高等専門学校における数学と他教科との関連

小野寺　　　　隆*

The Relation between Mathematics and other Curriculums in the Technical College.

Takashi ONODERA

要　旨

われわれの数学教育論は数学の殻の中だけで終始する嫌いがある。

ここで，一歩外に踏み出して，数学外の教科に目を向け，その中から数学教材に加えるものを捜し出すことを行ってみた。今回は一般教科の物理，化学にとどめたが，引続き専門各学科の科目にも及ぼす予定である。

Synopsis

We have paid attention to the relations between mathematics and other curriculums in the Technical College, and have looked up some examples for mathematics in those curriculums.

§1．数学教育に欠けているもの

高等専門学校（以下「高専」と略記する。）における数学教育のあり方については前稿[4]**で詳論した。そこでは初めに数学教育課程の歴史的変遷を考察し，専門学科の各科目で扱われる数学的内容についての調査を行った上，数学教育の指導理念を確立しておいた。すなわち高専で教えるが故に専門科目を理解するための手段としての数学で終ってはならないことを，そして末梢的な計算技術の指導に堕することなく，数学的純粋思考の基盤の上に，他教科へ通用する力を養成せねばならないことを力説した。とはいえ高専における数学は専門学科の各科目と最も接触面の多い科目であり，それらの科目との有機的な関連保持に努めねばならないのは当然である。このことは高専創設当初来数学を担当するものたちの総ての関心事であった。

今回国立高等専門学校協会の特別委員会である教育方法等改善調査会より報告された詳細な具体案［1］をみても，専門学科科目との関連を教育課程編成上の大きな側面としていることが伺われる。

更に現在刊行されている高専用数学教科書［5］，［6］，［7］等は，逐次改訂を行う努力を続けており，また自主編成の教科書［8］，［9］を使用している学校や，精選された教材配列による実践記録などの多くの報告([10]，[11]，[12]，[13]）[14]，[15]，[16]，[17]，[18]）もなされているが，何れも高専という場に根ざした着実なもので，われわれ大方の向う方向を目指している。すなわち現在のところ高専数学科の教育課程は各校それぞれの特徴をもちつつも，大きな差異もなく軌道に乗った感はある。そしてその具体的な教育課程の編成に当っては，あくまでも冒頭に述べたように数学的純粋思考の基盤の上に立って他教科へ通用する力を養成しようとする態度で一貫しているのは論を俟たない。

だがここで一歩退いて考えてみる必要はないだろうか。長年数学に馴れ親しんで来たわれわれ教師が，数学の応用を期待する技術系学生に数学的

＊教　授　一般教科数学

＊＊［　］の中の番号は論文末の文献参照番号を示す.

思考のみを強調しすぎてはいないだろうか。そして数学好きの学生の背後に，数学嫌いの多数の学生を産み出す結果を来たしてはいないだろうかと。

良く解る楽しい授業をする為には，田島一郎[21]の指摘している通り，数材精選を第1とし，日常の自然現象や社会現象から，数学と関係のあるホットな話題を拾いあげようとする心構えを持ち続けねばならないと思う。とはいえ，このことは云うは易く行うは極めて難い。数学の応用を阻害する大きな要素の一つは，数学を指導する側にもあるということである。すなわちHenry O. Pollok [23] が警告しているように「数学者たちは，数学の純粋性に信念を持っており，数学の美を他の余計なことで損なうことは望まない。個々の応用は他のところで教えらるべきであると考える傾向にある」し，そしてまた「数学の教員のある人たちは，数学以外の学問に無知であり，それを恐れてさえいるようである」のは中らずと雖も遠からずではなかろうか。

ここで長らく高専数学教育にかかわる者として，手近かに数学の応用教材の山積している地の利を素直に受け上めて，他教科の教材内容にまで踏み込んだ具体例を述べてみたい。幸い本校では機械，電気，工業化学，土木の専門4学科の数学を4名の専任教官が縦割に授業分担しているので，各専門学科の教育内容を多少移動変更出来る自由があり，この種の実験を実施し易い状況にある。

いま各専門学科との係わりを述べるに先立って，一般教科の理科すなわち物理，化学との関係に触れておこう。

§2．数学と物理，化学との間

「自然の現象を数学の法則下に置く」とニュートンが宣言した通り，17・8世紀の近世数学と物理学とは一心同体のものであった([22])。しかしながら今日の学界では，数学と物理学とは全く別の道を進みつつあり，物理学側からは「数学者は純粋世界にのみ生きようとし応用世界にかかわることを好まない」との遠慮勝な批判や，「あえて数学者を当にすることもない」との高圧的な言葉さえ聞こえる現状である([36])。それ故に，この状況下に養成された数学の，そして物理の教師は自分の領域から踏み出すことには極めて憶病であり，その態度が教育現場にまで波及している事実は否めない([23])。しかしここで今一歩お互に歩みよって，謙虚な気持で接触し，両者の教材の接点を探し出し，より能率的な，より解り易い授業とするよう心掛けねばならないのではないか。その点数年前に発表された岐阜高専の一連の試み[16]，[17]，[18]は理数科目担当者のチームワークの良さと相俟って高く評価されてよい。

化学については，古い時代に学んだわれわれにとって数学は無用であるとの先入観すらある。しかし現在使用の教科書を開いてみて隔世の感を覚えずにはいられない。原子構造，熱化学，反応速度や化学平衡などは，まさに数学の恰好の教材である。さらに本校では工業化学科の上級学年において化学工学に関する講座を多く採り入れている点などにも配慮するとき，低学年の一般化学指導時から化学の学修に数学は大いに活用出来るのだとの理解を植えつけておかねばならないのでなかろうか。

§3．物理教育の現況

大畠金槌［37］の調査結果によると，物理の学年別履修状況は，第1学年で2単位，第2学年で3単位の計5単位というのが，新しい教育課程の基準［2］にも則った全国的趨勢であるようである。もっとも高専における物理は，当初より，高等学校で行われているように第2・第3学年で履修するのが望ましいとの意見が多く，現にそれを実行しているところも2校ほどあると報告されている([37])。しかしそのためには，教育課程編成上持に他専門学科科目との調整の因難さのあることが衆知のことであり，必ずしも全高専がその方向に向いてはいない。

従来の高等専門学校教育課程の標準［3］に，物理履修上の留意事項の第1に掲げられていた「数学の履修状況をじゅうぶん考慮し，授業内容の程度も，それに応ずるように配慮する」ことには誰もが異論はない。しかし物理を第1・2学年で履修する現課程を維持する限り，米沢茂美[46]の指摘の通り数学との進度調整の因難さが物理を学修する上での最大の難点であり，現行の物理教科書にその苦心の跡が如実に見受けられる。このことは，われわれ数学担当者の側からも当初来の課題であり，昭和40年代前半の各地区高専研究集会で盛んに論じ合われたことである。早野雅三等の提唱した「微積分法の早期導入」はその流れの一端を示すものである([19]，[20])。その思考錯

誤の中から，結局は前記教育方法等改善調査会案の通り，他教科へのかなりの配慮が拂われつつも従来の教育課程の標準を大巾に変更することもなくおさまっている。

現在物理の講義に使用中のテキスト採用の状況は，高専用物理教科書使用の学校と，高等学校用検定教科書物理を使用の学校が半々となっている（[37]）。

ここで上記のような第1・第2学年で計5単位物理履修の標準的な教育課程に則って，使用教科書を中心に数学教材に適切なものを選出してみたい。ただ高専用物理教科書は現在2種類の［30］，［31］のみであり，高等学校用検定教科書は内容的に殆んど大差なく，結局他の多くの文献を参考にした。特に金原寿郎［32］，矢野健太郎［25］，C.R.ワイリー［29］，T.V.カルマン／M.A.ビオ［27］，クルグラーク／ムーア［28］等の豊富な応用例に負うところが多い。

化学については，数学との進度上問題になるような点は殆んどないが，適切な内容の教材選択に当り，高専用教科書［38］，［39］と高等学校用検定教科書化学を中心に，上記［25］，［29］，［28］の他，大学自然科学教育研究会編［42］，大学化学研究会編［41］等の中から引用した。

§4．物理，化学教材の採りあげ方

前掲の岐阜高専の一連の試みでは「数学の教育課程が基準となり，物理・化学の教育課程の配列は，数学のそれの順序に応じて変化させる余地がある。」との観点に基いての発表がなされている。でもここで注意せねばならないことは，無駄の無い能率の良さだけを強調する余り，お互の学問体系を崩す恐れのあることである。しかし，われわれとしては，時には物理・化学の内容や程度が数学の進度に先行しても仕方ないとの態度をとりたい。多少の重複や進度の不整いがあっても余り神経質にならず，田村二郎［22］の云うように「最初は直観的に，2度目は厳密に」学ぶスパイラル方法も大いに有効であると考える。

つぎに重要なことは，すべての項目を同一比重で与えるのではなく，常に教材の適切な取捨選択を行い，記憶さすべき内容などは極度に圧縮して与えることである。大切なのは如何に多くの事項を与えるかではなく，厳選された内容を如何に正しく深く与えるかということである。つぎのS.ラング［24］の言葉を傾聴したい。「長い間円錐曲線の解析幾何学に異常に重点がおかれ過ぎた。私はこれを不幸な歴史的偶然とみなしている。重要なのは平面図形によってグラフを表現するという基礎的な考えが，その基本的実例とともに，十分理解されねばならないということである。それ以上の楕円，放物線および双曲線の難解な性質はむしろ省略さるべきである。」と。この姿勢をもって数学教材の内容を見直すとき講義時間に余裕も生じ，新たに物理・化学や他の専門教科教材を入れる余地は十分に出て来るであろう。

なお，数学に利用する他教科教材だからといって，曖昧無責任な扱い方をしては百害あって一利もないだろう。この点特に慎重を期さねばならない。すなわちわれわれ数学教師自身その内容を理解することなく，単に機械的に数学の演算の為に利用してはならない。多くの数学参考書の応用題がそのまま講義に活用出来ない理由もここにある。教師自らその内容をきちんと理解した上で，数学の講義と同様に扱うのでなければ効果がないであろう。

§5．具　体　例

以上の観点に立脚した物理および化学教材の具体制をつぎに示す。

なお参考までに，本校現行の数学科の授業項目に，前稿［4］の主張を盛り込み更に修正を加えたものを**表1**にあげておく。項目の呼称は［1］の教育課程編成のための基礎資料に準じた。

表1の授業項目毎の指導上の留意点は［4］において詳細に述べた。尚第4学年ではA，B系列は固定したものでなく専門学科毎適宜移動並びに内容の増減を行うものとする。

例題取扱い上の留意点：

1）物理および化学で修得した後の教材を数学で取り上げる。
2）数学を良く理解するための応用題として利用するのであって，物理や化学で指導する内容そのものを教えようとしてはならない。
3）数学は数学の中だけでの問題解法だけに終り，他科目で同一事象を扱っても全く異質なものと受け取られ易い。その弊を除く効果を期待したい。
4）記号や文字は必ずしも物理・化学と同一であることを要しないが，用語は学術用語集［44］，［45］に従い適確に用いた。
5）単位は可能な限り無名数とする。
6）教師自ら学生とともに復習でもする気持で1例題1時間位のゆっくりした気持で扱いたい。

表 1　数学授業項目（応用数学を含む）

学年	A系列 項目	A系列 単位数	B系列 項目	B系列 単位数
1	(1) 数と式		(1) 集合と論理	
	(2) 方程式と不等式		(2) 三角関数	
	(3) 関数とグラフ		(3) ベクトル	
	(4) 指数関数と対数関数			
	(5) 順列と組合せ			
	(6) 数列と級数	4		2
2	(1) 微分法		(1) 平面・空間の図形	
	(2) 微分法の応用		(2) 行列と行列式	
	(3) 積分法			
	(4) 積分法の応用	4		2
3	(1) 2変数の関数の微分積分		(1) 確率・統計	
	イ）偏微分		(2) ベクトル解析	
	ロ）二重積分			
	(2) 微分方程式（その1）	4		2
4	(1) 微分方程式（その2）		(1) フーリエ級数	
	（含偏微分方程式）		(2) ラプラス変換	
	(2) 複素変数の関数		(3) 数値計算	
		2	(4) 特殊関数	2
計		14		8

なお以下の叙述に冗長を承知で講義式を採用したのは，そのまますぐ講義に用い得る為もあるが，他教科を扱うが故に慎重を期した結果でもある。

例題　1。音の強さは2倍になっても耳で聞いた感じでは2倍の大きさには聞えない。感覚上の音の強さは経験上音の強さ I の常用対数をとって考えた方が適当である。そこで

$$X=a+b\log_{10}I$$

という関係を考えて，このXを**音の強さのレベル**と定義する。普通われわれの耳に感じ得る最も弱い音は 10^{-12} (Watt・m^{-2}) の強さで，この時の X を0と定める。すなわち

(1)　$0=a+b\log_{10}10^{-12}$

また，この最も弱い音の10倍の強さのときの X を10と約束する。従って

(2)　$10=a+b\log_{10}(10^{-12}\times 10)$

この2式より a,b を求めると

$$a=120,\quad b=10$$

であるから

(3)　$X=120+10\log_{10}I=10\log_{10}\dfrac{I}{10^{-12}}$となる。

いま I が耳に感じる最弱音の100倍のときの X を求めると $I=10^{-12}\times 100$ を(3)に代入して

$$X=10\log_{10}\frac{10^{-12}\times 100}{10^{-12}}=20$$

を得る。X の単位を dB(デシベル)という。音の強さが耳に感じる最弱音の100倍，1000倍になるとき，音の強さのレベルは20 dB，30 dB となる（[32]，[28]，[30]，[31]，[34]）。

［類題］　水溶液中で水素イオン H^+を生ずる物質を酸といい，水酸化物イオン OH^-を生ずる物質を塩基という。いま［　］でモル濃度（溶液1 l 中に含まれる溶解物質のモル数）を表わすと，水溶液中における $[H^+]$ および $[OH^-]$ がそれぞれ酸性および塩基性の強さを示すことになる。

普通取り扱う水溶液の $[H^+]$ は非常に広範囲な微小値をとるので $[H^+]$ の代りに $-\log_{10}[H^+]$ を用いる。これを**水素イオン濃度**といい pH で表わす。すなわち

(4)　$pH=-\log_{10}[H^+].$

従って，$[H^+]$が大きい程 pH は小さくなる。常温で，$pH<7$　のとき酸性，$pH>7$　のとき塩基性である。

$[H^+]=10^{-8}$の海水は　$pH=-\log_{10}10^{-8}=8$ で塩基性である。

また pH＝8.5 である溶液の水素イオン濃度は(4)式より

$$8.5=-\log_{10}\ [H^+].$$

よって

$$[H^+]=10^{-8.5}=10^{-9}\times10^{0.5}\fallingdotseq3.16\times10^{-9}$$

となる（[28]，[41]，[42]，[38]，[39]）。

この例題は，第１学年後期の対数教材に用いる。近時電卓の発達により対数計算に対する関心が薄れて来ているように思われる。しかしそれは対数関数の重要性とは無関係である。単なる計算技法上の対数の価値のみでなく，対数それ自身が科学現象を表現する働きをすることを教える好例である。そして将来対数関数を，代数関数や他の超越関数同様に違和感なく扱うための布石にしたい。類題は化学の講義と全くの重復を承知の上工業化学科の授業に取入れ数学への近親感を持たせるのに役立たせたい。

例題　2．　一般に質量 m の質点に力 F が働いているとき，質点の加速度を a とすると，Newton の運動方程式 $F=ma$ が成り立つ。

いまその質点が静止の位置から落下するときを考えよう。重力の加速度を g とすると，重力の大きさは mg である。一方 t 時間後における速さが v ならば，そのときの加速度は dv/dt であり，運動方程式は

$$m\frac{dv}{dt}=mg$$

となり，従って

(1)　$\dfrac{dv}{dt}=g.$

ここで g は地球上の一定の場所では定数であり，更に空気から受ける浮力や，運動に対する抵抗等は無視するものとする。

(1)の両辺を t で積分すると

(2)　$v=gt+c_1$（c_1は積分定数）

となる。いま静止の位置からの落下であるから，$t=0$, $v=0$ とおき $c_1=0$ を得る。結局任意の時間における速さは

(3)　$v=gt$

となる。つぎに落下距離 s と速さ v との間には，$ds/dt=v$ の関係があるから，(3)を用いると

(4)　$\dfrac{ds}{dt}=gt.$

(4)の両辺を t で積分すると

(5)　$s=\dfrac{1}{2}gt^2+c_2$（c_2は積分定数）

となる。再度 $t=0$，$s=0$ とおき $c_2=0$ を得る。よって任意時刻の落下距離は

(6)　$s=\dfrac{1}{2}gt^2$

で与えられる。

つぎに，初速 v_0で落下させた場合を考えよう。$t=0$，$v=v_0$の条件と(2)式とから，$c_1=v_0$となり

(3)′　$v=v_0+gt,\ \dfrac{ds}{dt}=v_0+gt.$

(3)′の両辺を t で積分すると

(5)′　$s=v_0t+\dfrac{1}{2}gt^2+c_3$（$c^3$は積分定数）

となり，$t=0$，$s=0$ より $c_3=0$ を得，この場合の落下距離は

(6)′　$s=v_0t+\dfrac{1}{2}gt^2$

で与えられる。

若し，初速 v_0で鉛直上向きに投げ上げた場合なら

(1)″　$\dfrac{dv}{dt}=-g$

の運動方程式を用いて，全く同様に

(3)″　$v=v_0-gt$

(5)″　$s=v_0t-\dfrac{1}{2}gt^2$

となる。

なお直線等加速運動の場合には，初速 v_0，等加速度を a とすると

(3)‴　$v=v_0+at$

(5)‴　$s=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$

を得るのは明らかである（[32]，[33]，[35]，[26]，[30]，[31]）。

この例題は第２学年の不定積分導入時に扱い，微分方程式教材にしない方がよい。

物理では第１学年の入学間もなく扱う項目であり，そのために微積分を用いることなく，平均の速さ等から相当な時間をかけて各公式を導き出している。それを１時間足らずの時間で，連続的に公式が出て来る点で，微積分の威力と興味を換起

するのに好適な例題である。そしてNewton, Leibnizの微積分学発見の数学史にも触れておくなら更に効果があろう。なお速度，加速度については微分導入時に数学でも修得するように配慮しておくものとする。

例題 3． 放射性元素の原子核は，外部からの作用なしに自ら放射線を放出して別の原子核に変る。このことを**原子核の崩壊**という。単位時間内に崩壊する原子核の数は，そのときの原子核の総数に比例することが実験から知られている。従って時刻 t のときに x 個の原子核が残存しているとすると

(1) $$\frac{dx}{dt}=-\lambda x$$

という関係が成り立つ，ここに λ は**崩壊定数**とよばれ，放射性元素の種類によって定る定数である。(1)は1階線形微分方程式であるので一般解は直ちに

$$x=ce^{-\lambda t}\ (c\text{は任意定数})$$

となり，いま $t=0$ のとき $x=x_0$ とすると $c=x_0$ を得て

(2) $$x=x_0e^{-\lambda t}$$

さて，原子核の個数 x が崩壊によって，はじめの½になるまでの時間 T を**半減期**というので(2)において $x=\frac{1}{2}x_0$ とおいて T を求めると

(3) $$T=\frac{\log 2}{\lambda}$$

を得る。ラジウム元素の半減期は1622年であるから(3)より

$$\lambda=\frac{1}{1622}\log 2\fallingdotseq\frac{0.693}{1622}=0.000427$$

となる（[47]，[48]，[34]，[30]，[31]）。

この原子核の崩壊と全く同様な現象が化学反応の中にも見受けられる。化学反応が進行すると反応物質の濃度（mol/l の単位）は時間とともに減少し，生成物質の濃度は増加する。このとき，単位時間内に反応物質の濃度の減少する割合（または生成物質の濃度の増加する割合）をもって**反応速度**という。

希薄溶液中のショ糖（砂糖の主成分サッカロース）は加水分解

$$\underset{(\text{ショ糖})}{C_{12}H_{22}O_{11}}+\underset{(\text{水})}{H_2O}\rightarrow\underset{(\text{ブドウ糖})}{C_6H_{12}O_6}+\underset{(\text{果　糖})}{C_6H_{12}O_6}$$

によってブドウ糖と果糖（分子式は同じであるが分子構造が異なる）に分解する。このときの反応速度を，ある条件のもとで測定したところ残存ショ糖の濃度に比例することが解った。いま時刻 t におけるショ糖の濃度を x とすると

(1)′ $$\frac{dx}{dt}=-kx$$

という関係が成り立つ。ここに k は**速度定数**とよばれ，一定の温度では反応物質の濃度に無関係な定数である。以下の数式変化の進行は原子核の崩壊のときと全く同じである。そして反応物質の濃度が初めの半分に減少するに要する時間を，やはり**半減期**という。

なおショ糖の最初の濃度を a，t 時間後に x 濃度だけ減少したとすると，時刻 t のときの濃度は $a-x$ となるので

(1)″ $$\frac{d\ (a-x)}{dt}=-k(a-x)$$

を得る。変数分離形微分方程式として解くと

$$\log\ (a-x)=-kt+c\ \ (c\text{は任意定数})$$

となり，ここで $t=0$ のとき $x=0$ であるから $c=\log a$ を得て t を求めると

$$t=\frac{1}{k}\log\frac{a}{a-x}$$

となる（[29]，[48]，[42]，[43]，[40]，[38]）。

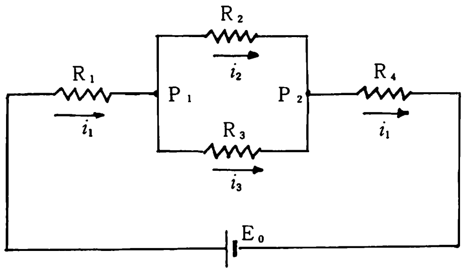
この例題は第2学年後期の1階線形微分方程式の時に扱う。教学としては簡単な微分方程式の例題であるが，原子核の崩壊現象を支配する法則ということで学生にとっては関心があろう，計算テクニックを離れ，時にはこのような話題で学生と語り合うことも必要なのでなかろうか。一方化学反応はわれわれの生活と密着している化学製品の産みの親的学問であり，その一つの法則が原子核に関するある法則と同一であるということは楽しいことである。特に上級学年で化学工学や反応工学を学ぶ学生にとっては，数学に対する近親感を与えるのに好材料であろう。なお2次反応から n 次反応も同様に変数分離形微分方程式として簡単に扱い得るが，そこまで深入りする必要はない。

例題 4． 複雑な枝分かれした電気回路網の任意の回路の電流や電圧の値を知るために，つぎのKirchhoffの法則が用いられる。

(i) 回路の分岐点に流れる電流の代数和（流れ込むものを正，流れ去るものを負とする）は0である。

(ii) 閉回路においては，各部分の電流と抵抗との積（**電圧降下**という）の代数和は，その回路の中におる起電力の代数和に等しい。

いま起電力 E_0の電池に 4 個の抵抗 R_1，R_2，R_3，R_4を図－1のように連絡するとき各部分の電流 i_1，i_2，i_3，i_4を計算してみよう。(この場合 $i_1=i_4$)。



図－1

Kirchhoff の法則から P_1点においては

(1) $i_1-i_2-i_3=0$

P_1と P_2間の閉回路においては

(2) $R_2i_2-R_3i_3=0$

R_2側の回路一周においては

(3) $(R_1+R_4)i_1+R_2i_2=E_0$

なる関係式を得る。これら 3 式は行列

$$R=\begin{bmatrix}1 & -1 & -1\\ 0 & R_2 & -R_3\\ R_1+R_4 & R_2 & 0\end{bmatrix},$$

$$I=\begin{bmatrix}i_1\\ i_2\\ i_3\end{bmatrix},\quad E=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ E_0\end{bmatrix}$$

を用いて表わすと

$$RI=E$$

となる。これに左から R の逆行列 R^{-1}をかけると

$$I=R^{-1}E$$

を得る。例えば $R_1=R_2=R_3=R_4=1$ とすると

$$R^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5}\\ -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5}\\ -\frac{2}{5} & -\frac{3}{5} & \frac{1}{5}\end{bmatrix}$$

であるから

$$\begin{bmatrix}i_1\\ i_2\\ i_3\end{bmatrix}=R^{-1}\begin{bmatrix}0\\ 0\\ E_0\end{bmatrix}=\frac{E_0}{5}\begin{bmatrix}2\\ 1\\ 1\end{bmatrix}$$

と計算出来る。

つぎに，図－2のようなブリッジ回路になっても，それぞれの枝路に流れる電流は，いまと全く同様にして求められる。

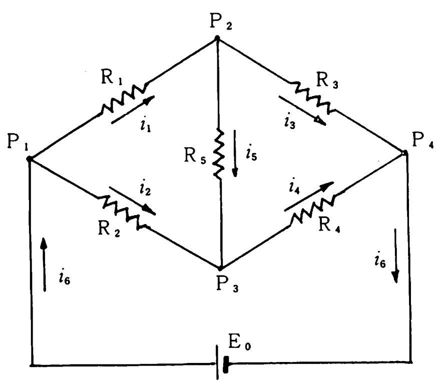
P_1，P_2，P_3節点においてはそれぞれ

$$(4)\quad \begin{cases} i_6-i_1-i_2=0\\ i_1-i_3-i_5=0\\ i_2+i_5-i_4=0\end{cases}$$

となり，閉路 $P_1P_2P_4E_0P_1$，$P_1P_2P_3P_1$，および $P_2P_4P_3P_2$における電圧についてはそれぞれ

$$(5)\quad \begin{cases} R_1i_1+R_3i_3=E_0\\ R_1i_1+R_5i_5-R_2i_2=0\\ R_3i_3-R_4i_4-R_5i_5=0\end{cases}$$

が成り立つ。従って行列



図－2

$$R=\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ R_1 & 0 & R_3 & 0 & 0 & 0 \\ R_1 & -R_2 & 0 & 0 & R_5 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & -R_4 & -R_5 & 0 \end{bmatrix},$$

$$I=\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix}, E=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ E_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

を用いると，(4)(5)式は

$$RI=E$$

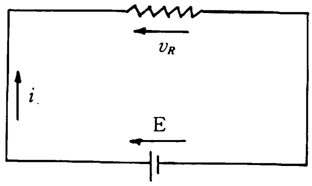
となる。これに左から逆行列 R^{-1}をかけると

$$I=R^{-1}E$$

を得る（[49]，[50]，[32]，[35]）。

この例題は第2学年で行列を指導の時に扱う。3元1次の連立方程式なら行列を用いるまでもなかろうが，6元ともなると大変である。その点，行列を用いて一挙に解決出来ることが魅力となろう。数学で行列を扱う時点では，その応用例は殆んどなく，相当な時間をかけながら数学的扱いに終始している現状である。本例は Kirchhoff の法則に関する定常電流のごく基本的な事柄で学生に親しみあり，将来専門科目で行列を使用する時に抵抗なく対処し得る為の橋渡しになるであろう。

例題　5．　抵抗と電池とをつなぎ合せた回路図－3を考える。



図－3

抵抗 R の両端の電圧 $v_R=RI$は電源の起電力 E と釣合っていると考えられる。すなわち

(1)　$E=Ri$

つぎにコイルと電池の回路のときは，誘導起電力 v_Lは電流 i の時間的変化に比例するので

(2)　$v_L=L\dfrac{di}{dt}$

となる。ここに L はインダクタンスといい，コイルに単位電流を流したときに生ずる磁束の自分自身のコイルとの鎖交数 ϕ である。すなわち $L=\phi/t$。

いま起電力 E の電池に抵抗 R と，インダクタンス L のコイルを直列にした回路図－4を考える。

この電気回路は $v_L+v_R=E$ となり，つぎの微分方程式を満足する。

$$L\frac{di}{dt}+Ri=E$$

すなわち

(3)　$\dfrac{di}{dt}+\dfrac{R}{L}i=\dfrac{E}{L}$

である。これは時間 t の関数 i についての1階線形微分方程式（または変数分離形）であるから，直ちに

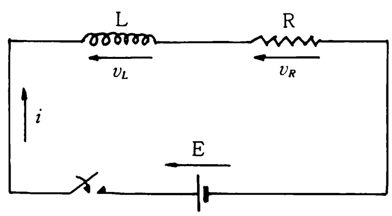
$$\begin{aligned} i&=e^{-\int\frac{R}{L}dt}\left[\int\frac{E}{L}\cdot e^{\int\frac{R}{L}dt}\,dt+c\right] \\ &=e^{-\frac{R}{L}t}\left[\frac{E}{L}\int e^{\frac{R}{L}t}\,dt+c\right] \\ &=\frac{E}{R}+ce^{-\frac{R}{L}t} \end{aligned}$$

と求まる。ここで c は任意定数であるが，$t=0$ でスイッチを閉じるとすると $i(0)=0$ より $c=-E/R$ となり

(4)　$i=\dfrac{E}{L}(1-e^{-\frac{R}{L}t})$

を得る。

ここで，電池を，交流電圧 $E_0\sin\omega t$ を与える発電機で置き変えると



図－4

(5) $\dfrac{di}{dt}+\dfrac{R}{L}i=\dfrac{E_0}{L}\sin\omega t$

となり，全く同様に

$$i=e^{-\frac{R}{L}t}\left[\int\frac{E_o}{L}\;e^{\frac{R}{L}t}\sin\,\omega t\,dt+c\right].$$

これを計算して

$$i=\frac{E_o}{R^2+\omega^2L^2}\;(R\sin\,\omega t$$

$$-L\omega\;\cos\;\omega t)+ce^{-\frac{R}{L}t}.$$

$t=0$ のとき $i\ (0)=0$ とおいて c を求めると

$$c=\frac{E_0}{R^2+L^2\omega^2}L\omega$$

となり結局

$$i=\frac{E_o}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\;\sin(\omega t-\phi)$$

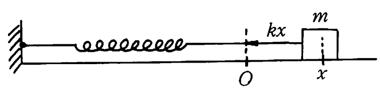
$$+\frac{E_oL\omega}{R^2+L^2\omega^2}\;e^{-\frac{R}{L}t}\quad\tan\,\phi=\frac{\omega L}{R}$$

を得る（[29]，[25]，[27]，[32]，[50]）。

尚余裕があれば更に容量 C のコンデンサーを加えた直列回路まで言及するのがよい。

この例題は第3学年の線形微分方程式を指導するときに扱う。本題は数学書にも良く引用されている模範例題ともいうべきものである。そして数学的には簡単な1階線形微分方程式ではあるが，電気の基礎知識を無視してそのまま形式的に扱っては，学生は何の興味も示さないであろう。せめて本例題で述べた程度の説明を加え，各文字のもつ電気的内容や，変数・定数の別などを学生に確認させながら活用したい。そしして将来専門教科で頻繁に出合うこの種の微分方程式の足掛的役割を本例題に与えたい。

例題　6．　水平で摩擦のない机上に置かれた質点が，ばねでつながれているとする。図－5のように，ばねの伸び縮みがない時の位置を原点0にとり，0から距離 x だけ伸びたときの質点の運動状態を時間 t の関数で表わしてみよう。



図－5

題意から運動方程式はつぎのようになる。

(1)　$m\dfrac{d^2x}{dt^2}=-kx\ (k>0)$.

ここで k は，ばねの**弾力定数**といわれる比例定数である。(1)を書き直すと

$$\frac{d^2x}{dt^2}+K^2x=0\;(K=\sqrt{\frac{k}{m}}\;)$$

となる。これは定数係数2階線形微分方程式である。(2)の補助方程式 $\lambda^2+K^2=0$ の根は $\lambda=\pm iK$ であるから，その一般解は

(3)　$x=c_1\cos Kt+c_2\sin Kt$

となる。ここで c_1，c_2は任意定数である，これを新らしく A と a との任意定数に変えて

$$c_1=A\sin\,a,\quad c_2=A\cos\,a$$

と置き(3)に代入すると

$$x=A\sin\,a\,\cos Kt+A\cos\,a\,\sin Kt$$

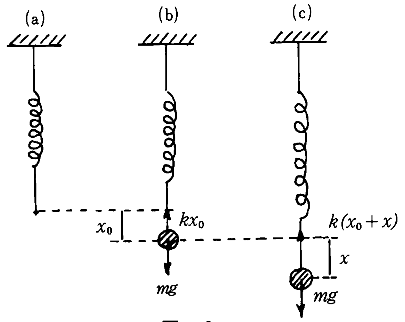
となり，結局

(4)　$x=A\sin\ (Kt+a)$

を得る。従って質点は振動数 $K/2\pi$ で**単振動**することが解る。ここで微分方程式(2)を**振動の方程式**，定数 $K/2\pi$ を**固有振動数**という。

つぎに質量 m の質点を鉛直に吊るしたときの**ばね振子**について考えてみよう。図－6で(a)はばねだけを吊るしばねに伸び縮みのない状態（ばね自身の重さによる伸びは無視する），(b)は質量 m の錘を吊るした時 x_0だけ伸びて釣合っている状態，(c)は現在運動していて x だけ伸びた状態を示す。

まず(b)の状態は質点に働く力が0であるから運動方程式は



図－6

(5)　$F=m\dfrac{d^2x}{dt^2}=mg-kx_0=0$

となる。ここで g は重力の加速度，k は弾力定数である。(c)の状態については伸びは x_0+x であるから運動方程式は

$$F=m\frac{d^2x}{dt^2}=mg-k(x_0+x)$$

となる。(5)より $mg=kx_0$ であるから

(6)　$m\dfrac{d^2x}{dt^2}=-kx$

となり，(1)と全く同一式を得る。

更に質量 m の質点を長い糸で吊し，糸の上端を固定して，一つの鉛直面内で振動させる装置すなわち**単振り子**の場合を考えよう。いま質点に働く力は重力 mg と糸の張力 T のみであるとき図－7のような座標軸をとり，振子の鉛直からの変位角を θ，糸の長さを l とする。

図から直ちに，この振子の軌道は

(7)　$x=l\sin\theta,\ \ y=l\cos\theta$

であり，運動方程式は

(8)　$m\dfrac{d^2x}{dt^2}=-T\sin\theta,\ \ m\dfrac{d^2y}{dt^2}=mg-T\cos\theta$

となる。いま糸の振れの小さいとき，すなわち θ が微小のときは

$$sin\theta=\theta-\frac{\theta^3}{3!}+\frac{\theta^5}{5!}-\frac{\theta^7}{7!}+\cdots$$

$$=\theta\left(1-\frac{\theta^3}{3!}+\frac{\theta^5}{5!}-\frac{\theta^7}{7!}+\cdots\right)$$

$$\cos\theta=1-\frac{\theta^2}{2!}+\frac{\theta^4}{4!}-\frac{\theta^6}{6!}+\cdots$$

の関係から，1に対して θ^2 以下を省略して，$\sin\theta=\theta$，$\cos\theta=1$ と置き(7)式は

(7)′　$x=l\theta,\ \ y=l$

となり，この(7)′と(8)とから

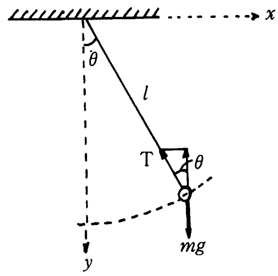
$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-T\frac{x}{l},\quad o=mg-T$$

を得，この(2)式より結局

(9)　$\dfrac{d^2x}{dt^2}=-K^2x,\ \ K^2=\dfrac{g}{l}\ \ (\dfrac{g}{l}>0)$

となる。これはまた(2)式と全く同一結果である（[32]，[25]，[33]，[29]，[27]，[35]）。

この例題は第3学年の線形微分方程式を指導するときに扱う。専門学科別に例題5と例題6を使い分けるとよい。物理では力学から学びはじめると第1学年の初めに出て来る項目であるが，微分



図－7

方程式が未修のため変移 x を時間 t の関数としての運動方程式を求める方法はとれない。しかし後の波動方程式，電磁波や熱電動方程式等の重要方程式に続き，さらに専門各科目とも密接なつながりを持った項目であるので第3学年の時点なら数学で取り上げる価値はあろう。そして数学的には定数係数2階線形微分方程式で簡単に処理出来ることを十分味わせて置きたい。

§6．数学教育上の一視点

高専における数学教育を，より効果的に進めるために，数学の殻の中から抜け出して教材の選択を行ってみた。僅かな数題の例題作成なのに，この作業を進める中で，数学に最も身近であると思っていた物理の基礎事項にすら殆んど曖昧な理解しか無いことを改めて認識させられ，ために偏見と独断による誤謬の怖れを常に抱き続けねばならなかった。

この間にあって，貴重な資料並に助言と協力をいただいた本校の石川昭男（化学），鈴木秀郎（物理）両教授のご好意に感謝を捧げる。

なお本稿を草する中で，本例題を教室で実践した結果，学生の反応が予想外に大きいことを知り，今後引き続き，機械，電気，工業化学，そして土木の4専門学科の教科内容も検討していく意欲の出て来たことは幸である。

終りに，碩学小倉金之助氏が既に大正末期（1924）の昔に，つぎのように主張した柔軟な数学教育論の立場を，これからのわれわれの拠所としたいと思う。「私は数学の一小学徒である。けれども数学教育について語ろうとする時に，私は数学の学徒として議論しようとは思わない。真に人間的に考えてみて，もし数学教育が全然価値のないものであるならば，私はその全廃を宣言するに躊躇しない積りである。若し真にその必要を認め

るならば，私は今日まで人々が数学と呼んでいないものをも，数学教材の中に加えることを主張するつもりである。」（[51]）。

文　献

[1] 高等専門学校教育方法等改善調査会一般部会数学分科会報告：高専教育，創刊号(1978。)，17－42。

[2] 文部省大学局技術教育課：高等専門学校の新しい教育課程の基準について，昭和51年11月(1976)。

[3] ――――――，高等専門学校教育課程の標準，昭和43年3月（1968)。

[4] 菅原弘道，小野寺隆：工業高等専門学校における数学教育のあり方，苫小牧，第13号(1978)，131－140。

[5] 田代嘉宏編：高専の数学（第3版)，森北出版(1980)。

[6] 古屋　茂監修：基礎の数学他(再版)，大日本図書（1978)。

[7] 森　繁雄，早野雅三編：基礎数学他(改訂)，東京書籍（1978)。

[8] 旭川高専：数学Ｉ・II（1973)。

[9] 福島高専：微分積分学Ｉ，(1980)。

[10] 荒木　真，猿渡正樹，成宮　孝，向井昭三：本校の数学教育における到達目標，有明，第14号(1978)，67－90。

[11]――――：――――，――――，第16号(1980)，41－58。

[12] 宮本一郎：数学教材の精選，富山，第12巻1号(1978)，99－106。

[13] ――――：数学教材配列の比較研究，富山，第13巻1号（1979)，105－111。

[14] ――――：数学教育課程における問題の構成と配置，富山，第14巻1号（1980)，193－202。

[15] 林　義実，松田康夫，佐藤昭彦：釧路高専における専門科目使用教科書の一般数学・応用数学の内容，釧路，第13号（1979)，189－200。

[16] 戸崎　治，中島光洋，小島　弘：高専理数科目の教育課程についての考察，岐阜，第9号（1974)，71－75。

[17] 戸崎　治，川本正則，中島光洋，小島　弘：高専理数科目の教育課程についての新しい試み，――，――(――)，76－84。

[18] 川本正則，戸崎　治：――――(第3学年)，――，――(――)，85－88。

[19] 早野雅三：微分法の早期導入の方法，現代数学，昭和44年6号，7号（1969)，46－48，42－44。

[20] 紫山正男：微分法早期指導の試みとその統計的検定の結果について，仙台電波，1号(1972)，129－139。

[21] 田島一郎：日本数学教育学会誌，第62号(1980)，1。

[22] 田村二郎：市民の数学，図書，324号(1976)，50－62。

[23] 数学教育国際委員会編：世界の数学教育，共立出版（1980)，229－320。

[24] S. ラング，松坂・片山訳：解析入門1，岩波書店（1968)，序。

[25] 矢野健太郎，石原　繁：解析学概論，裳華房(1965)。

[26] 渡辺孫一郎：初等微分積分学，裳華房（1930)。

[27] T.V.カルマン，M.A.ビオ，村上・武田・飯沼訳：工学における数学的方法上・下，法政大学出版局(1954)。

[28] クルグラーク，ムーア，遠山　啓監訳：科学を志す人のための基礎数学，アグネ（1966)。

[29] C.R.ワイリー，富久泰明訳：工業数学上・下，ブレイン図書出版（1962)。

[30] 熊谷寛夫監修：高専の物理(改訂版)，森北出版(1975)。

[31] 国富信夫他：一般物理（改訂版)，東京書籍(1973)。

[32] 金原寿郎編：基礎物理学上・下巻，裳華房(1963)。

[33] 小平吉男：物理数学Ｉ，岩波書店（1941)。

[34] 国富信夫他：工業基礎物理上・下，東京書籍(1969)。

[35] 小谷正雄編：物理学概説上・下，裳華房(1950)。

[36] 高橋秀俊他：物理学と数学，日本物理学会誌，第25巻1号（1970)，1－88。

[37] 大畠金槌：一般物理学に関するアンケート集計結果，大島商船，昭和55年（1980）4月。

[38] 小森三郎監修：高専の化学，森北出版（1977)。

[39] 宇野　芳他：一般化学，東京書籍（1975)。

[40] 白井俊明他：一般化学，裳華房（1956)。

[41] 大学化学研究会編：一般化学演習，槇書店(1967)。

[42] 大学自然科学教育研究会編：化学(改版)，東京教学社（1971)。

[43] 大岩正芳：化学者のための数学十講　，化学同人（1979)。

[44] 文部省：学術用語集物理学編，大日本図書(1950)。

[45] 日本化学会：学術用語集化学編，南江堂(1955)。

[46]　米沢茂美：教育課程の研究—物理と周辺科目—，福島，5巻（1968），67−75。

[47]　高橋啓郎：一階線形微分方程式と物理現象，現代数学，昭和44年6月（1969），56−59。

[48]　森口繁一：工業教理の題材，工業教育資料，第150号（1980），1−6。

[49]　堀　素夫，阿部寛治：工業数学Ⅰ，共立出版（1977）。

[50]　熊谷三郎他：電気回路(1)，オーム社（1968）。

[51]　小倉金之助：数学教育の根本問題，小倉金之助著作集4，勁草書房（1973））

（注）　文献中の地名は，それぞれの高等専門学校紀要の略称である。

（昭和55年11月29日受理）