

電力系統安定度のマルチ＝パラメータ感度解析

佐 藤 義 則*
村 井 国 昭*
長 谷 川 淳**

Multi-Parameter Sensitivity Analysis of Power System Stability

Yoshinori SATO
Kuniaki MURAI
Jun HASEGAWA

要 旨

リアプノフ関数に基づいた安定度指標の、各系統パラメータに対する感度係数を求めることによって、その系の過渡安定度に対するパラメータ変動の影響の度合いが評価できる。

モデル系統の過渡安定度指標に対して、パラメータ2個の同時変動を考慮した感度解析を行い、シングル＝パラメータの場合と比較検討した。

Synopsis

Multi-parameter sensitivity analysis of power system stability can be performed in terms of sensitivity coefficients of transient stability indices, defined in terms of Lyapunov function, to any of the system parameters.

In this paper, two-parameter parametric sensitivity model of one-machine infinite bus power system is developed. Based on the application of the model to the same numerical example as previous investigations into the single parametric case, comparisons and conclusions of the results are given briefly.

1. 結 言

一般に工学系の設計に用いるモデルの形式又は、モデル中のパラメータの値の中には多かれ少なかれ不確実性が包含されており、信頼度の高いシステムを設計するには、これらの不確実性の、システムの目的に対する影響の度合いを考慮する必要がある。

著者等はさきに、簡単な電力系統モデルの安定度の評価関数として、リアプノフ関数に基づく過渡安定度指標を用い、モデル中のパラメータ変動が安定度指標に及ぼす影響の度合いについて比較検討した結果を報告した⁽¹⁾。そこでは、6個のパラ

メータ中特定のパラメータ1個が独立に変化するという、厳密には現実的ではない仮定があった。

本論文では、2個のパラメータの同時変動を考慮した感度解析モデルを提案し、シングル＝パラメータ感度モデルと同一のモデル系統におけるシミュレーション結果について報告する。展開した手法は、モデル系統の全てのパラメータの同時変動を考慮した感度解析まで拡張できる。

2. 解 析 手 法

2. 1 感度解析

パラメータ変動による或るシステムの感度解析手法は、一般に次のように要約できる。

パラメータの基準値 P_0 を含むシステムを

* 助教授 電気工学科

** 助教授 北大工学部電気工学科

$$F(\ddot{X}, \dot{X}, X, t, p_0) = 0 \quad \dots\dots(1)$$

及びその解を、 $X = X(t, P_0)$ とする。

このシステムのパラメータ p_0 が何らかの原因で Δp だけ変化したとすると、その時の解は

$$F(\ddot{X}, \dot{X}, X, t, P_0 + \Delta P) = 0 \quad \dots\dots(2)$$

を解き直すことによって得られ、 $X = X(t, P_0 + \Delta P)$ と表わせる。この時、感度係数 $u(t, P_0)$ は次式で定義され、パラメータが変化した時に受ける影響の程度を表わす一つの指標と考えられる。

$$\begin{aligned} u(t, p_0) &= \lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{X(t, p_0 + \Delta p) - X(t, p_0)}{\Delta p} \\ &= \frac{\partial X(t, p_0)}{\partial p_0} \quad \dots\dots(3) \end{aligned}$$

この感度係数 $u(t, P_0)$ は(1)式より導びかれる次の関係式を満足しなければならない。

$$\frac{\partial F}{\partial \ddot{X}} \frac{\partial \ddot{X}}{\partial p_0} + \frac{\partial F}{\partial \dot{X}} \frac{\partial \dot{X}}{\partial p_0} + \frac{\partial F}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial p_0} + \frac{\partial F}{\partial p_0} = 0$$

上式は、

$$\frac{\partial X}{\partial p_0} = u, \quad \frac{\partial \dot{X}}{\partial p_0} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial X}{\partial p_0} \right) = \dot{u},$$

$$\frac{\partial \ddot{X}}{\partial p_0} = \frac{\partial}{\partial t^2} \left(\frac{\partial X}{\partial p_0} \right) = \ddot{u}$$

なる関係によって次式のように表わせる。

$$\frac{\partial F}{\partial \ddot{X}} \ddot{u} + \frac{\partial F}{\partial \dot{X}} \dot{u} + \frac{\partial F}{\partial X} u = - \frac{\partial F}{\partial p_0} \quad \dots\dots(4)$$

(4)式は感度方程式と呼ばれる。(4)式の初期条件は、もとのシステム方程式(1)式の初期条件がパラメータ変動の影響を受けないとすると、 $u(0) = \dot{u}(0) = 0$ で与えられる。

2. 2 パラメータ感度モデル

モデルシステムとして、シングルパラメータ感度解析の場合と同じ Fig-1 の一機無限大母線系統を考える。⁽¹⁾⁽²⁾ この系は適当な変数変換の後次式

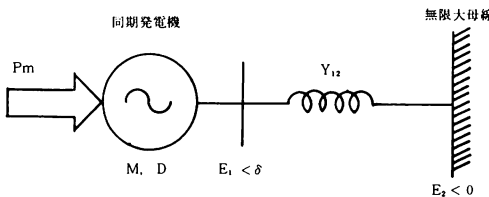


Fig-1 Model Power System

で表わすことができる。

$$M\ddot{X} + D\dot{X} + E_1 E_2 Y_{12} \sin(X + \delta_s) = p_m \quad \dots\dots(5)$$

ただし、 $p_{em} = E_1 \cdot E_2 \cdot Y_{12}$

$$\begin{cases} M & : \text{発電機慣性定数} \\ D & : \text{発電機制動係数} \\ E_1 & : \text{発電機内部誘起電圧} \\ E_2 & : \text{無限大母線電圧} \\ Y_{12} & : \text{等価線路アドミタンス} \\ p_m & : \text{発電機機械的入力} \\ \delta & : \text{電圧位相差角} \\ \delta_s & : \text{安定平衡点における相差角} \\ X = \delta - \delta_s, w = dX/dt & : \text{角速度} \end{cases}$$

この系に対してリアプノフ関数 $V(X, w)$ 及び過渡安定指標 ξ はそれぞれ次式で表わすことができる。⁽¹⁾⁽²⁾

$$V(X, w) = \frac{w^2}{2} + \frac{1}{M} \left[P_m (\sin X - X) + \sqrt{P_{em}^2 - P_m^2} (1 - \cos X) \right] \quad \dots\dots(6)$$

$$\xi = 1 - \frac{V(X, w)}{\left[2\sqrt{P_{em}^2 - P_m^2} - P_m (\pi - 2\delta_s) \right] / M} \quad \dots\dots(7)$$

さて、(5)式で表わされる系における独立な4個のパラメータに関する感度方程式は次のようになる。⁽¹⁾

$$M\ddot{u}_M + D\dot{u}_M + P_{em} \cdot u_M \cdot \cos(X + \delta_s) = -\ddot{X} \quad \dots\dots(8)$$

$$M\ddot{u}_D + D\dot{u}_D + P_{em} \cdot u_D \cdot \cos(X + \delta_s) = -\dot{X} \quad \dots\dots(9)$$

$$M\ddot{u}_{P_{em}} + D\dot{u}_{P_{em}} + P_{em} \cdot u_{P_{em}} \cdot \cos(X + \delta_s) = -\sin(X + \delta_s) \quad \dots\dots(10)$$

$$M\ddot{u}_{P_m} + D\dot{u}_{P_m} + P_{em} \cdot u_{P_m} \cdot \cos(X + \delta_s) = 1 \quad \dots\dots(11)$$

(5)式の系の4個のパラメータの任意の2個の組合せは、 ${}_4C_2 = 6$ 通り存在する。これら6通りのパラメータの組合せに対する感度方程式は、(8)~(11)式をさらに任意のパラメータについて微分することによって得られ、それぞれ次式のようになる。

$$\begin{aligned} M\ddot{u}_{MD} + D\dot{u}_{MD} + P_{em} \cdot u_{MD} \cdot \cos(X + \delta_s) \\ = P_{em} \cdot u_M \cdot u_D \cdot \sin(X + \delta_s) \\ - \ddot{u}_D - \dot{u}_M \quad \dots\dots(12) \end{aligned}$$

$$M\ddot{u}_{MP_m} + D\dot{u}_{MP_m} + P_{em} \cdot u_{MP_m} \cdot \cos(X + \delta_s)$$

$$= P_{em} \cdot u_M \cdot u_{Pm} \cdot \sin(X + \delta_s) - \ddot{u}_{Pm} \quad \dots\dots(13)$$

$$\begin{aligned} \ddot{M}u_{DPm} + D\dot{u}_{DPm} + P_{em} \cdot u_{DPm} \cdot \cos(X + \delta_s) \\ = P_{em} \cdot u_D \cdot u_{Pm} \cdot \sin(X + \delta_s) - \ddot{u}_{Pm} \quad \dots\dots(14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{M}u_{MPem} + D\dot{u}_{MPem} + P_{em} \cdot u_{MPem} \cdot \cos(X + \delta_s) \\ = P_{em} \cdot u_{Pem} \cdot u_M \cdot \sin(X + \delta_s) \\ - u_M \cdot \cos(X + \delta_s) - \ddot{u}_{Pem} \quad \dots\dots(15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{M}u_{DPem} + D\dot{u}_{DPem} + P_{em} \cdot u_{DPem} \cdot \cos(X + \delta_s) \\ = P_{em} \cdot u_D \cdot u_{Pem} \cdot \sin(X + \delta_s) \\ - u_D \cdot \cos(X + \delta_s) - \ddot{u}_{Pem} \quad \dots\dots(16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{M}u_{PmPem} + D\dot{u}_{PmPem} + P_{em} \cdot u_{PmPem} \cdot \cos(X + \delta_s) \\ = -P_{em} \cdot u_{Pm} \cdot u_{Pem} \cdot \sin(X + \delta_s) \\ - u_{Pm} \cdot \cos(X + \delta_s) \quad \dots\dots(17) \end{aligned}$$

これらの式の導出の詳細については付録(1)を参照されたい。

一方、モデル中のパラメータ2個の同時変動が系の安定度に及ぼす影響の度合いを表わす(7)式の2=パラメータ感度係数は、6通りの組合せに対してそれぞれ次のように定義される。導出の詳細は付録(2)に示す。

$$\begin{aligned} \xi_{MD} = \xi_{DM} = \frac{\partial \xi_M}{\partial D} = \frac{\partial \xi_D}{\partial M} \triangleq \frac{\partial^2 \xi}{\partial M \partial D} \triangleq \frac{\partial^2 \xi}{\partial D \partial M} \\ = \frac{-1}{V_{MAX}} \left[w\dot{u}_D + M(\dot{u}_D u_M + w\dot{u}_{MD}) \right. \\ \left. + P_{em} \cdot u_M \cdot u_D \cdot \cos(X + \delta_s) \right. \\ \left. + P_{em} \cdot u_{MD} \{ \sin(X + \delta_s) - \sin \delta_s \} \right] \quad \dots\dots(18) \end{aligned}$$

以下同様にして、

$$\begin{aligned} \xi_{MPm} = \frac{-1}{V_{MAX}} \left[w\dot{u}_{Pm} + M(\dot{u}_{Pm} \cdot \dot{u}_M + w\dot{u}_{MPm}) \right. \\ \left. + P_{em} \cdot u_M \cdot u_{Pm} \cdot \cos(X + \delta_s) \right. \\ \left. + P_{em} \cdot u_{MPm} \{ \sin(X + \delta_s) - \sin \delta_s \} \right] \\ - \frac{V_M}{V_{MAX}^2} \{ 2 \tan \delta_s + (\pi - 2\delta_s) \} \quad \dots\dots(19) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} V_M = \frac{w^2}{2} + Mw\dot{u}_M + P_{em} \cdot u_M \{ \sin(X + \delta_s) \\ - \sin \delta_s \} \end{aligned}$$

$$\xi_{DPm} = \frac{-1}{V_{MAX}} \left[M(\dot{u}_{Pm} \cdot \dot{u}_D + w\dot{u}_{DPm}) \right.$$

$$\begin{aligned} \left. + P_{em} \cdot u_{DPm} \{ \sin(X + \delta_s) - \sin \delta_s \} \right. \\ \left. + P_{em} \cdot u_D \cdot u_{Pm} \cdot \cos(X + \delta_s) \right] \\ - \frac{V_D}{V_{MAX}^2} \{ 2 \tan \delta_s + (\pi - 2\delta_s) \} \quad \dots\dots(20) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} V_D = M \cdot \omega \dot{u}_D + P_{em} \cdot u_D \{ \sin(X + \delta_s) - \sin \delta_s \} \\ \xi_{MPem} = \frac{-1}{V_{MAX}} \left[\omega \dot{u}_{Pem} + M(\dot{u}_{Pem} \cdot \dot{u}_M + \omega \dot{u}_{MPem}) \right. \\ \left. + P_{em} \cdot u_M \cdot u_{Pem} \cdot \cos(X + \delta_s) \right. \\ \left. + (u_M + P_{em} \cdot u_{MPem}) \{ \sin(X + \delta_s) \right. \\ \left. - \sin \delta_s \} \right] + \frac{2 \cdot V_M}{V_{MAX}^2 \cdot \cos \delta_s} \quad \dots\dots(21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_{DPem} = \frac{-1}{V_{MAX}} \left[M(\dot{u}_{Pem} \cdot \dot{u}_D + w\dot{u}_{DPem}) \right. \\ \left. + P_{em} \cdot u_D \cdot u_{Pem} \cdot \cos(X + \delta_s) \right. \\ \left. + (u_D + P_{em} \cdot u_{DPem}) \{ \sin(X + \delta_s) \right. \\ \left. - \sin \delta_s \} \right] + \frac{2 \cdot V_D}{V_{MAX}^2 \cdot \cos \delta_s} \quad \dots\dots(22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_{PmPem} = \frac{-1}{V_{MAX}} \left[M(\dot{u}_{Pm} \cdot \dot{u}_{Pm} + w\dot{u}_{PmPem}) \right. \\ \left. + P_{em} \cdot u_{PmPem} \{ \sin(X + \delta_s) - \sin \delta_s \} \right. \\ \left. + u_{Pm} \{ \cos X - 1 \} - P_{em} \cdot u_{Pm} \cdot u_{Pem} \right. \\ \left. \cos(X + \delta_s) + \frac{u_{Pm} \cdot \sin X}{\cos \delta_s} \right] \\ + \frac{2}{\cos \delta_s \cdot V_{MAX}^2} \left[Mw\dot{u}_{Pm} \right. \\ \left. + (\sin X - X) - \tan \delta_s (1 - \cos X) \right. \\ \left. + P_{em} \cdot u_{Pm} \{ \sin(X + \delta_s) - \sin \delta_s \} \right] \\ - \frac{V_{Pem}}{V_{MAX}^2} \{ 2 \tan \delta_s + (\pi - 2\delta_s) \} \\ + \frac{4V(X, w)}{\cos \delta_s \cdot V_{MAX}^3} \{ 2 \tan \delta_s + (\pi - 2\delta_s) \} \quad \dots\dots(23) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} V_{Pem} = Mw\dot{u}_{Pem} + P_{em} \cdot u_{Pem} \{ \sin(X + \delta_s) \\ - \sin \delta_s \} + (1 - \cos X) / \cos \delta_s \\ V_{MAX} = 2\sqrt{P_{em}^2 + P_m^2} - P_m(\pi - 2\delta_s) \end{aligned}$$

又、 $P_{em} = E_1 E_2 Y_{12}$ で表わされる3個のパラメータ E_1 , E_2 , Y_{12} については、感度係数 ξ_{Pem} が評価されれば次のようにして求めることができる。⁽¹⁾

$$\xi_{E1} = \partial \xi / \partial E1 = \frac{\partial \xi}{\partial P_{em}} \cdot \frac{\partial P_{em}}{\partial E1} = E_2 \cdot Y_{12} \cdot \xi_{Pem}$$

より,

$$\left. \begin{aligned} \xi_{ME1} &\triangleq \frac{\partial \xi_{E1}}{\partial M} = \frac{\partial}{\partial M} (E_2 Y_{12} \xi_{Pem}) \\ &= E_2 Y_{12} \xi_{PemM} \end{aligned} \right\} \dots\dots(24)$$

以下同様にして,

$$\left. \begin{aligned} \xi_{ME2} &= E_1 Y_{12} \cdot \xi_{PemM} \\ \xi_{MY12} &= E_1 E_2 \cdot \xi_{PemM} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_{DE1} &= E_2 Y_{12} \cdot \xi_{DPem} \\ \xi_{DE2} &= E_1 Y_{12} \cdot \xi_{DPem} \\ \xi_{DY12} &= E_1 E_2 \cdot \xi_{DPem} \end{aligned} \right\} \dots\dots(25)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_{PmE1} &= E_2 Y_{12} \cdot \xi_{PmPem} \\ \xi_{PmE2} &= E_1 Y_{12} \cdot \xi_{PmPem} \\ \xi_{PmY12} &= E_1 E_2 \cdot \xi_{PmPem} \end{aligned} \right\} \dots\dots(26)$$

したがって、2=パラメータ感度解析モデルは、或る特定のパラメータについてシステム方程式(5)式と、(8)~(11)式、(12)~(17)式の感度方程式を連立して解き、各評価時点で当該パラメータの感度係数(18)~(26)式を評価することによって構成される。この場合、したがって、シングル=パラメータの感度係数も同時に評価される訳である。

3. 数 値 例

数値計算は Fig-2 の計算手順により、Fig-1 の送電端における 3 相短絡接地故障を想定し、各故障除去時点についてシステムの動揺方程式と感度方程式とを連立してルンゲ=クッタ=ギル法で解き、得られた $X, w, u_M, \dot{u}_M, u_D, \dot{u}_D, u_{MD}, \dot{u}_{MD}$ 等より安定度指標及びその感度係数を評価する。

さらに、比較のためにモデル系統のデータは文献(1)の場合と同一の値を用いてある。これを Table-1 に示す。2=パラメータの場合、それらのデータの格子点は感度表面を構成する。

Fig-3~Fig-11 には、故障除去時間 $T_{sw}=0.1$ 秒の場合の各パラメータの感度係数をそれぞれ示す。ただし、パラメータ Y_{12} に関する感度係数は、 E_1 又は E_2 と数値的にも殆んど同様なので省略してある。これらの図と前報(文献(1))のシングル=パラメータの場合とを比較することにより、2個のパラメータの同時変動を考慮することの重要性が理解される。

Fig-3 を例にとれば、パラメータ感度表面の断面形状が、パラメータ M, D を連立して解いた場合のシングル=パラメータの感度係数を表わす。いずれも文献(1)の各パラメータ単独の感度係数の

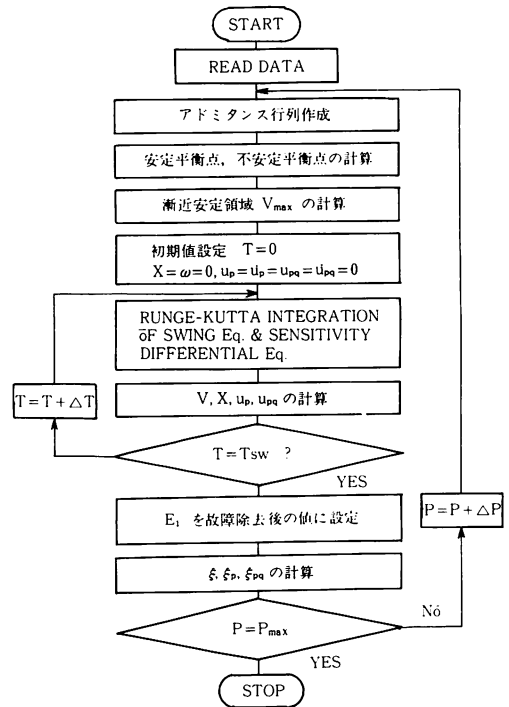


Fig-2 Flow chart for 2-Parameter Sensitivity Analysis

Table-1 Parameter Values

H	D	E 1	E 2	Y12	P _M
2.5	0.00	0.970	0.81	0.971	0.725
3.0	*0.01	1.035	0.865	1.036	0.775
*3.5	0.02	*1.100	*0.92	*1.101	*0.825
4.0	0.03	1.165	0.975	1.166	0.875
	0.04	1.230		1.237	0.925
	0.05				

* 定格値 単位 [p.u.]

値より大きくなっており、同時変動による影響が大きいことを示している。また、 M, D ともパラメータ値が大きくなるに従って感度表面は緩やかとなり、変動の影響がより少なくなることを表わしている。これは M に関して E_1, E_2, Y_{12} も同様の傾向である。

発電機の機械的入力を表わすパラメータ P_M は、前報で結論したように最も重要なパラメータであり、その変動は系統の安定度に大きく影響する。これは 2=パラメータの場合についても妥当し、その影響の様相は Fig-4, 7, 10, 11 から見てとれよう。特に電気的出力 $P_{em}=E_1 E_2 Y_{12}$ との影響が著しい。

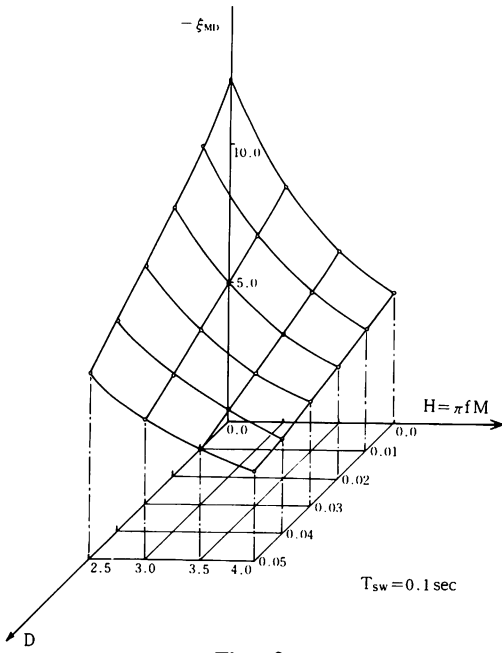


Fig-3

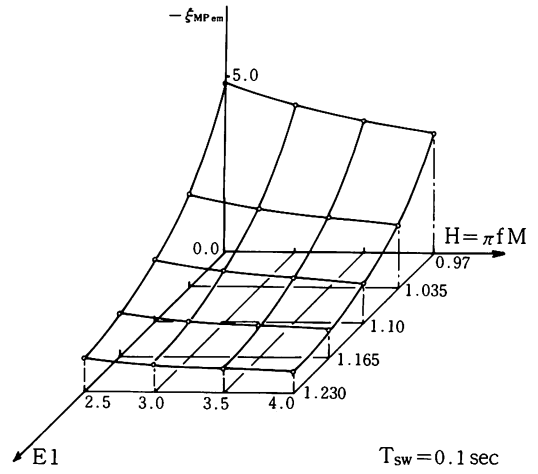


Fig-5

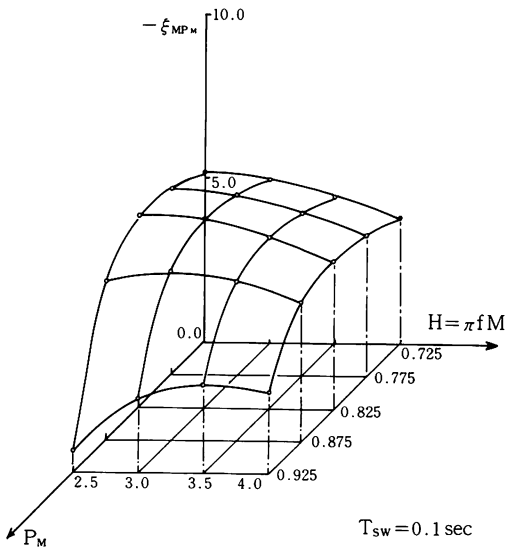


Fig-4

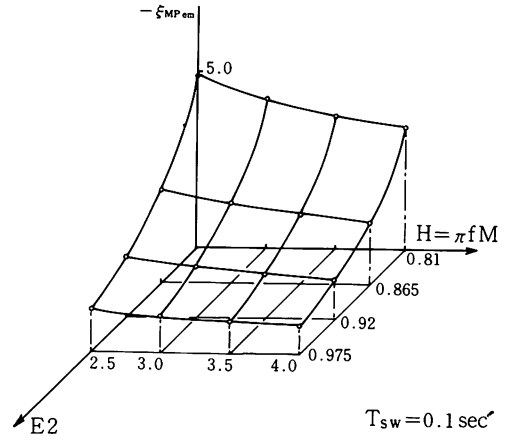


Fig-6

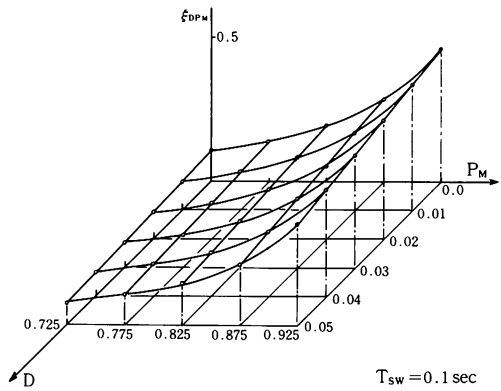


Fig-7

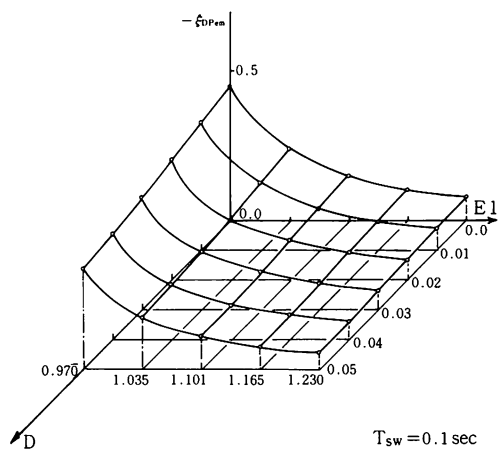


Fig- 8

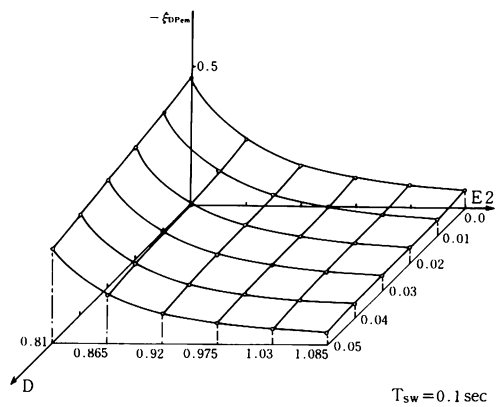


Fig- 9

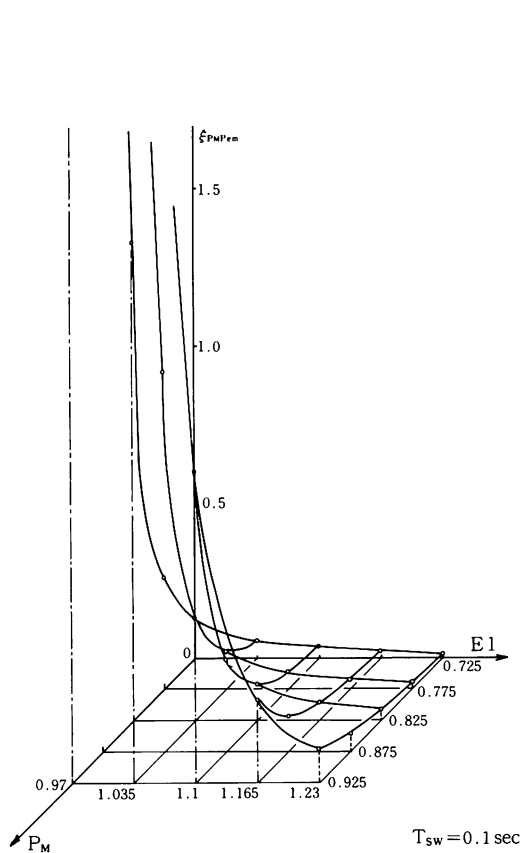


Fig-10

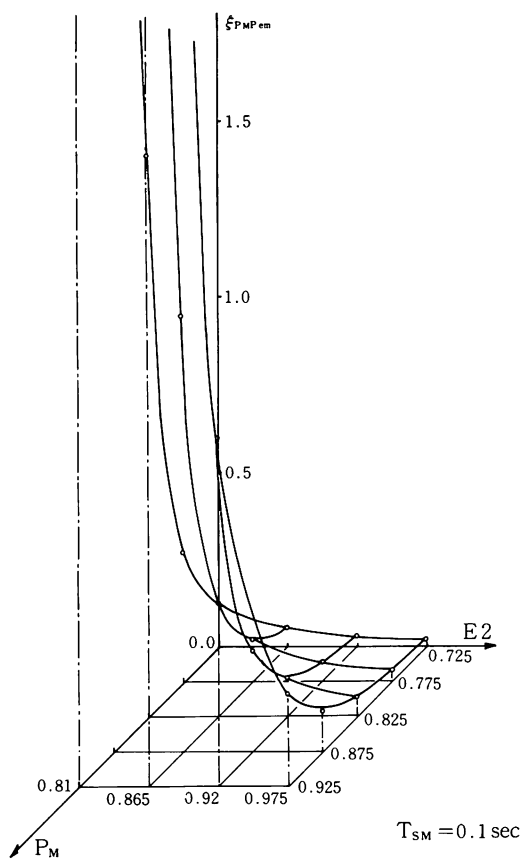


Fig-11

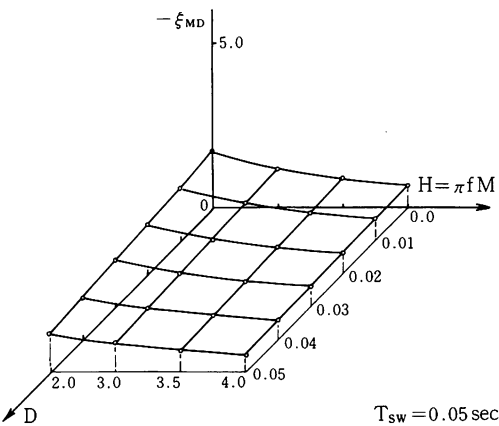


Fig-12

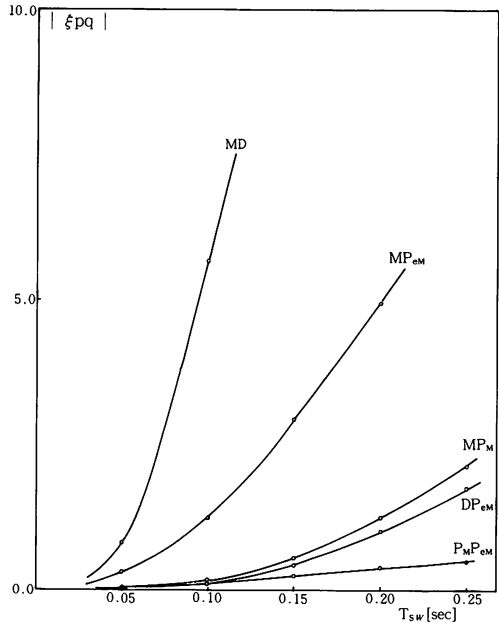


Fig-14

故障除去時間 T_{sw} が増大すると感度係数は一般に増大することは、シングルパラメータの場合と同様である。すなわち、系が不安定領域に近づくに従って感度係数は大きい値をとる。Fig-12には、 ξ_{MD} の $T_{sw}=0.05$ 秒における感度表面を示す。又 Fig-13には ξ_{DPem} の $T_{sw}=0.15$ 秒における感度表面を示す。Fig-14は定格値において、各パラメータの感度係数の T_{sw} に対する依存性を示す。パラメータ変動が感度係数に及ぼす影響が大きい P_M と他のパラメータの組は、故障除去時間の変化に対して余り大きく変化しないこと、又逆に、感度係数に及ぼす影響の余り大きくない M と他のパ

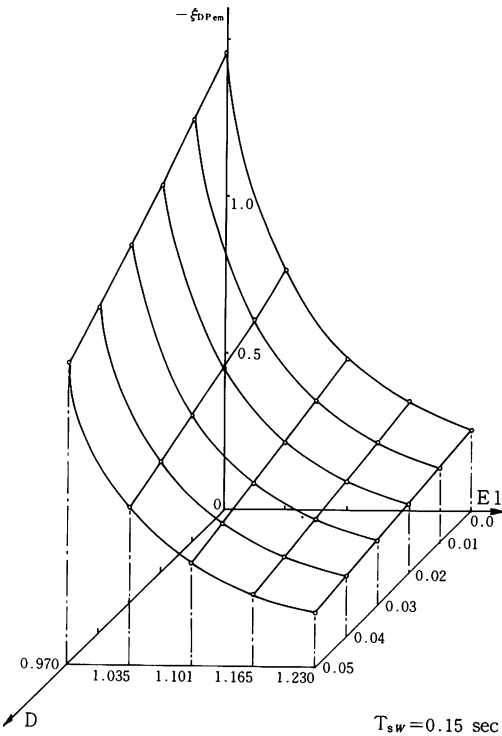


Fig-13

Table-2 Values of Sensitivity coefficients
 $T_{sw} = 0.10 \text{ sec}$

ξ_M	ξ_D	ξ_{E1}	ξ_{E2}	ξ_{V12}	ξ_{PM}
0.5647	0.0638	0.1556	0.1861	0.1555	-0.1921
ξ_{MD}	ξ_{MPM}	ξ_{MPem}	ξ_{DPM}	ξ_{DPem}	ξ_{PMPem}
-5.6523	-5.1929	-1.2544	0.1810	-0.1389	0.1154

Table-3 T_{sw} vs. ξ_{pq} 定格値

T_{sw}	ξ_{MD}	ξ_{MPM}	ξ_{MPem}	ξ_{DPM}	ξ_{DPem}	ξ_{PMPem}
0.05	-0.8185	-0.3804	-0.3175	0.0277	-0.0208	0.0310
0.10	-5.6532	-5.1929	-1.2544	0.1810	-0.1389	0.1154
0.15	-18.2207	-2.0273	-2.9419	0.5702	-0.4489	0.2476
0.20	-40.4853	37.8053	-4.9556	1.2620	-1.0204	0.4001
0.25	-66.2366	161.9595	-5.2688	2.1316	-1.7575	0.5002

ラメータの組が、 T_{sw} の変化に対して大きく変化することが視察される。

Table-2 には定格値における各パラメータの感度係数の値を、故障除去時間 $T_{sw}=0.1$ 秒について示した。又、Table-3 には、 T_{sw} に対する各パラメータの感度係数の変化をまとめて示す。

4. 結果と結言

前節のシミュレーションの結果から、モデル系統における2=パラメータ感度解析の結果を要約すれば次のようになる。

(1)一般に感度係数は、故障除去時間が増大するに従って増大する。このことは、系統が不安定になるに従って感度が増大することを意味しており、迅速なる故障除去対策が系統の安定度増進に有効であることを実証している。

(2)2=パラメータ感度係数 ξ_{pq} はシングル=パラメータ感度係数より、一般に大きい値をもつ。これは、2個又はそれ以上のパラメータの同時変動を考慮することが重要であることを示唆している。

(3)発電機機械的入力 P_M の変動は、系統の安定度にとって最も大きく影響する。特に、電氣的出力との相関が最も大きい。

(4)感度表面上で、各パラメータの定格値がどの位の感度を持っているかが把握され、さらに、より安定度を向上するために選ぶべきパラメータの方向が把握できる。

以上、シングルパラメータの感度解析で把握され得なかった面も含めて、提案した2=パラメータ感度解析モデルにより、極めて現実的で重要な示唆が得られた。

今後さらに、系統内パラメータ変化に対してゼロ感度に近づけるような対策(=最小感度制御)をパラメータ空間で評価するシンセシスの問題、或いはパラメータ変化に対して、固有な低感度システムの設計の問題及び、より現実的なモデルへの適用等について考察を進めて行きたい。

最後に、日頃御指導をいただく北海道大学工学部西谷健一助手に深く感謝いたします。

付 録

I. 2=パラメータ感度方程式の導出

本文(12)~(17)式の2=パラメータ感度方程式は、本文(8)~(11)式のシングル=パラメータ感度方程式を着目するパラメータについて微分することによって求められる。この場合、微分順序が交換可能であることを暗黙裡に仮定している。即ち、 $\xi_{pq} = \xi_{qp}$ を仮定しているが、これは関数 ξ の2階偏導関数 $\xi_{pq} \triangleq \frac{\partial^2 \xi}{\partial p \partial q}$ 及び $\xi_{qp} \triangleq \frac{\partial^2 \xi}{\partial q \partial p}$ が存在し、かつ定義区間で連続であれば保証される。実際、本文(7)式で定義される ξ は区間 $[1, 0]$ で単調減少関数であること、及び各パラメータ量は連続量であることを考えれば妥当な仮定と考えられる。

したがって、パラメータ M, D を例にとると、本文(8)式を D について微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ddot{u}_M}{\partial D} &= \frac{\partial}{\partial D} \left\{ \frac{\partial}{\partial t^2} \left(\frac{\partial X}{\partial M} \right) \right\} = \frac{\partial}{\partial t^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial D} \left(\frac{\partial X}{\partial M} \right) \right\} \\ &= \frac{\partial}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 X}{\partial M \partial D} \right) = \frac{\partial}{\partial t^2} u_{MD} = \ddot{u}_{MD} \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{付-1})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{u}_M}{\partial D} &= \frac{\partial}{\partial D} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial X}{\partial M} \right) \right\} = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial}{\partial D} \left(\frac{\partial X}{\partial M} \right) \right\} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} u_{MD} = \dot{u}_{MD} \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{付-2})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial D} \left\{ u_M \cos(X + \delta_s) \right\} &= \frac{\partial u_M}{\partial D} \cos(X + \delta_s) \\ &\quad - u_M \frac{\partial X}{\partial D} \sin(X + \delta_s) \\ &= u_{MD} \cos(X + \delta_s) \\ &\quad - u_M u_D \sin(X + \delta_s) \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{付-3})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{X}}{\partial D} &= \frac{\partial}{\partial D} \left(\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} \right) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial X}{\partial D} \right) = \ddot{u}_D \\ &\dots\dots(\text{付-4}) \end{aligned}$$

であるから、

$$\begin{aligned} M\ddot{u}_{MD} + \dot{u}_M + D\dot{u}_{MD} + P_{em} \{ u_{MD} \cos(X + \delta_s) \\ - u_M u_D \sin(X + \delta_s) \} = -\ddot{u}_D \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} M\ddot{u}_{MD} + D\dot{u}_{MD} + P_{em} \cdot u_{MD} \cdot \cos(X + \delta_s) \\ = P_{em} \cdot u_M \cdot u_D \sin(X + \delta_s) - \ddot{u}_D - \dot{u}_M \end{aligned} \quad \dots\dots(12)$$

一方、本文(9)式を M について微分すると、

$$\ddot{u}_D + M\ddot{u}_{DM} + D\dot{u}_{DM} + P_{em} \{ u_{DM} \cos(X + \delta_s) \}$$

$$\begin{aligned} & -u_D \cdot u_M \cdot \sin(X + \delta_s)] \\ & = -\dot{u}_M \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} & M\ddot{u}_{DM} + D\dot{u}_{DM} + P_{em} \cdot u_{DM} \cos(X + \delta_s) \\ & = P_{em} \cdot u_D \cdot u_M \sin(X + \delta_s) - \dot{u}_M - \ddot{u}_D \end{aligned} \quad \dots\dots(12)$$

以下同様の議論により、他のパラメータの組合せに対して2パラメータ感度方程式が導出される。

II. 2 = パラメータ感度係数の導出

Iと同様、連続関数 ξ のパラメータに関する微分順序は交換可能とする。

パラメータ M 、 D を例にとると、本文(7)式を M について微分して得られたシングルパラメータ感度係数 ξ_M は次式で与えられた。⁽¹⁾

$$\begin{aligned} \xi_M = & \frac{-1}{V_{MAX}} \left[\frac{w^2}{2} + Mw\dot{u}_M \right. \\ & \left. + P_{em} \cdot u_M \{ \sin(X + \delta_s) - \sin \delta_s \} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots(付-5)$$

上式をさらに D について微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial D} (w\dot{u}_M) = & \frac{\partial}{\partial D} \left\{ \frac{w \cdot \partial w}{\partial M} \right\} \\ = & \frac{\partial w}{\partial D} \cdot \frac{\partial w}{\partial M} + w \frac{\partial^2 w}{\partial M \partial D} \\ = & \dot{u}_D \dot{u}_M + w\dot{u}_{MD} \end{aligned} \quad \dots\dots(付-6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial D} \{ u_M \{ \sin(X + \delta_s) - \sin \delta_s \} \} \\ = & \frac{\partial u_M}{\partial D} \{ \sin(X + \delta_s) - \sin \delta_s \} \\ & + u_M \frac{\partial}{\partial D} \{ \sin(X + \delta_s) - \sin \delta_s \} \\ = & u_{MD} \cdot \{ \sin(X + \delta_s) - \sin \delta_s \} \\ & + u_M \cdot u_D \cdot \cos(X + \delta_s) \end{aligned} \quad \dots\dots(付-7)$$

であるから、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi_M}{\partial D} \triangleq & \frac{\partial^2 \xi}{\partial M \partial D} = \frac{-1}{V_{MAX}} \{ w\dot{u}_D \\ & + M(\dot{u}_D \dot{u}_M + w\dot{u}_{MD}) \\ & + P_{em} \cdot u_M \cdot u_D \cdot \cos(X + \delta_s) \\ & + P_{em} \cdot u_{MD} \cdot \{ \sin(X + \delta_s) - \sin \delta_s \} \} \quad \dots\dots(18) \end{aligned}$$

一方、 D に関するパラメータ感度係数は、

$$\xi_D = \frac{-1}{V_{MAX}} \left[Mw\dot{u}_D + P_{em} \cdot u_D \{ \sin(X + \delta_s) \right.$$

$$\left. - \sin \delta_s \} \right] \quad \dots\dots(付-7)$$

上式を M について微分すれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial M} (Mw\dot{u}_D) = & w\dot{u}_D + M\dot{u}_D \frac{\partial w}{\partial M} + Mw \frac{\partial \dot{u}_D}{\partial M} \\ = & w\dot{u}_D + M(\dot{u}_D u_M + w\dot{u}_{DM}) \end{aligned} \quad \dots\dots(付-9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial M} \{ u_D \{ \sin(X + \delta_s) - \sin \delta_s \} \} \\ = & u_{DM} \cdot \{ \sin(X + \delta_s) - \sin \delta_s \} \\ & + u_D \cdot u_M \cdot \cos(X + \delta_s) \end{aligned} \quad \dots\dots(付-10)$$

となるから、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi_D}{\partial M} \triangleq & \frac{\partial^2 \xi}{\partial D \partial M} = \frac{-1}{V_{MAX}} \left[w\dot{u}_D + M(\dot{u}_D u_M + w\dot{u}_{DM}) \right. \\ & + P_{em} u_D u_M \cos(X + \delta_s) \\ & + P_{em} \cdot u_{DM} \{ \sin(X + \delta_s) - \sin \delta_s \} \end{aligned} \quad \dots\dots(18)$$

以下同様にして、4個の独立なパラメータの任意の2個のパラメータに関する安定指標 ξ の感度係数 ξ_{pq} が導びかれ、一般に ξ_{qp} に等しいことを示すことができる。

参 考 文 献

- (1) 佐藤 他; 電力系統安定度のパラメータ感度解析, 苫小牧高専紀要, 第14号, 1979.
- (2) 佐藤 他; Lyapunov関数による過渡安定度向上効果の定量的評価. 苫小牧高専紀要, 第12号, 1977
- (3) 佐藤 他; 電気四学会北海道支部連大. 講演論文集, No. 53, 1979
- (4) 高松 他; プロセスシステムの最適化と感度解析. 制御工学, 第14巻, No. 5, 1970
- (5) R. Tomovic; Sensitivity Analysis of Dynamical Systems (McGraw-Hill), 1963
- (6) J. Peschou et al; Sensitivity in Power Systems. IEEE VOL. PAS-87. No. 8, 1968
- (7) R. Kasturi, P. Doraraju; IEEE VOL. PAS-88. No. 10. 1969
- (8) R. D. Teichgraeber; Ph. D Dissertation. Kansas. State Univ. 1969
- (9) M. M. Adibi; Power System Computer Feasibility Study. Vol. I, Chap. V. 1968
- (10) J. Baba et al; Proc. of PICA Confenece. 1967

(昭和54年12月1日受理)

