道路ネットワーク構成に関する基礎的研究

桝　谷　有　三*

A Basic Study on the Road Network Design

By Yuzo MASUYA

要　旨

ある需要交通量を効率的に処理するにはどのような道路ネットワーク構成が望まれるかという問題は，今後の道路交通問題を解決してゆくうえで考えていかなければならない。

そこで，本研究はこの問題を数理計画（混合整数計画問題）的な面より考察した。

Synopsis

There is a problem that what road network design to manage effciently the traffic demand is desired. Its problem is one of the questions which must be researched to solve the future road traffic subjects.

So, in this paper auother study its problem from the aspect of mathematical programming (mixed integer programming).

1. まえがき

ネットワークフロー問題を考える場合，既存のネットワークにおいてどれ程の需要フローを流し得るかという最大フロー問題と，ある需要フローがあるときその需要フローを処理するにはどの様なネットワークを構成しなければならないかというネットワーク構成問題とがある。この問題を交通工学へ拡張すると，前者は既存の道路網でどれ程の交通量を処理できるかという道路網の容量問題であり，後者はある需要交通量があるときそれらの需要交通量を効率的に処理するにはどの様な道路網を設定しなければならないかという道路ネットワーク構成問題となる。この両者は，今後の道路交通問題を解決してゆくうえで考えてゆかなければならない課題のひとつである。本研究は，これらのうち後者の道路ネットワーク構成問題について考察するものである。後者の実際的な応用として次の様な問題が考えられる。

a）ある需要交通量を効率的に処理するための道路網新設計画，あるいは既存の道路網の改良計画

b）既存の道路網の交通処理能力を高めるための各種交通規制（一方通行規制・左右折禁・転回禁止等）をどの様に運用するかという道路網運用計画

c）冬期積雪のみられる都市において，限られた除雪体制の下でいかに効率的な除雪路線網を設定するかという最適除雪路線網計画

勿論，これらの問題を考える際には単に需要交通量を効率的に処理するということだけでなく，交通事故，交通騒音・振動および排気ガスによる環境悪化，さらには地域住民の良好な生活環境の保持等を十分配慮していかなければならない。

これらの問題に対するアプローチとしておおまかに分けて2つの方法がある。1つは具体的な問題に対する適用性を欠いているが，最適解を得るための方法論を開発するものである。他の1つは理論的正確さは欠いているが，具体的な問題に対する適用性を考慮したアルゴリズムを開発する方法である。前者には，Scott,[1] Hershdorfer[2] 等の整数計画問題，混合整数計画問題として定式化して分岐限界法等を用いて解く方法がある。後者には，Scott,[1] Bellheimer,[2] 佐佐木,[3] 飯田等[4] のForward法，Backward 法あるいは Backtrack 法，さらにはこれらの方法に類似した手法を用いたアルゴリズムが種々提案されている。後者においてはともかくとしても，前者においてもかならずしもアークとアーク交通量（フロー）との関係，すなわちアークの必要車線数，交通容量制限とアーク交通量あるいは可能アーク交通量との関係が明確に述べられていない。

* 助手　土木工学科

これらの事を考慮して，本研究は道路ネットワーク構成に関する概念的な構造，特にアークとアーク交通量との関係を把握する事を目的とするため，前述の種々の問題のうち主に道路網計画について前者の方法より考察するものである。従って，本問題はある需要交通量を効率的に処理するにはどのような道路ネットワークを構成すれば，ある制約条件の下である目的関数（評価基準）を最大なり最小にするかとなる。そうすると，本問題はアークに関する変数と交通量に関する変数とを考慮した混合整数計画問題として定式化され，分岐限界法（Branch and Bound method）により解法を試みた。さらに定式化にあたって，交通量に関する変数としは交通量配分手法において用いられているアークフローとルートフローとを考えた。

2. 道路ネットワーク構成モデルの定式化[5),6),7)]

いま，ある与えられた計画可能な最大道路網を n 個のノード（交通発着点）($n_i \in N$) とノード間を結合する m 個のアーク（道路）($a_{ij} \in A$) をもつ有向グラフ G (N, A) にモデル化する。さらに，この道路網上に各ノード間の OD 交通量が q 個存在するものとして，各 OD 交通ごとに番号をつけ第 k 番目の OD交通量をと V_k する。

次に，与えられた最大道路網のノード間の接続関係を示す隣接行列（Adjacency Matrix）を $\boldsymbol{A}$ とする。そうすると，この行列 $\boldsymbol{A}$ の要素 a_{ij} は

$$\boldsymbol{A}=[a_{ij}]_{m\times m}$$

$$a_{ij}=\begin{cases}1 ; \text{ノード } i \text{ ノード } j \text{ が結ばれているとき} \\ 0 ; \text{そうでないとき}\end{cases} \tag{1}$$

最大道路網を構成するとき1をとり，そうでないとき0をとる。従って，この1をとるアークの集合が A となる，さらに，最大道路網より探索されたある道路網を構成するために必要な各アークの車線数 x_{ij} を要素とす行列 $\boldsymbol{X}$ を (2) 式で表わす。そうすると，要素 x_{ij} は

$$\boldsymbol{X}=[x_{ij}]_{m\times m}$$

$$x_{ij}=\begin{cases}0 \text{ または任意の整数} ; a_{ij}=1 \text{ のとき} \\ 0 \qquad ; a_{ij}=0 \text{ のとき}\end{cases} \tag{2}$$

(2)式の条件の下であるアーク a_{ij} がある探索された道路網を構成するとき任意の整数をとり，構成しないとき0をとる整変数と考える。

このような前提の下で，以下交通量に関する変数としてアークフロー及びルートフローを用いた場合の定式化について考察する。

1) アークフローによる定式化

アークフローは，各 OD 交通が経由する道路区間の交通量である。従って，各 OD 交通ごとにアークフローを区別し第 k 番目の OD 交通のあるアーク a_{ij}のアークフローを $Y_{ij}{}^k$ とする。そうすると，あるアーク a_{ij} の区間交通量 X_{ij} は(3)式のようにそのアークを経由する各 OD 交通のアークフロー $Y_{ij}{}^k$ の和となる。

$$X_{ij}=\sum_{k=1}^{q} Y_{ij}{}^k \tag{3}$$

このアークフロー $Y_{ij}{}^k$ を用いて定式化を行なうと，まず制約条件として次の様なものが考えられる。

a）すべてのアークフロー $Y_{ij}{}^k$ は非負という条件

$$Y_{ij}{}^k \geqq 0 \quad \begin{pmatrix} k=1, 2, \ldots q \\ ij=1, 0, \ldots m \end{pmatrix} \tag{4}$$

b）OD 交通量の連続条件

すべての OD 交通は連続して流れ中間で消滅しないという条件。

$$\sum_j (Y_{ij}{}^k - Y_{ji}{}^k)=\begin{cases} V_k \ (i \text{ が発ノードのとき}) \\ -V_k \ (i \text{ が着ノードのとき}) \\ 0 \ (i \text{ が通過ノードのとき}) \end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{pmatrix} k=1, 2, \ldots, q \\ i=1, 2, \ldots, n-1 \end{pmatrix}$$

c）整変数 x_{ij} に関する条件

アーク a_{ij} が単にある探索された道路網を構成するかどうかを表わす場合，あるいは各アークが片側1車線しか建設可能でない場合 x_{ij} は(6)式で示されるように0か1の値しか取りえない。車線数を考慮する

$$x_{ij}=0 \text{ または } 1 \tag{6}$$

と2以上の整数値をも取りうることができるので(7)式となる。さらに，建設可能な車線数（2車線以上）が

$$x_{ij}=0 \text{ または任意の整数} \tag{7}$$

制限されている場合には(8)式となる。従って，(7)式は

$$0 \leqq x_{ij} \leqq \text{建設可能な車線数} \tag{8}$$

各アークの車線数が制限されていない場合と考えられる。

d）各アークの交通容量制限に関する条件

この条件式で連続変数であるアークフロー $Y_{ij}{}^k$ と整変数（離散変数）である x_{ij} との関係が示される。この(9)式が前述したアークとアークフローとの関係を明確に示している。たとえば，あるアーク a_{ij} が建

$$X_{ij}=\sum_{k=1}^{q}Y_{ij}{}^{k}\leqq C_{ij}\cdot x_{ij}(ik=1,2,\ldots,m) \tag{9}$$

設されないとき（$x_{ij}=0$）明きらかに各 OD 交通のアークフロー $Y_{ij}{}^k$ は0となる。また，(6)あるいは(8)式が制約条件として考えられるとき(9)式は容量制限となり，(7)式が考えられるときは左辺のアーク区間交通量から必要車線数 x_{ij} を求めることができる。このように，ある目的関数が設定されたときその目的関数を最大なり最小にするように(9)式の左辺，右辺が相互に係わりながら，あるアーク a_{ij} の各 OD 交通のアークフローとそのアークの必要車線数が求められる。(9)式における C_{ij} は，問題を簡単にするため交通容量は車線数に比例するとして1車線当りの交通容量とする。

e）総道路建設費用（M）あるいは総道路建設距離（L）に関する条件

道路計画に投資される費用には限界があり，従ってこの限られた費用の中で効率的な道路ネットワーク構成が望まれる。簡単にアーク a_{ij} の建設費 M_{ij} が車線数に比例することとした場合は(10)式で，車線数とともに段階的に増加するとした場合には(11)式で表わされ

$$\sum_{ij=1}^{m}M_{ij}\cdot x_{ij}\leqq M \tag{10}$$

$$\sum_{ij=1}^{m}(M_{ij}+\alpha_{ij}(x_{ij}-1))\leqq M \tag{11}$$

α_{ij}；アーク a_{ij} を1車線増加させるのに必要な建設費用

る。さらに，この建設費用の限界を(12)式で示される総道路建設距離で表わすこともできる。ここで，d_{ij} は

$$\sum_{ij=1}^{m}d_{ij}\cdot x_{ij}\leqq L \tag{12}$$

アーク a_{ij} の距離を示す。

f）総走行台時間（TT）及び総走行台（TD）に関する条件

総走行台時間は，(13)式で示されるように道路ネットワークの各アークの区間交通量とそのアークの走行時間 t_{ij} との積を全リンクに対して合計したものである。これは，道路ネットワーク全体で各 OD 交通によ

$$\sum_{ij=1}^{m}t_{ij}\cdot X_{ij}=\sum_{k=1}^{q}\sum_{ij=1}^{m}t_{ij}\cdot Y_{ij}{}^{k}\leqq TT \tag{13}$$

ってなされる時間的損失を表わしている。それ故，その値は小さい方がよく，道路利用者側から道路ネットワークを評価する際の重要な指標の一つとされている。従って，各 OD 交通の走行便益を考慮すると，ある探索された道路ネットワークの総走行台時間はある制限値以内であることが望まれる。(14)式の総走行台距離は，(13)式のアークの走行時間の代りにアークの走行距離を用いたものである。これは，前述と同様に利

$$\sum_{ij=1}^{m}d_{ij}\cdot X_{ij}=\sum_{k=1}^{q}\sum_{ij=1}^{m}d_{ij}\cdot Y_{ij}{}^{k}\leqq TD \tag{14}$$

用者側の走行便益を考慮する場合に考えられる。さらに，総走行台距離が排気ガスによる大気汚染に関係すると考えると，自動車が広域的に地域に及ぼす環境悪化をある制限以内におさえる場合にも考えることができる。

次に目的関数（評価基準）について考えると，前述のe），f）で述べた(10)～(14)の各式がそれ自身制約条件として考慮されていないとき，(10)～(14)の各式が目的関数としてなりえる。これらの各式は，道路利用者側及び道路建設側のそれぞれの立場のみを考慮した場合の目的関数である。従って，(15)あるいは(16)式で示される両者の均衡を考えた総費用 T_1，T_2（道路利用者の年間費用＋年間道路費用）も目的関数として考えられよう。

$$T_1=365\cdot k\cdot \mathrm{U}\cdot\sum_{ij=1}^{m}X_{ij}\cdot t_{ij}+K\cdot\sum_{ij=1}^{m}M_{ij}\cdot x_{ij} \tag{15}$$

$$T_2=365\cdot k\cdot \mathrm{U}\cdot\sum_{ij=1}^{m}X_{ij}\cdot t_{ij}+K\cdot\sum_{ij=1}^{m}(M_{ij}+\alpha_{ij}(1-x_{ij})) \tag{16}$$

ここで

k；単位時間交通量を年平均日交通量に換算するための係数

U；単位時間・台当りの道路利用者費用（円/時間・台

K；道路の耐用年数と利子率によって算定される資本回収

係数

前述のように道路ネットワークを評価するには，社会的経済的側面から総合的に行なわなければならないが，現状ではそれらの要因をすべて定量的に捕えることは困難である。そこで，現在定量可能な要因のみについての制約条件及び目的関数について考察した。

そうすると，(4)～(14)式の制約条件と(10)～(14)及び(15)，(16)式の目的関数を各種組合せることによって所望の道路ネットワーク構成モデルが混合整数計画問題として定式化される。なお定式化の際，(4)式，(5)式，(6)，

(7)，(8)式のいずれか及び(9)式はかならず制約条件として含まれていなければならない。また，ここで述べられた目的関数を設定した場合はその目的関数をすべて最小にする問題となる。

2） ルートフローによる定式化

ルートフローは，各 OD 交通ごとにその間に存在するルート（経路）の交通量である。いま，第 k 番目の OD 交通の最大道路網における走行可能なルートの数を n_k，さらにそのうちのあるルート r に配分されるルートフローを $Y_r{}^k$ とする。また，${}_{ij}\delta_r{}^k$ を第 k 番目の０D 交通の r 番目のルートがアーク a_{ij} を通過するとき 1，そうでないとき 0 をとる定数とする。そうすると，ルートフロー $Y_r{}^k$ を用いて 1）と同様な定式化を試みると次の様になる。

まず，(4)式に相当するルートフローが非負という条件は(17)式で示される。(5)式に相当する OD 条件式は(18)

$$Y_r{}^k \geqq 0 \quad \begin{pmatrix} k=1,\ 2,\ \ldots q \\ r=1,\ 2,\ \ldots n_k \end{pmatrix} \tag{17}$$

式となる。さらに，(9)式に相当とするものとして(19)式

$$V_k = \sum_{k=1}^{n_k} Y_r{}^k \quad (k=1,\ 2,\ \ldots,q) \tag{18}$$

が考えられる。

$$X_{ij} = \sum_{k=1}^{q} \sum_{r=1}^{n_k} {}_{ij}\delta_r{}^k \cdot Y_r{}^k \leqq C_{ij} \cdot x_{ij} \qquad (ij=1,\ 2,\ldots,m) \tag{19}$$

総走行台時間及び総走行台距離に関する制約条件，目的関数は(20)，(21)式で示される。

$$\sum_{ij=1}^{m} t_{ij} \cdot X_i =_j \sum_{ij=1}^{m} \sum_{k=1}^{q} \sum_{r=1}^{n_k} {}_{ij}\delta_r{}^k \cdot t_{ij} \cdot Y_r{}^k \leqq TT \tag{20}$$

$$\sum_{ij=1}^{m} d_{ij} \cdot X_{ij} = \sum_{ij=1}^{m} \sum_{k=1}^{q} \sum_{r=1}^{n_k} {}_{ij}\delta_r{}^k \cdot d_{ij} \cdot Y_r{}^k \leqq TD \tag{21}$$

なお，1）でのべた他の制約条件，目的関数についてはルートフローで定式化する際にも変換することなく用いることができる。

従って，(17)式，(18)式，(6)，(7)，(8)式のいずれか及び(19)式はかならず制約条件として含み，(10)，(11)，(12)，(20)，(21)式の制約条件，(10)，(11)，(12)，(20)，(21)，(15)，(16)，式の目的関数を各種組合せることによってルートフローによる道路ネットワーク構成モデルが混合整数計画問題として定式化される。

この定式化においては，最大道路網上で事前に各 OD 交通ごとに走行可能なルートを探索する手間を要する。しかし，前者のアークフローによる定式化に比べて扱う変数が少なくなるという計算上の利点を有する。また，ある探索された道路ネットワークにおいて各 OD 交通の走行ルートは，事前に探索されたいずれかの走行ルートのなかで求められるので，道路利用者の走行便益を考慮することができる。一方前者による定式化の場合，各 OD 交通は最大道路網上において走行可能なルートに比べて多くの走行距離なり時間を要するルートを走行せざるを得ない場合がある。

以上，本研究は道路ネットワーク構成問題に対してアークに関する整変数 x_{ij} と交通量に関する連続変数 $Y_{ij}{}^k$ 及び $Y_r{}^k$ が混存する混合整数計画問題として考察した。次にこの問題の解法アルゴリズムについて次節にて述べる。

3． 分岐限界法による解法アルゴリズム[8) 9)]

いま，2．で述べられた種々の制約条件，目的関数のうち(4)，(5)，(6)，(9)，(12)式を制約条件として(14)式を目的関数とする問題を通して解法アルゴリズムを考察する。この問題を P とすると，一般に次のように書ける。

$$\left.\begin{array}{ll} P:\ \text{制約条件} & \boldsymbol{BX}+\boldsymbol{CY} \geq \boldsymbol{b} \\ & \boldsymbol{X}=0\ \text{または}\ 1 \\ & \boldsymbol{Y} \geqq 0 \\ \multicolumn{2}{l}{\text{の下で目的関数}\ \boldsymbol{DY}\ \text{を最小にする}} \end{array}\right] \quad (\mathrm{I})$$

ここで，$\boldsymbol{B}$，C はそれぞれ整変数，連続変数（アークフロー）に関する係数行列であり，D は係数ベクトルである。また，$\boldsymbol{X}$，$\boldsymbol{Y}$ は m 次元，$m \cdot q$ 次元の変数ベクトルである。

整変数 x_{ij} のいくつかが 0 または 1 に固定された A の部分集合を部分解 S とする。この S において固定された変整を固定変数とし，他の変数を自由変数とする。自由変数の集合を F_s とすると，これら変数の間には次の関係がある。

$$A = S \cup F_s,\quad S \cap F_s = \phi\ (\text{空集合}) \tag{22}$$

次に，この自由変数の集合 F_s のみを変数とする問題を問題 P に対して $P(S)$ とすると，次のようになる。

$$\left.\begin{array}{ll} P(S):\ \text{制約条件} & BX_s+CY \geq \boldsymbol{b} \\ & x_{ij} \in F_s\ ;\ 0\ \text{または}\ 1 \\ & \boldsymbol{Y} \geqq 0 \\ \multicolumn{2}{l}{\text{の下で目的関数}\ \boldsymbol{D \cdot Y}\ \text{を最小にする}} \end{array}\right] \quad (\mathrm{II})$$

ここで，変数ベクトル $\boldsymbol{X_s}$ の要素は 0 か 1 に固定された変数と自由変数の集合 F_s からなる。

さらに，問題 $P(S)$ の自由変数を(23)式のように連

続変数とした問題を$\bar{P}(S)$とすると，次のようになる。

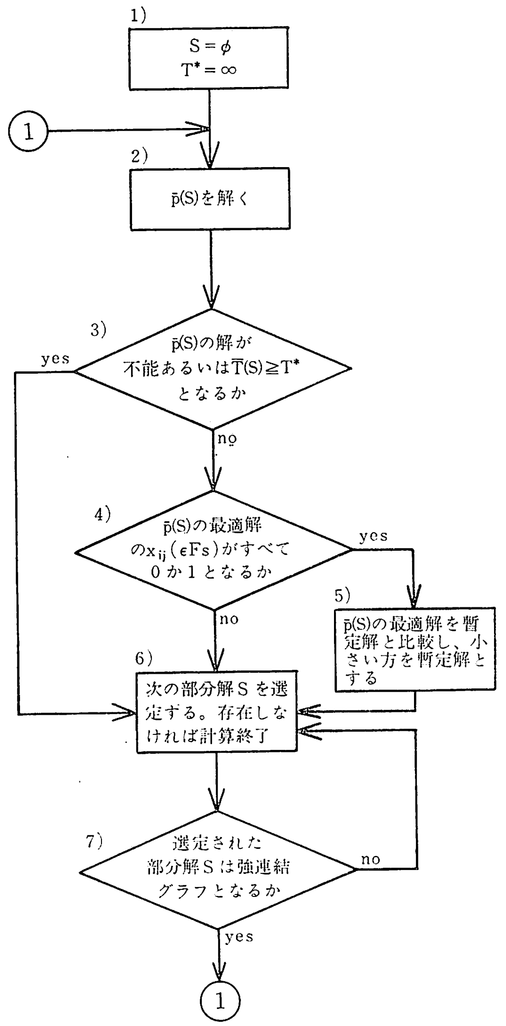
$$0 \leqq x_{ij} \leqq 1 \quad (x_{ij} \in F_s) \tag{23}$$

$$\bar{P}(S):\text{制約条件}\quad \left.\begin{array}{l} BX_s + DY \geqq b \\ 0 \leqq x_{ij} \leqq 1 \ (x_{ij} \in F_s) \\ Y \geqq 0 \\ \text{の下で目的関数 } D\cdot Y \text{ を最小にする} \end{array}\right\} \quad (\mathrm{III})$$

この問題は，すべての変数が連続変数となるので線形計画問題（Linear Programming）（以下 LP 問題という）となる。

以上の問題を考えると，解法アルゴリズムは図–1 のフローチャートで示される。このフローチャートについて説明すると次のようになる。

1) 初期値設定として部分解 S を空集合（ϕ），暫定解 T^* をある無限な値とする。



図–1　フローチャート

2) 問題 $\bar{P}(S)$ を LP 問題としてシンプレックス法等で解く。

3) LP 問題として解いた問題 $\bar{P}(S)$ が不能であるか，あるいは求められた最適解 $\bar{T}(S)$ が暫定解 T^* より大きいかどうかを判定する。もしそうであれば 6）へ

4) 3）で求められた最適解の変数 $x_{ij}(\in F_s)$ がすべて 0 か 1 の値を取るか判定する。もしそうであれば，その解は問題 P に対する一つの可能解となる。そうでないとき 6）へ

5) 4）で求められた最適解を一つの可能解として記憶しておき，さらに暫定解 T^* と比較し小さいとき新しい暫定解となる。

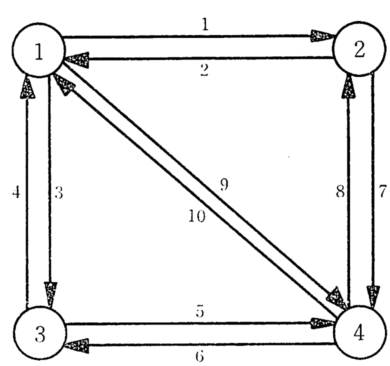
6) 問題 $P(S)$ に対して，自由変数 x_{ij} ($\in F_s$) を 0 あるいは 1 に固定したとき引き起こされる目的関数の値の増加分の下限値（Lower Bound）を示すペナルティを用いて次の部分解 S を選定する。もし存在しなければ計算を終了する。

7) 6）で選定された部分解 S は強連結グラフ（すべてのノード間が到達可能なグラフ）となりえるかどうかを判定する。もしなりえない場合は 6）へ

他の問題に対しても同様な考え方で解法アルゴリズムを考えることができる。

4. 計　算　例

図–2 の建設可能な最大道路ネットワーク，表–1,



図–2　建設可能な最大道路ネットワーク

表–1　需要交通量（OD 交通量）（台）

O \ D	1	2	3	4
1	0	400	200	300
2	400	0	400	200
3	200	400	0	100
4	300	200	100	0

表-2　アーク距離（km）

アーク	1,2	3,4	5,6	7,8	9,10
距　離	12	13	13	10	18

表-2 の需要交通量およびアーク距離が与られ，さらに各アークの建設可能な車線数は 1 車線，各アークの交通容量は 1000 台とする。また，最大道路ネットワークから建設可能なネットワークの総距離の限界を 90km とする。そうすると前節で述べた問題が定式化され，その解法アルゴリズムを用いて計算を行なう。

計算の結果得られた最適道路ネットワークは，図-3 に示される 1，2，3，4．9，10 のアークで構成される。さらに，アーク区間交通量を図-3 に示した。目的関数である総走行台距離の値は 63,800 台・km であった。また，もう一つの可能解として図-4 に示される 5，6，7，8，9，10 のアークからなる道路ネットワークも提案された。そのときの総走行台距離は 70,600台・km であった。

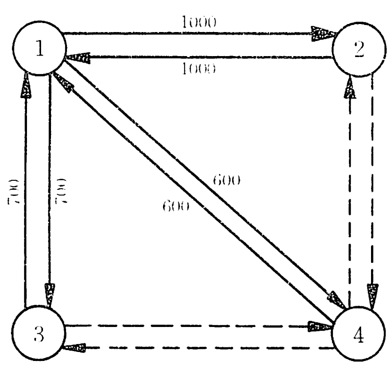


図-3　最適道路ネットワーク及びアーク区間交通量

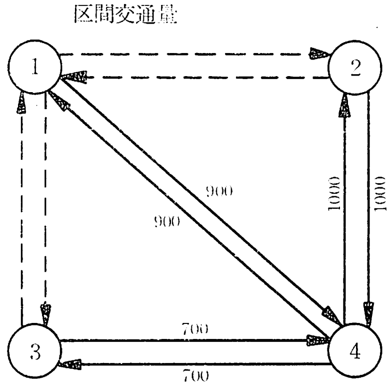


図-4　探索した道路ネットワーク及びアーク区間交通量

5. あとがき

以上，本研究は道路ネットワーク構成問題に対して配分手法において取りうるアークフロー及びルートフローを用いて混合整数計画問題として定式化を試みた。これらの考察を通して道路ネットワーク構成に関する概念的な構造，特にアークとアークフローとの関係を把握することができた。しかし。ここで考慮しなかった他の要因についても十分吟味して本モデルに組込んでいきたい。また，解法アルゴリズムについても解の収束性などについてなお検討しなければならない。前述のように，本研究は問題の構造を把握する一つのアプローチとして有用と思われるが，大きな道路ネットワーク計画においては計算上種々の困難をともなう。従って，今後はこれらのモデル式を十分ふまえた上で現実の大きなネットワークへも適用できる計算手法について考えてゆかねばならない。

最後に，本研究を進めるにあたり御指導いただいた北海道大学工学部加来照俊教授に深く感謝の意を表します。また，御討議・御協力いただいた北大工学部助手辻　信三氏をはじめ，交通管理工学研究室の皆様に深く感謝する。

参考文献

1) ALLEN J. SCOTT; THE OPTIMAL NETWORK PROBLEM: SOME COMPUTATIONAL PROCEDURES, Transpotation Research, Vol 3, 1969

2) JOHN. W. BILLHEIMER; Network Design with Fixed and Variable Cost Elements, Transpotation Science, Vol 7, 1973

3) 佐佐木　綱・前島忠文：道路網形態に関する一考案，土木学会論文報告集，第 163 号，1969

4) 飯田恭敬：最適道路ネットワークの構成手法，土木学会論文報告集，第 241 号，1975

5) 桝谷有三・加来照俊：道路網探索に関する一考察，土木学会第 28 回年次学術講演概要集，1973

6) 桝谷有三・加来照俊：除雪路線網探索に関する一考察，第 11 回日本道路会議論文集，1973

7) 桝谷有三・加来照俊：道路網探索法に関する研究，第 12 回日本道路会議論文集，1975

8) E. L. Lawer, D. E. Wood; BRANCH AND BOUND METHODS: A SURVEY, Operations Research, Vol 15, 1967

9) 茨木俊秀：整数計画法(3)，オペレーションズ・リサーチ Vol 15, No. 11, 1970

（昭和50年11月29日受理）