + \frac{P\lambda}{2} \quad (14)$$

3) 節点での力の均り合いとフーリエ変換

図—6より



図—6

$\sum H=0$ より

$$-S_{r,r+1} \cdot \cos \alpha_{r,r+1} + Q_{r,r+1} \cdot \sin \alpha_{r,r-1} \\ + S_{r,r-1} \cdot \cos \alpha_{r,r-1} + Q_{r,r-1} \cdot \sin \alpha_{r,r-1} = 0 \quad (15)$$

$\sum V=0$ より

$$S_{r,r+1} \cdot \sin \alpha_{r,r+1} + Q_{r,r+1} \cdot \cos \alpha_{r,r+1} \\ + S_{r,r-1} \cdot \sin \alpha_{r,r-1} - Q_{r,r-1} \cdot \cos \alpha_{r,r-1} = 0 \quad (16)$$

ここで

$$\alpha_{r,r+1} = \alpha + \frac{w_{r+1} - w_r}{\lambda} \quad (17)$$

$$\alpha_{r,r-1} = \alpha - \frac{w_{r+1} - w_r}{\lambda} \quad (18)$$

$$\text{又 } \theta \doteq \frac{w_{r+1} - w_r}{\lambda} \div 0$$

$$\cos \theta = 1$$

$$\sin \theta = \theta \quad \text{である。}$$

よって (15) において (11) (12) および (13) (14) を代入し, 変位の 2 乗を無視すると, 次の如く示される。

$$\therefore -\frac{Et}{\lambda} \cdot \cos \alpha \left\{ (V_{r+1} - 2V_r + V_{r-1}) \cdot \cos \alpha + (w_{r+1} - w_{r-1}) \cdot \sin \alpha \right\} \\ - \frac{EI}{2} \cdot \cos \alpha \left\{ (\ddot{V}_{r+1} + 2\ddot{V}_r + \ddot{V}_{r-1}) \cdot \cos \alpha + (\ddot{w}_{r+1} - \ddot{w}_{r-1}) \cdot \sin \alpha \right\} \\ + \frac{EI}{4} \cdot \sin \alpha \left\{ (\ddot{V}_{r+1} - 2\ddot{V}_r + \ddot{V}_{r-1}) \cdot \sin \alpha - (\ddot{w}_{r+1} - \ddot{w}_{r-1}) \cdot \cos \alpha \right\} \\ - \frac{GJ}{\lambda^2} \cdot \sin \alpha \left\{ (\dot{V}_{r+1} + 2\dot{V}_r + \dot{V}_{r-1}) \cdot \sin \alpha + (\dot{w}_{r+1} - \dot{w}_{r-1}) \cdot \cos \alpha \right\} - P \cdot \cos \alpha (w_{r+1} - w_r) = 0 \quad (19)$$

$$\text{今ここで} \quad V_r = \sum_i V_i \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} r, \quad w_r = \sum_i w_i \cdot \cos \frac{2\pi i}{n} r$$

$$V_{r\pm 1} = \sum_i V_i \left(\sin \frac{2\pi i}{n} r \cdot \cos \frac{2\pi i}{n} \pm \cos \frac{2\pi i}{n} r \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \right)$$

$$w_{r\pm 1} = \sum_i w_i \left(\cos \frac{2\pi i}{n} r \cdot \cos \frac{2\pi i}{n} \mp \sin \frac{2\pi i}{n} r \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \right) \quad \text{とおくと}$$

(19) は次の如く整理できる。

$$\begin{aligned}
 & -\frac{Et}{\lambda} \cdot \cos \alpha \left[\sum_i V_i \cdot \left(\cos \frac{2\pi i}{n} - 1 \right) \cdot \cos \alpha + \sum_i w_i \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \cdot \sin \alpha \right] \\
 & -\frac{EI'}{2} \cdot \cos \alpha \left[\sum_i \ddot{V}_i \cdot \left(\cos \frac{2\pi i}{n} + 1 \right) \cdot \cos \alpha - \sum_i w_i \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \cdot \sin \alpha \right] \\
 & +\frac{EI}{4} \cdot \sin \alpha \left[\sum_i \ddot{V}_i \cdot \left(\cos \frac{2\pi i}{n} - 1 \right) \cdot \sin \alpha + \sum_i \ddot{w}_i \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \cdot \cos \alpha \right] \\
 & -\frac{GJ}{\lambda^2} \cdot \sin \alpha \left[\sum_i \dot{V}_i \cdot \left(\cos \frac{2\pi i}{n} + 1 \right) \cdot \sin \alpha - \sum_i \dot{w}_i \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \cdot \cos \alpha \right] \\
 & -\frac{P}{2} \cdot \cos \alpha \left[\sum_i w_i \cdot \cot \frac{2\pi i}{n} \lambda \cdot \left(\cos \frac{2\pi i}{n} - 1 \right) - \sum_i w_i \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \right] = 0
 \end{aligned} \tag{20}$$

今 (20) に Fourier-Sine 変換を施し、整理すると次の如くである。

$$\begin{aligned}
 \text{尚、} \quad \int_0^\ell \dot{V}_i(x) \cdot \sin \frac{m\pi}{\ell} x \, dx &= \left(-\frac{m\pi}{\ell} \right) \left\{ V_i(\ell) \cdot (-1)^m - V_i(0) \right\} - \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 \cdot \widetilde{V}_i(x) \\
 \int_0^\ell \ddot{V}_i(x) \cdot \sin \frac{m\pi}{\ell} x \, dx &= \left(-\frac{m\pi}{\ell} \right) \left\{ \dot{V}_i(\ell) \cdot (-1)^m - \dot{V}_i(0) \right\} \\
 &+ \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^3 \left\{ V_i(\ell) \cdot (-1)^m - V_i(0) \right\} + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 \cdot \widetilde{V}_i(x)
 \end{aligned}$$

$$\text{ここで} \quad \widetilde{V}_i(x) = \int_0^\ell V_i(x) \cdot \sin \frac{m\pi}{\ell} x \cdot dx$$

$w(x)$ についても上記と同様

$$\begin{aligned}
 \text{故に} \quad \widetilde{V}_i(x) & \left\{ \left(\cos \frac{2\pi i}{n} - 1 \right) \left(-\frac{Et}{\lambda} \cdot \cos^2 \alpha + -\frac{EI}{4} \sin^2 \alpha \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 \right) \right. \\
 & + \left(\cos \frac{2\pi i}{n} + 1 \right) \cdot \left(\frac{m\pi}{2} \right)^2 \left(-\frac{EI'}{2} \cos^2 \alpha \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 + \frac{GJ}{\lambda} \sin^2 \alpha \right) \Big\} \\
 & + \widetilde{w}_i(x) \left\{ \sin \frac{2\pi i}{n} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \left(\frac{Et}{\lambda} + \frac{EI}{2} \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 + \frac{EI}{4} \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 - \frac{GJ}{\lambda^2} \left(\frac{m\pi}{n} \right)^2 \right) \right. \\
 & - \frac{P}{2} \cos \alpha \cot \frac{2\pi i}{n} \cdot \left(\cos \frac{2\pi i}{n} - 1 \right) - \sin \frac{2\pi i}{2} \Big\} \\
 & - \frac{EI}{2} \cos \alpha \cdot \left(\left(\left(-\frac{m\pi}{\ell} \right) \left[\dot{V}_i(\ell) \cdot (-1)^m - \dot{V}_i(0) \right] + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^3 \left[V_i(\ell) \cdot (-1)^m - V_i(0) \right] \right) \right. \\
 & \quad \times \left(\cos \frac{2\pi i}{n} - 1 \right) \cdot \cos \alpha + \left\{ \left(-\frac{m\pi}{\ell} \right) \left[\dot{w}_i(\ell) \cdot (-1)^m - \dot{w}_i(0) \right] \right. \\
 & \quad \left. \left. + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^3 \left[w_i(\ell) \cdot (-1)^m - w_i(0) \right] \right\} \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \cdot \sin \alpha \right) \Big\} \\
 & + \frac{EI}{4} \sin \alpha \cdot \left(\left(\left(-\frac{m\pi}{\ell} \right) \left[\dot{V}_i(\ell) \cdot (-1)^m - \dot{V}_i(0) \right] + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^3 \left[V_i(\ell) \cdot (-1)^m - V_i(0) \right] \right) \right. \\
 & \quad \times \left(\cos \frac{2\pi i}{n} - 1 \right) \cdot \sin \alpha \\
 & \quad \left. + \left\{ \left(-\frac{m\pi}{\ell} \right) \cdot \left[\dot{w}_i(\ell) \cdot (-1)^m - \dot{w}_i(0) \right] + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^3 \cdot \left[w_i(\ell) \cdot (-1)^m - w_i(0) \right] \right\} \right. \\
 & \quad \left. \times \sin \frac{2\pi i}{n} \cdot \cos \alpha \right) \Big\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{GJ}{\lambda^2} \cdot \sin \alpha \cdot \left(\left(\left(-\frac{m\pi}{\ell} \right) \left[V_i(\ell) \cdot (-1)^m - V_i(0) \right] \right) \left(\cos \frac{2\pi i}{n} + 1 \right) \cdot \cos \alpha \right. \\
& \left. - \left(-\frac{m\pi}{\ell} \right) \left[w_i(\ell) \cdot (-1)^m - w_i(0) \right] \right) \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \cdot \cos \alpha \Big) = 0
\end{aligned} \quad (21)$$

よって (16) においても全く同様にして整理すると

$$\begin{aligned}
& \widetilde{V}_i(x) \cdot \left\{ \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \left(\frac{Et}{\lambda} + \frac{EI'}{2} \right) \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 + \frac{EI}{4} \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 + \frac{GJ}{\lambda^2} \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 \right\} \\
& + \widetilde{w}_i(x) \cdot \left\{ \left(\cos \frac{2\pi i}{n} - 1 \right) \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 \cdot \left(\frac{EI'}{2} \sin \alpha \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 + \frac{GJ}{\lambda^2} \cos^2 \alpha \right) \right. \\
& \left. + \left(\cos \frac{2\pi i}{n} + 1 \right) \cdot \left(\frac{Et}{\lambda} \sin^2 \alpha + \frac{EI}{4} \cos^2 \alpha \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 \right) \right\} \\
& + \frac{P}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \left\{ \left(\cos \frac{2\pi i}{n} - 1 \right) - \tan \frac{2\pi i}{n} r \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \right\} \\
& + \frac{EI'}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \left(\left(\left(-\frac{m\pi}{\ell} \right) \left[\dot{V}_i(\ell) \cdot (-1)^m - \dot{V}_i(0) \right] \right. \right. \\
& \left. \left. + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^3 \left[V_i(\ell) \cdot (-1)^m - V_i(0) \right] \right) \times \sin \frac{2\pi i}{n} \cos \alpha \right. \\
& \left. + \left(-\frac{m\pi}{\ell} \right) \left[\dot{w}_i(\ell) \cdot (-1)^m - \dot{w}_i(0) \right] + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^3 \left[w_i(\ell) \cdot (-1)^m - w_i(0) \right] \right) \times \left(\cos \frac{2\pi i}{n} - 1 \right) \cdot \sin \alpha \Big) \\
& + \frac{EI}{4} \cos \alpha \cdot \left(\left(\left(-\frac{m\pi}{\ell} \right) \left[\dot{V}_i(\ell) \cdot (-1)^m - \dot{V}_i(0) \right] \right. \right. \\
& \left. \left. + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^3 \left[V_i(\ell) \cdot (-1)^m - V_i(0) \right] \right) \times \sin \frac{2\pi i}{n} \cdot \cos \alpha \right. \\
& \left. - \left(-\frac{m\pi}{\ell} \right) \left[\dot{w}_i(\ell) \cdot (-1)^m - \dot{w}_i(0) \right] \right. \\
& \left. + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^3 \left[w_i(\ell) \cdot (-1)^m - w_i(0) \right] \right) \times \left(\cos \frac{2\pi i}{n} + 1 \right) \cdot \cos \alpha \Big) \\
& - \frac{GJ}{\lambda^2} \cos \alpha \cdot \left(\left(\left(-\frac{m\pi}{\ell} \right) \left[V_i(\ell) \cdot (-1)^m - V_i(0) \right] \right) \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \cdot \sin \alpha \right. \\
& \left. + \left(\left(+\frac{m\pi}{\ell} \right) \left[w_i(\ell) \cdot (-1)^m - w_i(0) \right] \right) \cdot \left(\cos \frac{2\pi i}{n} - 1 \right) \cdot \cos \alpha \right) \Big) = 0
\end{aligned} \quad (22)$$

故に (21) (22) より, $\widetilde{V}_i(x)$, $\widetilde{w}_i(x)$ は次の 2 次のような二元連立方程式を解くことに帰着する。

$$\begin{vmatrix} A & B(P) \\ B & E(P) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \widetilde{V}_i(x) \\ \widetilde{w}_i(x) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C \\ F \end{vmatrix} \quad (23)$$

今, $x=0$, ℓ で Simple-Support とすると, 上の 2 次の分子 $=0$ 故, Determinant $=0$ より固有値 P (座屈荷重) が求まる。

4) 数 値 計 算 例

今例として、矢板枚数 N を各々、4, 6, 8 枚の場合の軸方向長さ l の変化と座屈荷重 P との関係を図-8, 図-9, 図-10, に示す。いずれも矢板長さが大なる程、座屈荷重は小なる値を示しており、不安定要素を増す。

尚、 T (厚さ) = 0.95cm

λ (幅) = 40.0cm

I (断面 2 次モーメント = 170.0cm⁴ として計算を行なっている。

計算は、北海道大学大型電子計算機 FACMÔ230-60/75 を使用した。

図-7 に計算のフローチャートを示す

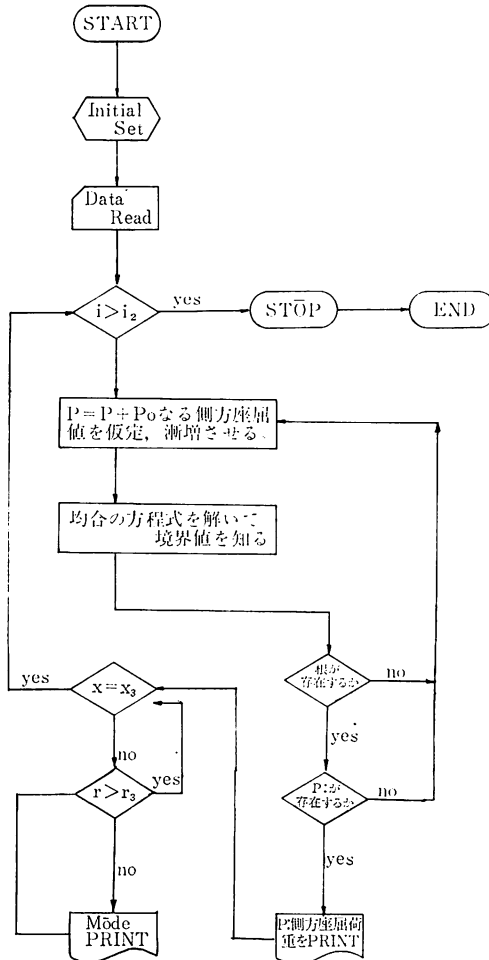
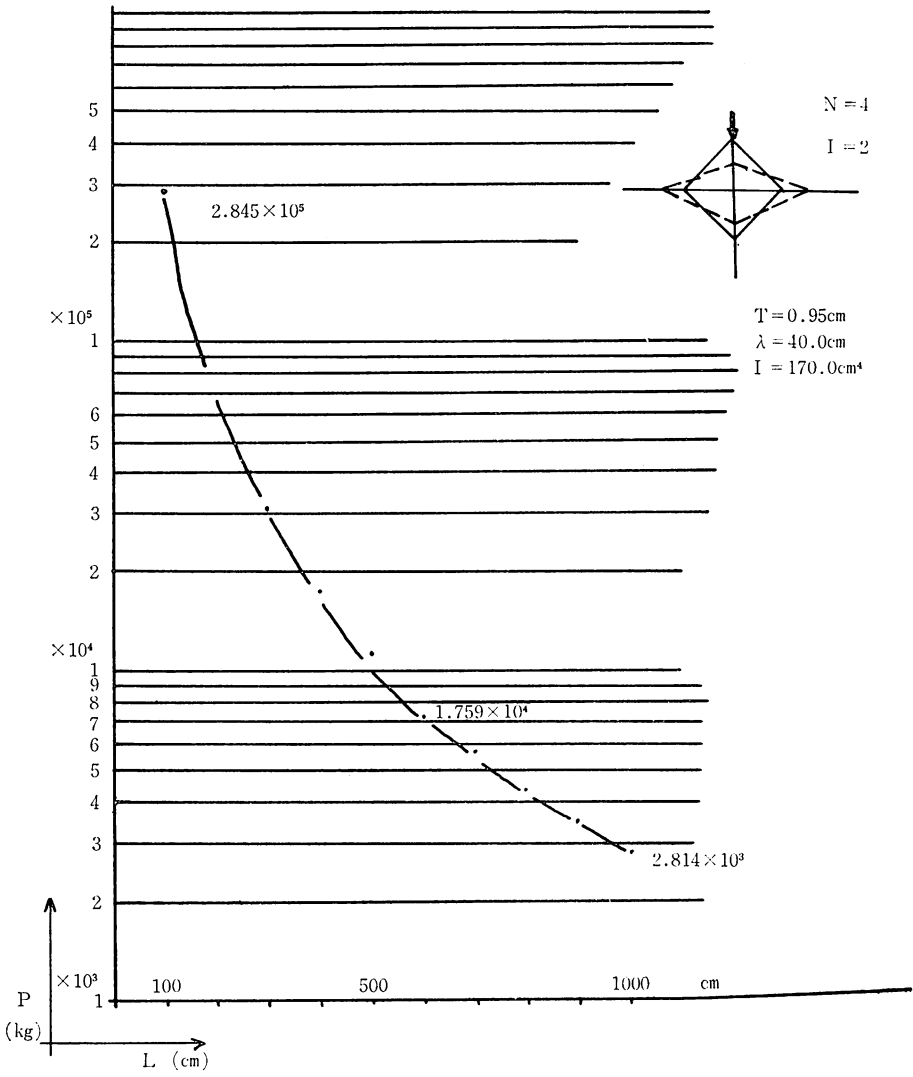
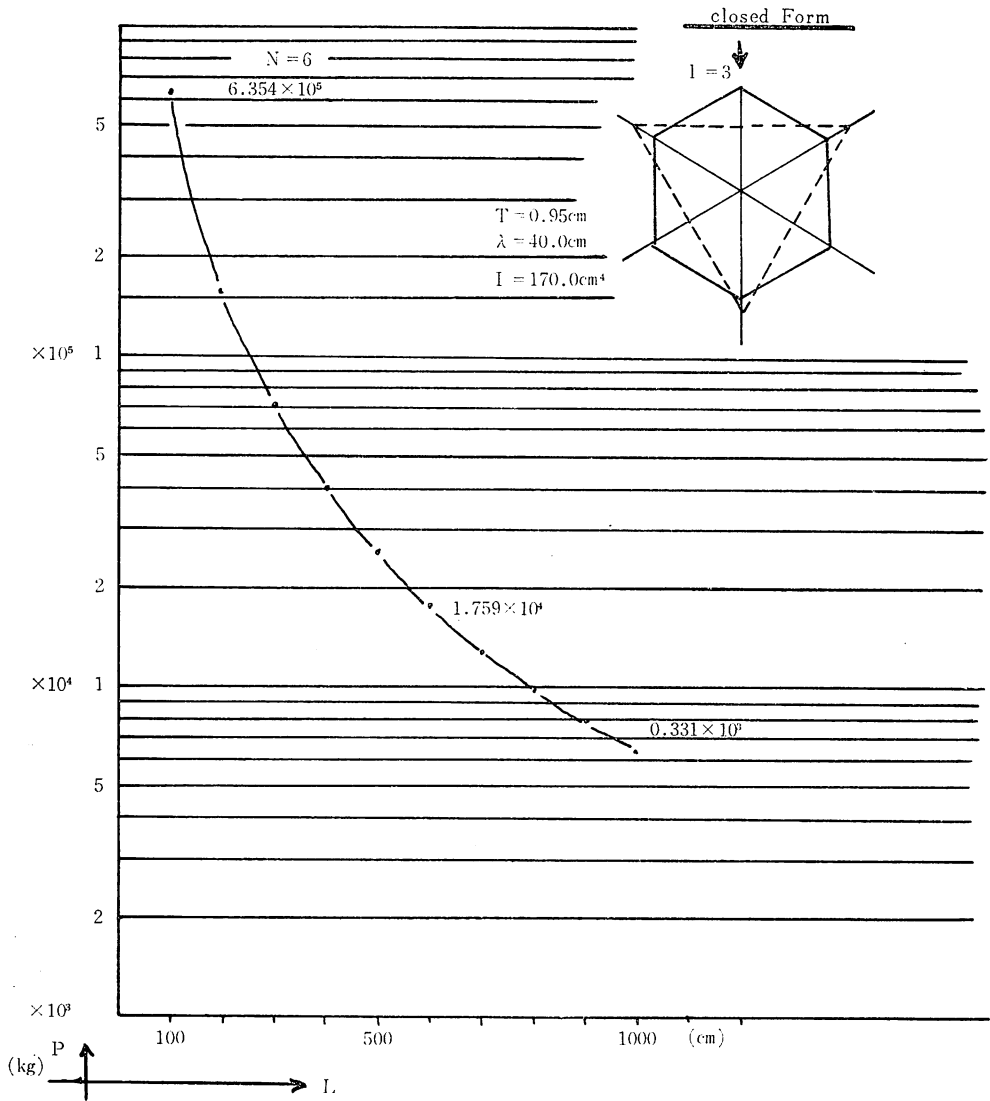


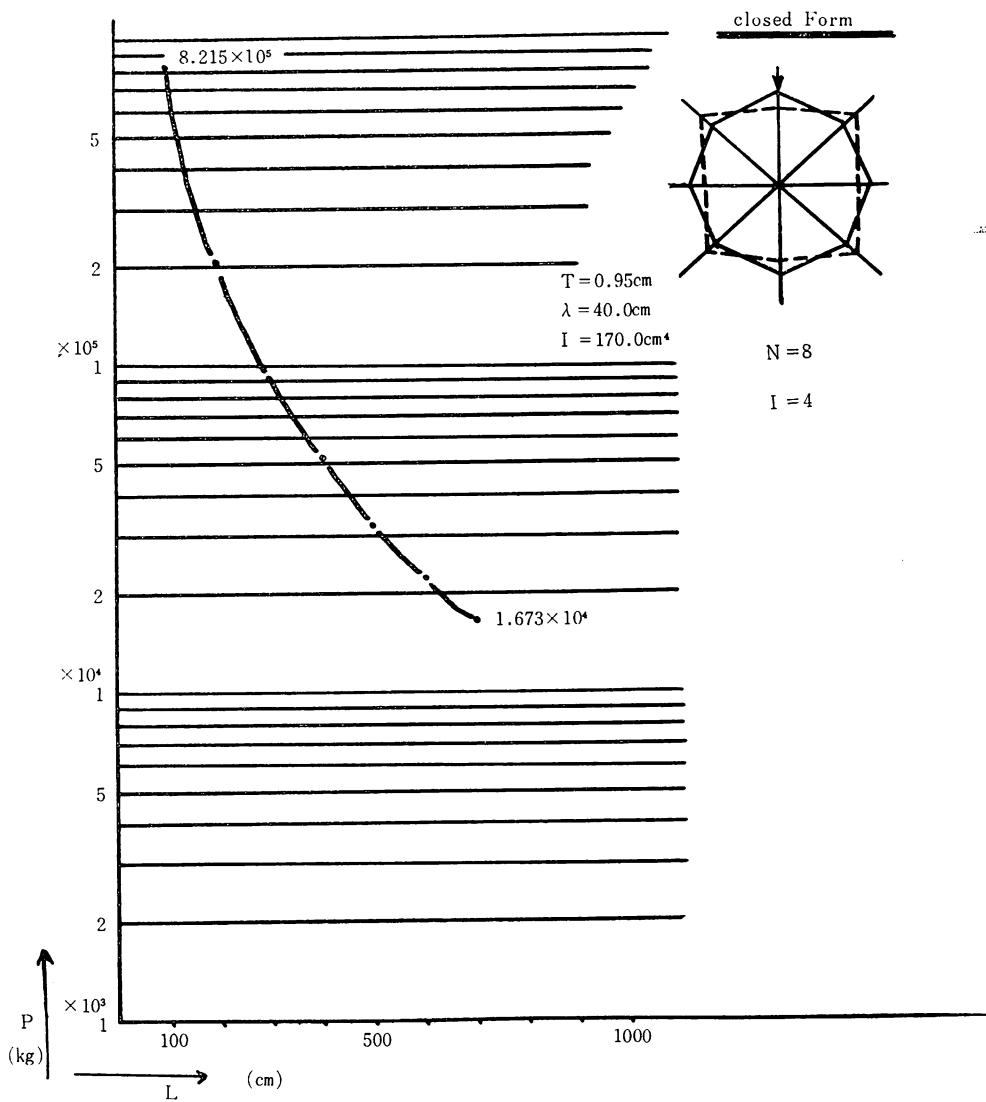
図-7



図—8



図—9



図—10

* 参 考 文 献

1. 能町・松岡・沢田：矢板の側方座屈について（土木学会第27回年次学術講演会 講演概要集Ⅰ—73）
2. 能町・松岡・沢田：セル型矢板の側方不安定解析について（土木学会第28回年次学術講演会 講演概

要集Ⅰ—5）

3. 能町・松岡・沢田：矢板の側方不安定構造解析について（土木学会北海道支部研究発表会 論文集第29号 昭和47年度）

（昭和50年11月29日受理）