

段々法とリアプノフ関数法による過渡安定度解析の比較

村 井 国 昭*
佐 藤 義 則*
長 谷 川 博 一**

Comparison of Transient Stability Analysis by means of
Step by Step and Lyapunov Function Method

Kuniaki MURAI
Yoshinori SATO
Hirokazu HASEGAWA

要 旨

過渡安定度を段々法とリアプノフ関数法による二つの方法によって解析し、故障除去時間について検討している。

1. 結 言

電力系統の過渡安定度をしらべるには、ステップ・バイ・ステップに非線形動揺方程式を解いて、同期機の内部位相角 δ を時間の関数としてあらわし、その変化のようすから、系全体の安定性を計算するわけである。これにはごく簡単な系統に対しても非常に多くの労力と経費と時間が必要になる。そこでこのような時間表現によらないで直接安定性を論ずる方法が考えられた。これは電力系統が各種のじょう乱に対して安定に運転続行可能かどうかの判定をすることのみで、短時間で結果がでる利点もある。その一つとしてリアプノフ関数を利用する方法がある。

本報告は、段々法とリアプノフ関数法とを制動係数をパラメータとして、故障除去時間の相違を計算し、さらに位相面解析も行なっている。

2. 機無限大母線のリアプノフ関数

ここで簡単のために、1 機無限大母線系統を考え、次の仮定を行なう。

- (i) 同期機は動揺中過渡リアクタンス背後電圧は一定とする。
 - (ii) 回転子巻線の鎖交磁束数は動揺中一定とする。
 - (iii) 同期機への機械的入力 は動揺中一定とする。
 - (iv) AVR、ガバナー等の発電機制御系の応答は無視する。
- 同期機に対する動揺方程式は

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} + D \frac{d\delta}{dt} = P_a = P_m - P_e \quad (1)$$

ただし、M; 発電機慣性定数、D; 制動係数、 P_a ; 加速電力、 P_m ; 機械的入力、 P_e ; 電氣的出力、 δ ; 内部位相角

制動トルクを無視すると(1)式は

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_a = P_m - P_{em} \sin \delta \quad (2)$$

となる。

$$\text{ただし、} P_{em} = V_1 V_2 Y_{12} \quad (3)$$

V_1 ; 発電機過渡背後電圧、 V_2 ; 無限大母線電圧、 Y_{12} ; 系統の伝達アドミッタンス

(2)式で表わされる系に対するリアプノフ関数

* 助教授 電気工学科

** 助 手 電気工学科

V は次式で与えられる¹⁾。

$$V = -\frac{\omega^2}{2} + \frac{1}{M} \left[-P_m x - P_{em} \cos(x + \delta_1) + P_{em} \cos \delta_1 \right] \quad (4)$$

ただし、 $\omega = \frac{d\delta}{dt}$ δ_1 : 安定平衡点

また、安定平衡点への移動は変数変換 $x = \delta - \delta_1$ によって行なわれ、故障前の平衡点 δ_0 とし、 $x = \delta - \delta_0$ の変数変換を行なうと(4)式は

$$V = -\frac{\omega^2}{2} + \frac{1}{M} \left\{ (\sin x - x) P_m - \sqrt{P_{em}^2 - P_m^2} (1 - \cos x) \right\} \quad (5)$$

となる。

故障前の安定平衡点 δ_0 および不安定平衡点 δ_m は、簡単に次のように求まる。

$$\delta_0 = \sin^{-1}(P_m / P_{em}), \quad \delta_m = \pi - \delta_0 \quad (6)$$

故障除去後の系に対する漸近安定領域の境界を与えるリアプノフ関数は(5)式に(6)式で与えられる不安定平衡点の値を代入して得られ、次式となる。

$$V_{max} = \left[2\sqrt{P_{em}^2 - P_m^2} - P_m(\pi - 2\delta_0) \right] / M \quad (7)$$

リアプノフ関数法により電力系統の故障時の安定判別を行なう方法は図-1 で説明すると、故障除去時点で評価した系の軌跡が超表面 $V = V_{max}$ の内側にあればその系は安定である。また、不安定平衡点は $V = V_{max}$ に達する点で、この時の時間が臨界故障除去時間である。この時間以内に故障を除去すれば系は安定領域内にとどまる。

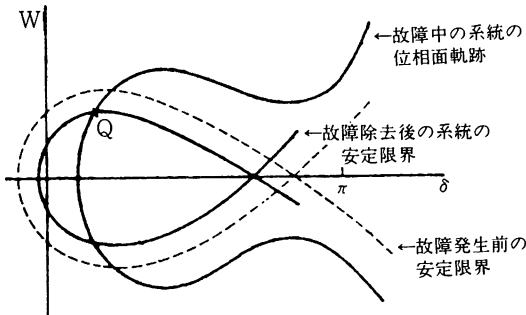
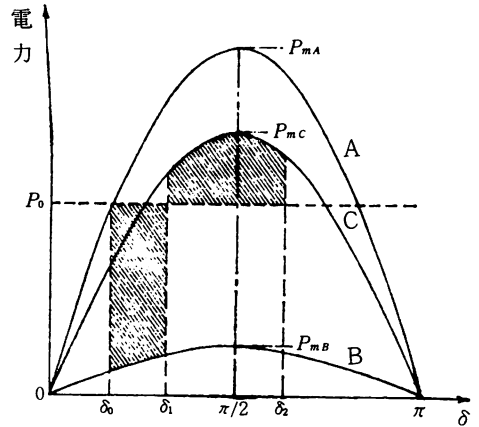


図-1 位相面軌跡

3. シミュレーションの結果

3.1 段々法との比較

モデル系統は前述の仮定(i)~(iv)の下で平行2回線1機無限大母線系統であり、故障前2回線送電中、1回線送電端での3相短絡接地故障(図-2参照)を想定している。



A; 2回線健全時
B; 故障継続中
C; 故障除去後1回線

図-2 電力相差角曲線

なお、使用したデータは単位法(p. u)で $M = 0.0235$, $V = 1.050$, $V_2 = 1.058$, $1/Y_{12} = 1.0318$, $P_m = 0.7$

3.1.1 制動係数を無視した場合

(2)式の動揺方程式を解いた結果を図示すると図-3となる。

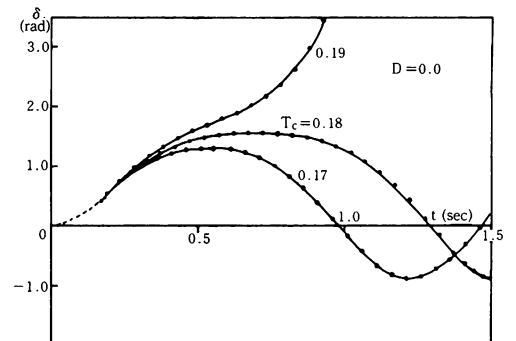


図-3 相差角動揺曲線

故障除去後の系に対する漸近安定領域の境界値のリアプノフ関数、すなわち V_{max} は 18.208 であ

表-1 比較表 (D=0の場合)

故障除去時間 $T_c(\text{sec})$	リアプノフ関数 $V_{\max}=18.208$	段々法
0.17	$V=15.604$ 安定	安定
0.18	17.797 安定	安定
0.19	20.166 不安定	不安定
0.20	22.711 不安定	不安定

り、段々法と比較したものが表-1である。

3. 1. 2 制動係数を考慮した場合

(1)式の動揺方程式において $D=0.01$, $D=0.03$ について解いた結果を図示すると、それぞれ図-4、図-5のようになる。

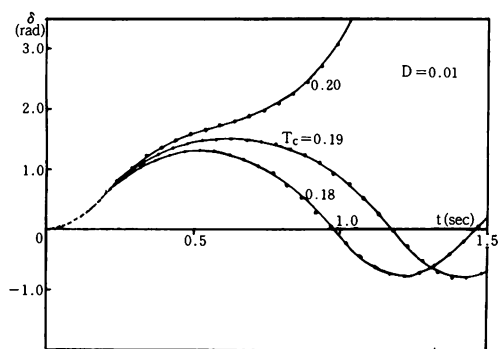


図-4 相差角動揺曲線

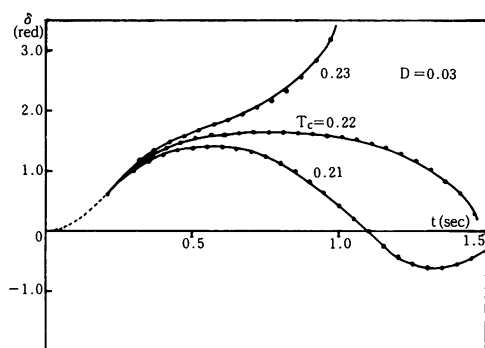


図-5 相差角動揺曲線

一方、リアプノフ関数の $V_{\max}$ は制動項に関係ない式となっているため、前と同様 18.208 である。以上を表にすると表-2、表-3となる。

図-6 は故障除去時間 $T_c=0.20$ 秒のときの制動係数の違いによる応答変化をまとめたものである。

表-2 比較表 (D=0.01の場合)

故障除去時間 $T_c(\text{sec})$	リアプノフ関数 $V_{\max}=18.208$	段々法
0.18	$V=16.481$ 安定	安定
0.19	18.616 不安定	安定
0.20	20.901 不安定	不安定
0.21	23.335 不安定	不安定

表-3 比較表 (D=0.03の場合)

故障除去時間 $T_c(\text{sec})$	リアプノフ関数 $V_{\max}=18.208$	段々法
0.20	$V=17.777$ 安定	安定
0.21	19.738 不安定	安定
0.22	21.807 不安定	安定
0.23	23.964 不安定	不安定

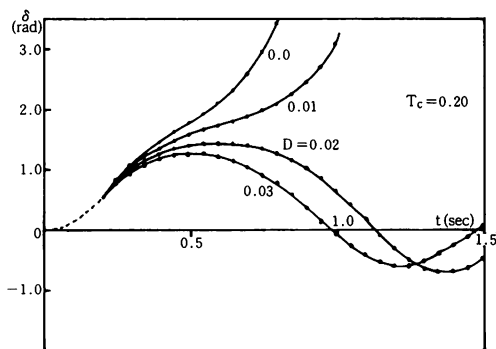


図-6 相差角動揺曲線

3. 2 リアプノフ関数の軌跡

リアプノフ関数を表わす軌跡は、3次元で表現されるが、これを図-1のように2次元に投影したものを求める。ここで、2次元に投影するためには、一つの軸をある定数に定めなければならぬ。この軸をリアプノフ関数の軸とすると、この定数はリアプノフ関数のとりうる値ならばどれでもよいことになる。したがって、漸近安定領域の境界値であるリアプノフ関数の最大値 $V_{\max}$ をとる。

(7)式を(5)式の V に代入すると、この式は x と ω だけが変数になって $x-\omega$ 平面にその軌跡を書くことができる。以上計算しプロットしたものが、図-7、図-8、図-9である。

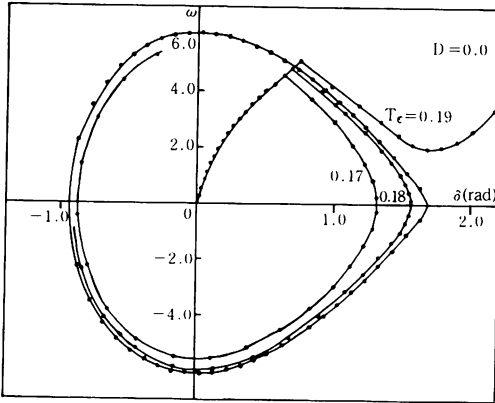


図-7 位相面軌跡

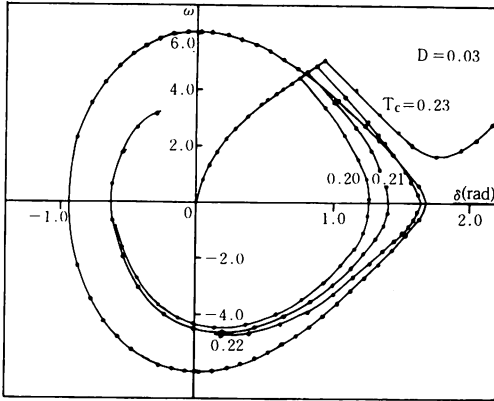


図-8 位相面軌跡

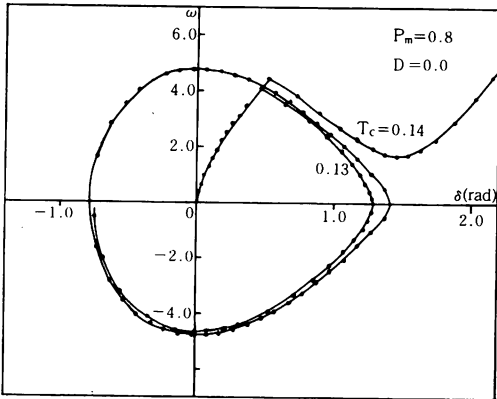


図-9 位相面軌跡

4. 検討と結言

制動係数を無視した場合、図-3および表-1より明らかなように、故障除去時間 T_c は 0.18 秒まで安定、0.19 秒以降相差角動揺曲線は発散し、リアプノフ関数 V は V_{max} を超え両方法と一致して不安定となる。臨界故障除去時間は 0.182 秒である。

一方、制動係数を考慮した場合、図-4、図-5および表-2、表-3より両方法の間に安定、不安定の臨界故障時間が一致しなくなる。どちらがより正確かといえは、当然一つづつ微分方程式を解く段々法である。しかし、リアプノフ関数法で求めた臨界故障除去時間は、段々法で求めたものより必ず小さく出る。このことは、実際の電力システムを考えたとき、その系が脱調するまでの故障継続時間を求める場合、より安全側にあることは重要なことである。

制動係数 $D=0.01$ の場合、 $T_c=0.19$ 秒で段々法で安定であるが、リアプノフ関数法で不安定、 $D=0.03$ の場合、 $T_c=0.21$ 秒、0.22 秒で前者は安定、後者はともに不安定と制動係数が大きくなるにつれて誤差が大となる。図-6は故障継続時間 0.02 秒の場合の、制動係数をパラメータとした動揺曲線であり、制動係数の違いの効果ははっきりわかる。このことは、安定度向上対策としての直列制動抵抗方式が採用されていることから推定されるが、あまり大きな制動力をもたせることは発電機効率の点からも好ましくない。

位相面軌跡からも同様のことが云える。すなわち、 $D=0.0$ の場合、 $T_c=0.18$ 秒ではリアプノフ関数軌跡の内側にあり安定であり一致する。 $D=0.03$ の場合、 $T_c=0.21$ 秒、 $T_c=0.22$ 秒でリアプノフ関数軌跡をわずかにオーバーし、以後軌跡内に入る。これは動揺曲線と同じように、段々法は安定、リアプノフ関数法では不安定となることが軌跡法でもはっきりわかる。リアプノフ関数による臨界故障除去時間は 0.202 秒である。

リアプノフ関数法は一般に控え目な安定領域しか与えないが、計算時間、労力の面では非常な節約となる。また、与えられた状態の V の値と V_{max} との差によってどの程度の安定性の余裕があるかが安量的にわかるが、時間の推移とともに構成が変わるような場合には適用できない。

以上、比較して述べてきたが、リアプノフ関数法の今後の問題点をあげると以下である。

1) 制動係数を考慮した多機系統に対して、い

ままでよりも適切なリアプノフ関数を作成すること。

ii) AVR 効果, 調速機効果を考慮した, すなわち動態安定度にも適用されるリアプノフ関数を作成すること。

iii) 安定平衡点に最も近い不安定平衡点の算出に能率の良いアルゴリズムを作成すること。

最後に, 本報告の計算に対して協力いただいた卒研究生藤田君(11期)に深謝いたします。

参 考 文 献

- (1) G.E.Gless;IEEE. Trans.,PAS-85(1966), 2, P. 159
- (2) E. W. Kimbark; IEEE. Trans., PAS-85(1966), 2, P.180
- (3) 長谷川, 他 電学誌 94-B (1974), 3, P a 131

(昭和 54 年 12 月 1 日受理)

