

イタラチオン法による井筒型基礎構造の応力解析(I)

澤 田 知 之*・能 町 純 雄**

A Stress Analysis of Well-from Foundation Structure by Iteration Method (I)

Tomoyuki SAWADA and Sumio. G. NŌMACHI

要 旨

本論は、井筒型基礎構造において、すでに発表した解析法を改良し、力学的バネを介する節点力を荷重項として繰り返し導入するイタラチオン法により本構造における2種類の境界条件下の解を精度よく計算出来たので報告するものである。

Synopsis

In This paper, it is described. that An analysis used Iteration Method, which was made changes for the better in it earlier, is considered repeat calculation entering joint-force which through a spring coefficient, and this analysis value showed agreeable solution of Well-from foundation structure under two kinds of boundary condition.

1. ま え が き

著者等はすでに井筒型基礎構造について互いに隣接する杭要素が力学的バネにより一体性を持つとした概念を用いて、理論解析を進め、実験を行った結果と比較検討しその理論の妥当性を述べて来たが^{(1), (2), (5)}理論解析に当たって半径方向の離散型フーリエ定和分変換及び軸方向に連続的有限フーリエ変換を行なって解析を進めた、一度に4本の基本微分差分方程式を解いて来た。本報告では、その基本式を基にして、初めは弾性床上の梁として解きそれを第1次近似解として初期値とおく、次にこの第1次近似解を持って継手の力学的バネを介するところの節点力を荷重項として導入し、第2次近似解を知る。この様に繰り返し第S-1次近似解を持って第S次近似解を知る演算を行なうことにより、簡明な理論で精度よい収束解が得られ、前述理論解析がさらに改良され汎用性を持ちプログラミングも容易となる。今回は2種類の境界条件についての結果を得たので報告するものである。

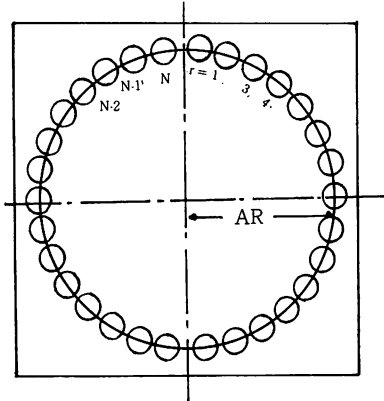
2. 基 本 式

一般図に示す様に天端固定、根入れ部固定とすることにより上端での変位は拘束され、第1次変位モードを呈すると考えることにし、すでに発表した基本微分差分式は、3次元方向の変位成分 $U_r(x)$, $V_r(x)$, $W_r(x)$ を用いて次の様にⅠ～Ⅲの3本の基本微分差分方程式で示される。

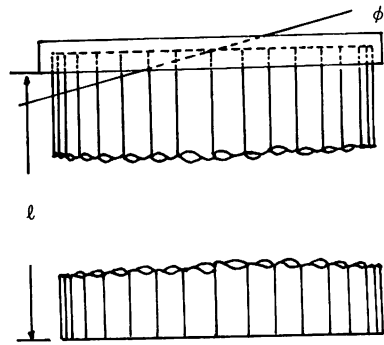
$$EI \cdot \ddot{U}_r(x) + K_h D \cdot U_r(x) = K_N [\Delta^2 U_{r-1}(x) \cos^2 \alpha + \Delta V_r(x) \cdot \sin \alpha \cos \alpha] + K_T [-\nabla^2 U_{r-1}(x) \sin^2 \alpha + \Delta V_r(x) \sin \alpha \cos \alpha] \quad (I)$$

* 助教授 土木工学科

** 教授 北海道大学工学部 土木工学科



一般図



$$EI \cdot \ddot{V}_r(x) + K_h D \cdot V_r(x) = -K_N [-\mathcal{A} U_r(x) \cdot \sin \alpha \cos \alpha + \nabla^2 V_{r-1}(x) \cdot \sin^2 \alpha] \\ + K_T [-\mathcal{A} U_r(x) \cdot \sin \alpha \cos \alpha + \Delta^2 V_{r-1}(x) \cdot \cos^2 \alpha] \\ - K_S [\mathcal{A} \dot{W}_r(x) \cdot a + \nabla^2 \dot{V}_{r-1}(x) \cdot a^2] \quad (\text{II})$$

$$EA \cdot \dot{W}_r(x) = K_S \cdot [\Delta^2 W_{r-1}(x) + \mathcal{A} \dot{V}_r(x) \cdot a] \quad (\text{III})$$

ここで・は $\frac{\partial}{\partial x}$ を表わす。

2-1 <Fix-Hinge の場合>

1次近似解

基本式(A)(B)(C)の右辺=0とした弾性床上の梁の解は次に示す、第1次近似解として(1)~(3)の様に示される。

$$U_r^1(x) = -\frac{1}{2\lambda_r^2} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \cdot P_r(\xi) \cdot \dot{U}_r^1(0) + Q_r(\xi) \cdot U_r^1(0) \quad (1)$$

$$V_r^1(x) = -\frac{1}{2\lambda_r^2} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \cdot P_r(\xi) \cdot \dot{V}_r^1(0) + Q_r(\xi) \cdot V_r^1(0) \quad (2)$$

$$W_r^1(x) = -\frac{l}{\pi^2 \gamma_r^2} \{ \eta_r(\xi) \cdot \dot{W}_r^1(0) - \eta_r(1-\xi) \cdot \dot{W}_r^1(l) \} \quad (3)$$

$$4\lambda_r^4 = \frac{K_{rh} \cdot D}{EI} \cdot \left(\frac{l}{\pi} \right)^4$$

$$\gamma_r^4 = \frac{\pi D \cdot K_{rv}}{EA} \cdot \left(\frac{l}{\pi} \right)^2$$

$$P_r(\xi) = \frac{\sin h \pi \lambda_r (2-\xi) \cdot \sin \pi \lambda_r \xi - \sin h \pi \lambda_r \xi \cdot \sin \pi \lambda_r (2-\xi)}{\cos h 2 \lambda_r \pi - \cos 2 \lambda_r \pi}$$

$$Q_r(\xi) = \frac{\cos h \pi \lambda_r (2-\xi) \cdot \cos \pi \lambda_r \xi - \cos h \pi \lambda_r \xi \cdot \cos \pi \lambda_r (2-\xi)}{\cos h 2 \lambda_r \pi - \cos 2 \lambda_r \pi}$$

$$\eta_r(\xi) = \frac{\pi \gamma_r \cos h \pi \gamma_r (1-\xi)}{\sin h \pi \gamma_r} - 1$$

1 次近似解の境界条件

$$U_r^1(0) = Y_0 \cdot \cos \frac{2\pi}{N} r \quad (4)$$

$$V_r^1(0) = Y_0 \cdot \sin \frac{2\pi}{N} r \quad (5)$$

$$\dot{U}_r^1(0) = \varphi \cdot \cos \frac{2\pi}{N} r \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{故に} & -\frac{1}{2\lambda_r^2} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \cdot \dot{\mathbf{P}}_r(0) \cdot \dot{\mathbf{U}}_r(0) + \dot{\mathbf{Q}}_r(0) \cdot \cos \frac{2\pi}{N} r \cdot Y_0 = \varphi \cdot \cos \frac{2\pi}{N} r \\ \therefore \dot{\mathbf{U}}_r^1(0) & = \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \cdot 2\lambda_r^2 \frac{\dot{\mathbf{Q}}_r(0)}{\dot{\mathbf{P}}_r(0)} \cos \frac{2\pi}{N} r \cdot Y_0 = \varphi \cdot \cos - \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \cdot 2\lambda_r^2 \frac{1}{\dot{\mathbf{P}}_r(0)} \cos \frac{2\pi}{N} r \cdot \varphi \end{aligned} \quad (7)$$

$$\boxed{\dot{\mathbf{V}}_r^1(0) = \varphi \cdot \sin \frac{2\pi}{N} r} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{故に} & -\frac{1}{2\lambda_r^2} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \cdot \dot{\mathbf{P}}_r(0) \cdot \dot{\mathbf{V}}_r(0) + \dot{\mathbf{Q}}_r(0) \cdot \sin \frac{2\pi}{N} r \cdot Y_0 = \varphi \cdot \sin \frac{2\pi}{N} r \\ \therefore \dot{\mathbf{V}}_r^1(0) & = \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \cdot 2\lambda_r^2 \frac{\dot{\mathbf{Q}}_r(0)}{\dot{\mathbf{P}}_r(0)} \sin \frac{2\pi}{N} r \cdot Y_0 = \varphi \cdot \sin - \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \cdot 2\lambda_r^2 \cdot \sin \frac{2\pi}{N} r \cdot \frac{1}{\dot{\mathbf{P}}_r(0)} \cdot \varphi \end{aligned} \quad (9)$$

$$\boxed{W_r^1(0) = AR \cdot \varphi} \quad (10)$$

$$\boxed{W_r^1(0) = 0} \quad (11)$$

$$\text{故に} \quad \dot{\mathbf{W}}_r^1(0) = \frac{\pi^2 \gamma_r^2 \cdot AR}{l} \cdot \frac{\eta_r(0)}{\{\eta_r(1)^2 - \eta_r(0)^2\}} \cdot \varphi \quad (12)$$

$$\dot{\mathbf{W}}_r^1(0) = \frac{\pi^2 \gamma_r^2 \cdot AR}{l} \cdot \frac{\eta_r(0)}{\{\eta_r(1)^2 - \eta_r(0)^2\}} \cdot \varphi \quad (13)$$

よって1次近似解は Y_0 と φ とによって以下の如く整理されて示される。

$$U_r^1(\xi) = \left\{ -\frac{\dot{\mathbf{Q}}_r(0)}{\dot{\mathbf{P}}_r(0)} \cdot \mathbf{P}_r(\xi) + \mathbf{Q}_r(\xi) \right\} \cdot \cos \frac{2\pi}{N} r \cdot Y_0 + \frac{1}{\dot{\mathbf{P}}_r(0)} \cdot \mathbf{P}_r(\xi) \cdot \cos \frac{2\pi}{N} r \cdot \varphi \quad (14)$$

$$V_r^1(\xi) = \left\{ -\frac{\dot{\mathbf{Q}}_r(0)}{\dot{\mathbf{P}}_r(0)} \cdot \mathbf{P}_r(\xi) + \mathbf{Q}_r(\xi) \right\} \cdot \sin \frac{2\pi}{N} r \cdot Y_0 + \frac{1}{\dot{\mathbf{P}}_r(0)} \cdot \mathbf{P}_r(\xi) \cdot \sin \frac{2\pi}{N} r \cdot \varphi \quad (15)$$

$$W_r^1(\xi) = \frac{AR}{\{\eta_r(0)^2 - \eta_r(0)^2\}} \cdot \{\eta_r(1) \cdot \eta_r(1-\xi) - \eta_r(0) \cdot \eta_r(\xi)\} \cdot \varphi \quad (16)$$

S次近似解

次に、S次の解は、S-1次($S \geq 2$)の解を用いて、“補足”で述べる様に、荷重項として、繰り返し代入し(17)~(19)で示される様な収束解を得ることが出来る。

$$U_r^S(x) = -\frac{1}{2\lambda_r^2} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \cdot \mathbf{P}_r(\xi) \cdot \dot{\mathbf{U}}_r^S(0) + \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{A_m^{S-1} \cdot \sin m\pi\xi}{m^4 + 4\lambda_r^4} \quad (17)$$

$$V_r^S(x) = -\frac{1}{2\lambda_r^2} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \cdot \mathbf{P}_r(\xi) \cdot \dot{\mathbf{V}}_r^S(0) + \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{B_m^{S-1} \cdot \sin m\pi\xi}{m^4 + 4\lambda_r^4} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} W_r^S(x) & = -\frac{l}{\pi^2 \gamma_r^2} \{ \eta_r(\xi) \cdot \dot{\mathbf{W}}_r^S(0) - \eta_r(1-\xi) \cdot \dot{\mathbf{W}}_r^S(l) \} \\ & \quad + \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{-C_m^{S-1} \cdot \cos m\pi\xi}{m^2 + \gamma_r^2} \\ & \quad + \frac{1}{K} \frac{-C_m^{S-1} [K^2 + \gamma_r^2 \{1 + (-1)^K\}]}{\gamma_r^2 (K^2 + \gamma_r^2)} \end{aligned} \quad (19)$$

境界条件

$$\dot{U}_r^s(0) = 0 \quad (20)$$

$$\dot{V}_r^s(0) = 0 \quad (21)$$

$$W_r^s(0) = 0 \quad (22)$$

$$W_r^s(l) = 0 \quad (23)$$

$$(20)より \quad \dot{U}_r^s(0) = \left(\frac{\pi}{l}\right)^3 \cdot \frac{1}{\dot{P}_r(0)} \cdot 2\lambda_r^2 \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{s-1} \frac{m \cdot A_m^{s-1}}{m^4 + 4\lambda_r^4} \quad (24)$$

$$(21)より \quad \dot{V}_r^s(0) = \left(\frac{\pi}{l}\right)^3 \cdot \frac{1}{\dot{P}_r(0)} \cdot 2\lambda_r^2 \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{s-1} \frac{m \cdot B_m^{s-1}}{m^4 + 4\lambda_r^4} \quad (25)$$

(22)(23)より

$$\begin{aligned} \left| \begin{array}{cc} \eta_r(0) & -\eta_r(1) \\ \eta_r(1) & -\eta_r(0) \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \dot{W}_r^s(0) \\ \dot{W}_r^s(l) \end{array} \right| &= \left| \begin{array}{c} -\frac{\pi^2 \cdot \gamma_r^2}{l} \left[\frac{2}{K} \sum_{m=1}^{K-1} \frac{C_m^{s-1}}{m^2 + \gamma_r^2} + \frac{1}{K} \frac{C_m^{s-1} [K^2 + \gamma_r^2 \{1 + (-1)^K\}]}{\gamma_r^2 (K^2 + \gamma_r^2)} \right] \\ -\frac{\pi^2 \cdot \gamma_r^2}{l} \left[\frac{2}{K} \sum_{m=1}^{K-1} \frac{C_m^{s-1} \cdot (-1)^m}{m^2 + \gamma_r^2} + \frac{1}{K} \frac{C_m^{s-1} [K^2 + \gamma_r^2 \{1 + (-1)^K\}]}{\gamma_r^2 (K^2 + \gamma_r^2)} \right] \end{array} \right| \end{aligned}$$

T_{w1}
 T_{w2}

$$\therefore \dot{W}_r^s(0) = \frac{\eta_r(1) \cdot T_{w2} - \eta_r(0) \cdot T_{w1}}{D2} \quad (26)$$

$$\therefore \dot{W}_r^s(l) = \frac{\eta_r(1) \cdot T_{w1} - \eta_r(0) \cdot T_{w2}}{D2} \quad (27)$$

$$D2 = \eta_r(1)^2 - \eta_r(0)^2$$

上述の第S次の境界値を求める際の $A_m^{s-1} \sim C_m^{s-1}$ は以下に示す様な、第S-1次解 U^{s-1} , V^{s-1} , W^{s-1} 等により成り立つ。

$$A_m^{s-1} = \sum_{i=1}^{k-1} f_r^U(i \cdot \Delta x) \cdot \sin \frac{m\pi i}{k} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} f_r^U(i \cdot \Delta x) &= \frac{K_N}{EI} \{ \Delta^2 U_{r-1}^{s-1}(x) \cdot \cos^2 \alpha + \nabla V_{r-1}^{s-1}(x) \cdot \sin \alpha \cos \alpha \} \\ &\quad + \frac{K_T}{EI} \{ -\nabla^2 U_{r-1}^{s-1}(x) \cdot \sin^2 \alpha + \nabla V_{r-1}^{s-1}(x) \cdot \sin \alpha \cos \alpha \} \end{aligned}$$

$$B_m^{s-1} = \sum_{i=1}^{k-1} f_r^V(i \cdot \Delta x) \cdot \sin \frac{m\pi i}{k} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} f_r^V(i \cdot \Delta x) &= \frac{-K_N}{EI} \{ \nabla U_{r-1}^{s-1}(x) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \nabla^2 V_{r-1}^{s-1}(x) \cdot \sin^2 \alpha \} \\ &\quad + \frac{K_T}{EI} \{ -\nabla U_{r-1}^{s-1}(x) \cdot \sin \alpha \cos \alpha + \Delta^2 V_{r-1}^{s-1}(x) \cdot \cos^2 \alpha \} \\ &\quad + \frac{K_S}{EI} \{ \nabla \dot{W}_{r-1}^{s-1}(x) \cdot a + \nabla^2 \dot{V}_{r-1}^{s-1}(x) \cdot a^2 \} \end{aligned}$$

$$C_m^{s-1} = \sum_{i=1}^{k-1} f_r^W(i \cdot \Delta x) \cdot \cos \frac{m\pi i}{k} + f_r^W(i \cdot \Delta x) \cdot \frac{1}{K} \frac{K^2 + \gamma^2 \{1 + (-1)^K\}}{\gamma^2 \{K^2 + \gamma^2\}} \quad (30)$$

$$f_r^W(i \cdot \Delta x) = \frac{K_S}{EA} \{ \Delta^2 W_{r-1}^{s-1} + \nabla \dot{V}_{r-1}^{s-1}(x) \cdot a \}$$

図-A

※ A_m^{s-1} , B_m^{s-1} , C_m^{s-1} についての補足

図-Aの様に長さ方向にR分割して考えると

$$l = k \cdot \Delta x \quad x = i \cdot \Delta x \text{ とおける。}$$

$$\text{すると } \sin \frac{m\pi}{l} x = \sin \frac{m\pi i \Delta x}{k \Delta x} = \sin \frac{m\pi}{k} i$$

よって、連続有限 Fourier Sine 変換を次の如く離散形に近似する。

$$\int_0^l f_r(x) \cdot \sin \frac{m\pi}{l} x \cdot dx \approx \sum_x f_r(i \Delta x) \cdot \sin \frac{m\pi i}{k} \cdot \Delta x$$

よって、

$$\left. \begin{aligned} \sum_x f_r^u(i \Delta x) \cdot \sin \frac{m\pi x}{l} \cdot \Delta x &= \sum_{i=1}^{k-1} f_r^u(i \Delta x) \cdot \sin \frac{m\pi i}{k} \cdot \Delta x = A_m^{s-1} \cdot \Delta x \\ \sum_x f_r^v(i \Delta x) \cdot \sin \frac{m\pi x}{l} \cdot \Delta x &= \sum_{i=1}^{k-1} f_r^v(i \Delta x) \cdot \sin \frac{m\pi i}{k} \cdot \Delta x = B_m^{s-1} \cdot \Delta x \\ \sum_x f_r^w(i \Delta x) \cdot \cos \frac{m\pi x}{l} \cdot \Delta x &= \sum_{i=1}^k f_r^w(i \Delta x) \cdot \cos \frac{m\pi i}{k} \cdot \Delta x = C_m^{s-1} \cdot \Delta x \end{aligned} \right\} \text{変換}$$

$$\left. \begin{aligned} f_r^u(i \Delta x) &= \frac{2}{l} \sum_{m=1}^{k-1} A_m^{s-1} \cdot \Delta x \cdot \sin \frac{m\pi i}{k} = \frac{2}{k} \sum_{m=1}^{k-1} A_m^{s-1} \cdot \sin \frac{m\pi i}{k} \\ f_r^v(i \Delta x) &= \frac{2}{l} \sum_{m=1}^{k-1} B_m^{s-1} \cdot \Delta x \cdot \sin \frac{m\pi i}{k} = \frac{2}{k} \sum_{m=1}^{k-1} B_m^{s-1} \cdot \sin \frac{m\pi i}{k} \\ f_r^w(i \Delta x) &= \frac{2}{l} \sum_{m=1}^{k-1} C_m^{s-1} \cdot \Delta x \cdot \cos \frac{m\pi i}{k} = \frac{2}{k} \sum_{m=1}^{k-1} C_m^{s-1} \cdot \cos \frac{m\pi i}{k} \\ &\quad + \frac{1}{k} \frac{C_m^{s-1} [K^2 + \gamma^2 \{1 + (-1)^K\}]}{\gamma^2 (K^2 + \gamma^2)} \end{aligned} \right\} \text{逆変換}$$

上記逆変換式が、式の荷重項として示されている。

故に、次に示す外力の剪断力のつり合い及びモーメントのつり合い式を満足する様に Y_0 , φ を決めることにより、必要とする変位、断面力諸値が求め得る。

$$EI \cdot \sum_{r=1}^N \ddot{U}_r^s(0) \cdot \cos \frac{2\pi\gamma}{N} + EI \cdot \sum_{r=1}^N \ddot{V}_r^s(0) \cdot \sin \frac{2\pi\gamma}{N} = P \quad (31)$$

$$\sum_{r=1}^N AR \cdot N_0 \cdot \cos^2 \frac{2\pi}{N} r + EI \sum_{r=1}^N \ddot{U}_r^s(0) \cdot \cos \frac{2\pi}{N} r + EI \sum_{r=1}^N \ddot{V}_r^s(0) \cdot \sin \frac{2\pi}{N} r = M \quad (32)$$

$$N_0 = EA \cdot \dot{W}_r^s(0)$$

2-2 数値計算

今上記条件に於ける計算の結果を表-1に示す。計算緒元は次の通りである。

$$N=12 \text{ 本} \quad D=80 \text{ cm} \quad l=10 \text{ m}$$

$$K_{rh} = (r=1 \sim 3 \text{ 及び } r=9 \sim 12) \text{ で } 0.8 \text{ kg/cm}^3 \text{ (} r=4 \sim 8 \text{) で } 0.4 \text{ kg/cm}^3$$

$$K_{rv}=1.0\text{kg/cm}^3 \quad E=2.1 \times 10^6 \text{kg/cm}^2 \quad G=\frac{E}{2(1+U)} \quad U=0.3 \text{とする。}$$

この表-1は天端変位 $Y_0=1.0\text{cm}$ 天端フーチングの傾き、 $\varphi=0.001\text{rad}$ である時の均り合う外力モーメント、剪断力の大きさを継手のバネ定数 K_N, K_T, K_S の変化を取ったものである。このことから次のことが言える。

① この結果より、 K_N, K_T が、0からかなり大きな値 $8 \times 10^3 \text{kg/cm}^2$ まで変化しても、 M, Q の値は影響を与えず反対に軸方向のバネ係数 K_S の影響は、大きく剪断力は、 K_S に比例し、モーメントも変位を固定して考える時は、 K_S が大となる程、大きな値を示す。つまり、構造としての半径方向のバネ係数 K_N と持線方向の K_T とは、効果は同じであり、 K_S に比して影響力は小さいと考えられる。

② 又、解の収束状態を下図に示すが繰り返し回数3回目位つまり第3次近似解ないし4次近似解でかなり精度よく取れんしていることが示される。フーリエ級数の m による級数和も大体よい取れんを示した。

		kg/cm	kg·cm	kg
K_N	K_T	K_N	Moment	剪断力 Q
0	0	0	0.0	0.0
80	80	0	$4.19 \times 10_1$	- 0.206
8000	8000	0	$4.19 \times 10_3$	-2.06×10
40	40	40	1.98×10	1.61×10^4
80	80	40	1.98×10^6	1.61×10^4
8000	8000	40	1.98×10^6	1.61×10^4
0	0	80	7.23×10^6	3.14×10^4
40	80	80	7.23×10^6	3.14×10^4
80	40	80	7.23×10^6	3.14×10^4
80	80	80	7.23×10^6	3.14×10^4
400	400	400	3.53×10^8	1.57×10^5
800	800	400	3.53×10^8	1.57×10^5
8000	8000	400	3.53×10^8	1.57×10^5
0	0	800	2.40×10^9	3.14×10^5
400	800	800	2.40×10^9	3.14×10^5
800	400	800	2.40×10^9	3.14×10^5
800	800	800	2.40×10^9	3.14×10^5
0	0	8000	2.03×10^{12}	3.14×10^6
8000	8000	8000	2.03×10^{12}	3.14×10^6

2-3 <Fix-Fix の場合>

1 次近似以解

Fix-Hinge と同様に境界値のみが異なる厳密解が以下の様に得られる。

$$U_r^1(x) = -\frac{1}{2\lambda_r^2} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \{ P_r(1-\xi) \cdot \dot{U}_r^1(l) + P_r(\xi) \cdot \dot{U}_r^1(0) \} + Q_r(\xi) \cdot U_r^1(0) \quad ①$$

$$V_r^1(x) = -\frac{1}{2\lambda_r^2} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \{ P_r(1-\xi) \cdot \dot{V}_r^1(l) + P_r(\xi) \cdot \dot{V}_r^1(0) \} + Q_r(\xi) \cdot V_r^1(0) \quad ②$$

$$W_r^1(x) = -\frac{l}{\pi^2 \gamma_r^2} \{ \eta_r(\xi) \cdot \dot{W}_r^1(0) + \eta_r(1-\xi) \cdot \dot{W}_r^1(l) \} \quad ③$$

1 次近似解における境界条件

$$\dot{U}_r^1(0) = \varphi \cdot \cos \frac{2\pi}{N} r \quad ④$$

$$\dot{U}_r^1(l) = 0 \quad ⑤$$

$$\dot{V}_r^1(0) = \varphi \cdot \sin \frac{2\pi}{N} r \quad ⑥$$

$$\dot{V}_r^1(l) = 0 \quad ⑦$$

$$W_r^1(0) = AR \cdot \varphi \quad ⑧$$

$$W_r^1(l) = 0 \quad ⑨$$

よって1次近似解の境界値は次の6式より求まる。

(4)と(5)より、

$$-\frac{1}{2\lambda_r^2} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \{ \dot{P}_r(1) \cdot \dot{U}_r^1(l) + \dot{P}_r(0) \cdot \dot{U}_r^1(0) \} + \dot{Q}_r(0) \cdot Y_0 \cdot \cos \frac{2\pi}{N} r = \varphi \cdot \cos \frac{2\pi}{N} r$$

$$-\frac{1}{2\lambda_r^2} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \{ \dot{P}_r(0) \cdot \dot{U}_r^1(l) + \dot{P}_r(1) \cdot \dot{U}_r^1(0) \} + \dot{Q}_r(1) \cdot Y_0 \cdot \cos \frac{2\pi}{N} r = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \dot{U}_r^1(l) &= \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \cdot 2\lambda_r^2 \times \left\{ \frac{\dot{\mathbf{Q}}_r(0) \cdot \dot{\mathbf{P}}_r(1) - \dot{\mathbf{Q}}_r(1) \cdot \dot{\mathbf{P}}_r(0)}{\dot{\mathbf{P}}_r(1)^2 - \dot{\mathbf{P}}_r(0)^2} \right\} \cdot \cos \frac{2\pi}{N} r \cdot Y_0 \\ &\quad + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \cdot 2\lambda_r^2 \times \left\{ \frac{\dot{\mathbf{P}}_r(1)}{\dot{\mathbf{P}}_r(1)^2 - \dot{\mathbf{P}}_r(0)^2} \right\} \cdot \cos \frac{2\pi}{N} r \cdot \varphi \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \therefore \dot{U}_r^1(0) &= \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \cdot 2\lambda_r^2 \times \left\{ \frac{\dot{\mathbf{Q}}_r(0) \cdot \dot{\mathbf{P}}_r(1) - \dot{\mathbf{Q}}_r(0) \cdot \dot{\mathbf{P}}_r(0)}{D} \right\} \cdot \cos \frac{2\pi r}{N} \cdot Y_0 \\ &\quad + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \cdot 2\lambda_r^2 \times \left\{ \frac{-\dot{\mathbf{P}}_r(0)}{D} \right\} \cdot \cos \frac{2\pi}{N} r \cdot \varphi \end{aligned} \quad (11)$$

(6)と(7)より

$$\begin{aligned} &-\frac{1}{2\lambda_r^2} \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \cdot \{\dot{\mathbf{P}}_r(1) \cdot \dot{V}_r^1(l) + \dot{\mathbf{P}}_r(0) \cdot \dot{V}_r^1(0)\} + \dot{\mathbf{Q}}_r(0) \cdot Y_0 \cdot \sin \frac{2\pi}{N} r = \varphi \cdot \sin \frac{2\pi r}{N} \\ &-\frac{1}{2\lambda_r^2} \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \cdot \{\dot{\mathbf{P}}_r(0) \cdot \dot{V}_r^1(l) + \dot{\mathbf{P}}_r(1) \cdot \dot{V}_r^1(0)\} + \dot{\mathbf{Q}}_r(1) \cdot Y_0 \cdot \sin \frac{2\pi}{N} r = 0 \\ \therefore \dot{V}_r^1(l) &= \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \cdot 2\lambda_r^2 \times \left\{ \frac{\dot{\mathbf{Q}}_r(0) \cdot \dot{\mathbf{P}}_r(1) - \dot{\mathbf{Q}}_r(1) \cdot \dot{\mathbf{P}}_r(0)}{\dot{\mathbf{P}}_r(1)^2 - \dot{\mathbf{P}}_r(0)^2} \right\} \cdot \sin \frac{2\pi r}{N} \cdot Y_0 \\ &\quad + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \cdot 2\lambda_r^2 \times \left\{ \frac{\dot{\mathbf{P}}_r(0)}{\dot{\mathbf{P}}_r(1)^2 - \dot{\mathbf{P}}_r(0)^2} \right\} \cdot \sin \frac{2\pi r}{N} \cdot \varphi \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \therefore \dot{V}_r^1(0) &= \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \cdot 2\lambda_r^2 \times \left\{ \frac{\dot{\mathbf{Q}}_r(1) \cdot \dot{\mathbf{P}}_r(1) - \dot{\mathbf{Q}}_r(0) \cdot \dot{\mathbf{P}}_r(0)}{D} \right\} \cdot \sin \frac{2\pi r}{N} \cdot Y_0 \\ &\quad + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \cdot 2\lambda_r^2 \times \left\{ \frac{-\dot{\mathbf{P}}_r(0)}{D} \right\} \cdot \sin \frac{2\pi r}{N} \cdot \varphi \end{aligned} \quad (13)$$

(8)と(9)より

$$\begin{aligned} &-\frac{l}{\pi^2 \gamma_r^2} \{\eta_r(1) \cdot \dot{W}_r^1(l) + \eta_r(0) \cdot \dot{W}_r^1(0)\} = AR \cdot \varphi \\ &-\frac{l}{\pi^2 \gamma_r^2} \{\eta_r(0) \cdot \dot{W}_r^1(l) + \eta_r(1) \cdot \dot{W}_r^1(0)\} = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \dot{W}_r^1(l) = \left(\frac{\pi^2 \gamma_r^2}{l}\right) \times \left\{ \frac{AR \cdot \eta_r(1)}{\eta_r^2(1) - \eta_r(0)^2} \right\} \cdot \varphi \quad (14)$$

$$\therefore \dot{W}_r^1(0) = \left(\frac{\pi^2 \gamma_r^2}{l}\right) \times \left\{ \frac{-AR \cdot \eta_r(0)}{DD} \right\} \cdot \varphi \quad (15)$$

S 次近似解

前述と同様に第S次解は、S-1次(S $\geq$ 2)の解を用いて荷重項として代入し次の如くの収束解を得る。

$$\begin{aligned} U_r^S(x) &= -\frac{1}{2\lambda_r^2} \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \{ \mathbf{P}_r(1-\xi) \cdot \dot{U}_r^S(l) + \mathbf{P}_r(\xi) \cdot \dot{U}_r^S(0) \} \\ &\quad + \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{A_m^{S-1} \cdot \sin m\pi\xi}{m^4 + 4\lambda_r^4} \end{aligned} \quad (16)$$

$$V_r^s(x) = -\frac{1}{2\lambda_r^2} \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \{P_r(1-\xi) \cdot \dot{V}_r^s(l) + P_r(\xi) \cdot \dot{V}_r^s(0)\} \\ + \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{s-1} \frac{B_m^{s-1} \cdot \sin m\pi\xi}{m^4 + 4\lambda_r^4} \quad (17)$$

$$W_r^s(x) = -\frac{l}{\pi^2 \gamma_r^2} \{ \eta_r(\xi) \cdot \dot{W}_r^s(0) - \eta_r(1-\xi) \cdot \dot{W}_r^s(l) \} \\ + \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{s-1} \frac{-C_m^{s-1} \cdot \cos m\pi\xi}{m^2 + \gamma_r^2} + \frac{1}{K} \frac{-C_m^{s-1} [K^2 + r_r^2 \{1 + (-1)^s\}]}{r_r^2 (K^2 + r_r^2)} \quad (18)$$

A_m^{s-1} , B_m^{s-1} , C_m^{s-1} は、前述と同じ。

よって、S次近似解における境界値は次の6式より求まる。

$$\dot{U}_r^s(0) = 0 \quad (19)$$

$$\dot{U}_r^s(l) = 0 \quad (20)$$

$$\dot{V}_r^s(0) = 0 \quad (21)$$

$$\dot{V}_r^s(l) = 0 \quad (22)$$

$$W_r^s(0) = 0 \quad (23)$$

$$W_r^s(l) = 0 \quad (24)$$

①9～②0より、

$$\therefore \dot{U}_r^s(l) = \frac{1}{D1} \cdot \begin{vmatrix} T U1, & \dot{P}_r(0) \\ T U2, & \dot{P}_r(1) \end{vmatrix} = \frac{\dot{P}_r(1) \cdot T V1 - \dot{P}_r(0) \cdot T V2}{D1} \quad (25)$$

$$\therefore \dot{U}_r^s(0) = \frac{1}{D1} \cdot \begin{vmatrix} \dot{P}_r(1), & T U1 \\ \dot{P}_r(0), & T U2 \end{vmatrix} = \frac{\dot{P}_r(1) \cdot T V2 - \dot{P}_r(0) \cdot T V1}{D1} \quad (26)$$

$$D1 = \dot{P}_r(1)^2 - \dot{P}_r(0)^2$$

②1～②2

$$\therefore \dot{V}_r^s(l) = \frac{1}{D1} \begin{vmatrix} T V1, & \dot{P}_r(0) \\ T V2, & \dot{P}_r(1) \end{vmatrix} = \frac{\dot{P}_r(1) \cdot T V1 - \dot{P}_r(0) \cdot T V2}{D1} \quad (27)$$

$$\therefore \dot{V}_r^s(0) = \frac{1}{D1} \begin{vmatrix} \dot{P}_r(1), & T V1 \\ \dot{P}_r(0), & T V2 \end{vmatrix} = \frac{\dot{P}_r(1) \cdot T V2 - \dot{P}_r(0) \cdot T V1}{D1} \quad (28)$$

②③～②④より,

$$\therefore \dot{W}_r^s(0) = \frac{1}{D2} \begin{vmatrix} TW1, & \eta_r(1) \\ TW2, & \eta_r(0) \end{vmatrix} = \frac{\eta_r(0) \cdot TW1 - \eta_r(1) \cdot TW1}{D2} \quad (29)$$

$$\therefore \dot{W}_r^s(l) = \frac{1}{D2} \begin{vmatrix} \eta_r(0) & TW1 \\ \eta_r(1), & TW2 \end{vmatrix} = \frac{\eta_r(0) \cdot TW2 - \eta_r(1) \cdot TW1}{D2} \quad (30)$$

$$D1 = \dot{P}_r(1)^2 - \dot{P}_r(0)^2$$

$$D2 = \eta_r^2(0) - \eta_r^2(1)$$

$$T_{U1} = \left(\frac{\pi}{l} \right)^3 \cdot \frac{4\lambda_r^2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{m \cdot A_m^{S-1}}{m^4 + 4\lambda_r^4}$$

$$T_{U2} = \left(\frac{\pi}{l} \right)^3 \cdot \frac{4\lambda_r^2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{m \cdot (-1)^m A_m^{S-1}}{m^4 + 4\lambda_r^4}$$

$$T_{V1} = \left(\frac{\pi}{l} \right)^3 \cdot \frac{4}{K} \lambda_r^2 \sum_{m=1}^{S-1} \frac{m \cdot B_m^{S-1}}{m^4 + 4\lambda_r^4}$$

$$T_{V2} = \left(\frac{\pi}{l} \right)^3 \cdot \frac{4}{K} \lambda_r^2 \sum_{m=1}^{S-1} \frac{m \cdot (-1)^m B_m^{S-1}}{m^4 + 4\lambda_r^4}$$

$$T_{W1} = -\frac{\pi \gamma_r^2}{l} \left[\frac{2}{K} \sum_{m=1}^{k-1} \frac{C_m^{S-1}}{m^2 + r_r^2} + \frac{1}{k} \frac{C_m^{S-1} [k^2 + r_r^2 \{1 + (-1)^k\}]}{r_r^2 (k^2 + r_r^2)} \right]$$

$$T_{W2} = -\frac{\pi \gamma_r^2}{l} \left[\frac{2}{K} \sum_{m=1}^{k-1} \frac{C_m^{S-1} (-1)^m}{m^2 + r_r^2} + \frac{1}{k} \frac{C_m^{S-1} [k^2 + r_r^2 \{1 + (-1)^k\}]}{r_r^2 (k^2 + r_r^2)} \right]$$

よって②⑤～③⑩より第S次近似解における境界値の収束値を知り得る,よって〈Fix-Hinge〉の場合と同様の式(31)(32)より外力の水平力とモーメントのつり合いを満足する。 Y_0, φ を知る事により,必要とする断面力を知り得る。

2-4 <数値計算>

前述と同様の計算緒元によって境界条件を, Fix-Fix とした時の結果のたわみ図及びモーメントと剪断力と現行法との比較を図-1～8と表-2に示す。

×× HENI-AT X=0 ××

×× KASANE-CHART ××

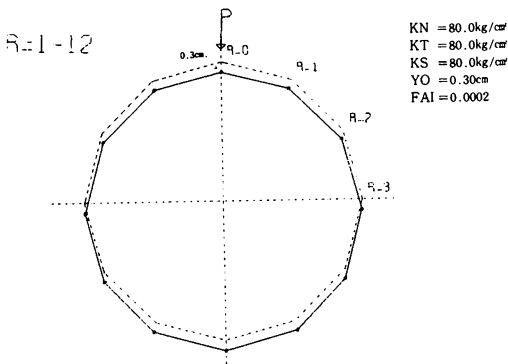


図-1

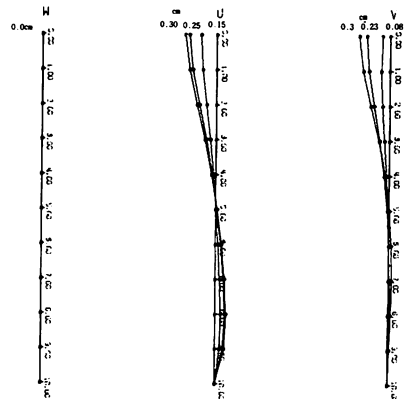


図1,3,5,7は、断面方向の変位を示し1次モードの変位をいずれも呈しており妥当と言える図2,4,6,8、は軸方向の変位分布を各パイル毎に示したもので、
 載荷パイルより順次荷分分担が行なわれ、 $\frac{1}{4}$ 周点では、 U と V が逆転しており、さらに、 Y_0, φ の値により分布状態が変化するが、いずれにしても外力(M, P)が一定条件では、継手効果、すなわち力学バネの影響が見られ妥当な傾向である。又、地盤反力係数を、0～3番と9～11番の上半分と4～8番の下半分と変化させており、 W の変位が中央点より少し上部にずれて、中立点の存在することが分かる。定性的な関係を言うには計算量が少なく、今後の検討課題と考えられる。

表－2より、外力としての Total moment 及び Total 剪断力につり合う y_0 と φ の収束値を示したがこの時の厳密解 $P=5 \text{ ton} (\approx 0.0)$ の場合の 2.98mm とはよく一致している。

以上より、イタラチオン法（繰り返し法）による理論解析と計算結果を示したが、本報告は、1 次変位モード、すなわち天端固定ということで天端では、杭全体の移動が剛体変位形態を示すとして解析を行なっており、収束も当然よい結果となっている。今後は、天端自由という条件で、各杭に集中載荷ということでもっと汎用的な理論式と数値計算を行なう予定である。

尚、数値計算は本校計算機室 HITAC8250 を利用して行なったことを付記する。

参 考 文 献

1) 能町・澤田：鋼管矢板井筒における継手効果のモデル化について（土木学会北海道支部論文報告集第35号）
 2) 能町・澤田：継手の効率を考えた鋼管Well基礎の水平抵抗の理論的研究（土木学会第33回年次学術講
 会講演集I-91）
 3) 建設省：矢板式基礎の設計施工指針(1973)
 4) 澤田：継手バネ効果と井筒型基礎構造の水平抵抗について（土木学会北海道支部論文報告集第36号）
 5) 澤田・能町：模型実験による井筒基礎構造の継手効果の検討について（苫高専紀要第15号）
 6) 塩井・岡原：矢板式基礎の構造解析（橋梁と基礎Vol. 12. 1978）

（昭和55年12月1日）

表－2				
Y_0	φ	Total Moment	Total Shear	厳密解
0.3cm	2×10^{-4}	$-3.70 \text{ t} \cdot \text{m}$ ≈ 0.0	50.66 t	$P = 50 \text{ t}$ $Y_0 = 0.298\text{cm}$
0.7cm	2×10^{-4}	$-9.51 \text{ t} \cdot \text{m}$	126.90 t	K_s, K_r, K_s
1.4cm	2×10^{-4}	$-19.57 \text{ t} \cdot \text{m}$	260.30 t	80kg/cm ²

