道路網構成問題に関する基礎的研究

桝　谷　有　三*

A Basic Study On the Road Network Design Problem

By Yuzo MASUYA

要　旨

需要交通量(OD 交通量)と建設可能な道路網が与えられたとき，需要交通量を効率的に処理するために，ある制約条件の下である目的関数（評価基準）を最適化する道路網構成を決定する問題の定式化と解法について考察した。

1．ま　え　が　き

一般に道路網構成問題とは，各ノード（交通発着点）間の需要交通量（OD 交通量）とノード間を結合する計画・設計可能な道路網が与えられたとき，需要交通量を効率的に処理するために，ある制約条件の下である目的関数（評価基準）を最大なり最小にする各リンク（道路区間）の車線数あるいは幅員を決定することである。この問題の実際的な応用としては，道路網の基本的形態を決定する道路網新設計画，道路交通の質的向上を図るため既存の道路網において整備拡充を行なう改良計画，増加する需要交通を処理するため道路網の容量を増加させる増強計画，さらには冬期積雪のみられる都市において効率的な除雪路線を設定する除雪路線網計画などが考えられる。これら各種の道路網計画を道路網構成問題として定式化するとき基本的に考慮しなければならないのは，制約条件および目的関数として設定される道路網評価要因と各リンクの新設あるいは改良される車線数，幅員を表わす道路網構成に関する変数の促え方などである。この事は，同じ道路網計画であっても問題解決の方策あるいは対象とする道路網，交通需要が異なることによって考えなければならない。しかし，いずれの問題が定式化されても問題に対する本質的な考え方は同じであるので，これらの点に十分対処できる道路網構成問題の定式化と解法が望まれる。すなわち，道路利用者側および建設者側からなどの各種の評価要因を設定できる[4),2)]，いわゆる問題の多様化をはかることができること。道路網構成に関する変数は車線数(離散変数）あるいは幅員（連続変数）として捉えることができるが，求められる道路網構成は用いる変数によって大きく影響を受けるので，対象とする計画および要求される解の精度などによって変数の選択ができることなどである。またこのとき，道路利用者側から道路網を評価するためあるいは各リンクの交通容量（車線数，幅員）を検討するためにも必要な各 OD 交通の配分交通量をどのような配分手法によって求めるかについても配慮しなければならない。このうように，道路網構成問題の定式化と解法にあたって基本的に考慮すべき点がいくつかあるが従来からの多くの研究は主にある設定された問題に対する解法という点に意が注がれており，上述の諸点を踏えた研究はあまり見当らないようである。

そこで，本研究は道路建設者側から道路網を評価するために必要な変数として道路網構成に関する変数を，利用者側からとして各 OD 交通のリンク交通量を取り上げ，[3),4),5)]両変数を交通容量を通して定式化することによって問題の多様化をはかった。また，道路網構成に関する変数は交通容量を通して建設費用との関係を 3 種類の交通容量一建設費用関数(以下費用関数という) (図-1参照)

*助教授　土木工学科

で表現することによって，離散変数（車線数）あるいは連続変数（幅員）いずれをも選択できるようにするとともに，用いる変数による道路網構成への影響も考えた。そして，問題を道路網構成に関する変数の捉え方すなわち用いる費用関数によって混合整数計画問題，線形計画問題あるいは0－1混合整数計画問題として定式化して考察した。このとき，各変数（費用関数）の各種道路網計画への適用性についても検討した。この定式化によって，交通量配分を道路網構成問題に組み込むことができ，配分交通量をも道路網構成の決定と同時にある目的関数を最適化するようにすなわち輸送計画的な配分結果として求めることができる。さらに，本研究においては実際の走行現象を反映した交通量配分を行うためリンク総走行時間関数を導入した場合についても述べている。

2．従来の研究

道路網構成問題に対する従来からの多くの研究は，前述の道路網構成に関する変数の捉え方によって2つに大別することができる。ひとつは離散変数（整数変数）として，建設可能なリンクの集合から制約条件を満たし目的関数を最大なり最小なりにするリンクの部分集合を探索する研究である。他のひとつは，離散変数とすると解法が困難になることあるいは大規模な問題への適用などを考慮して連続変数とするものである。前者には，問題を組合せ最適化問題あるいは（混合）整数計画問題と定式化する厳密解法がある。組合せ最適化問題の解法としては分岐限界法，Backtrack法[7),10)]が，また（混合）整数計画問題に対しては一般に分岐限界法[11)~15)]が用いられている。しかし，これら厳密解法は最適解を系統的に求めることができるが，演算上あるいは問題の適用規模などにおいて種々の制約が生じる点から実用性に重点をおいた各種の近似解法が提案されている。[16~21)]近似解法の多くはScotteによるForward法あるいはBackward法に基礎をおいている。次に，後者としてはHitchcock型輸送問題を拡張した研究[22)23)]あるいはカット法に基礎をおいた研究のように線形計画問題として定式化した研究[24)]，走行時間関数の導入あるいは大規模な道路網への適用などの点を考慮して分解原理[25)]，分解原理を応用した方法[26)]，ラグランジェの未定係数法を用いた研究[4)]もある。

これらの研究において，建設費と交通容量の関係を3ケース設定して道路網新設，改良計画に適用をはかった研究[19)]，カット法に基礎をおいて増強および新設計画を線形計画問題とした研究[24)]，あるいは改良計画および一方通行規制問題を扱った研究などは各種道路網計画への適用という点についても考慮を払っている。しかし，他の研究も含めてこれらの研究はある設定された問題に対して行なわれており，本研究で述べているところの問題の多様化および道路網構成に関する変数の捉え方などを考慮した研究はあまり行なわれていないようである。次に，交通量配分手法としては前者の組合せ最適化問題および各種の近似解法などにおいて一般に容量制約のない最短経路配分（all or nothing）が用いられている。実際的な配分手法も可能とされているが，これらの解法において交通量配分は逐次探索される道路網上で行なわれるため多大の計算時間を要するという欠点がある。一方，後者の研究は主に総走行時間を最小化する輸送計画的配分手法が用いられており，本研究のように需要交通量の効率的処理のみならず道路網の有効的な利用という観点からの研究は総建設費用を目的関数とした研究[24)]を除いてあまりなりされていない。またこのとき，実際的な交通量配分を行うため線形近似関数[13),25)]，FHWA関数（Fedral Highway Administratian）[12),26)]，2次関数[4)]など各種の走行時間関数を導入した研究もある。本研究においては，定式化される問題などを考慮してリンク総走行時間関数を線形近似関数として導入した。なお，これらの多くの研究は，交通量配分の変数としてリンク交通量を用いているが，ルート交通量の特性を考慮した研究もある。[15),21)]

3．道路網構成問題の定式化

(1) 問題の定式化

いま，ある与えられた計画，建設可能な道路網をn個のノードとm個のリンクを持ったネットワークにモデル化する。そして，この道路網上にOD交通がq個存在するものとして，各OD交通ごとに番号をつけ第k番目のOD交通量をV_kとする。本研究においてはリンク交通量を通して定式化を試みるので，リンクijのk番目のOD交通のリンク交通量をY_{ij}^kとする。制約条件としては，まず(1)式のOD交通に関する連続条件および(2)式の容量制限に関する条件式がある。(2)式は，右辺の交通量をある単位あたりの交通容量c_{ij}と道路

$$\sum_j (Y_{ij}^k - Y_{ji}^k) = \begin{cases} V_k(i\text{が発ノードのとき}) \\ -V_k(i\text{が着ノードのとき}) \\ 0\ (i\text{が通過ノードのとき}) \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} k=1,2,\cdots q \\ i=1,2,\cdots n-1 \end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots(1)$$

$$X_{ij} = \sum_{k=1}^{q} Y_{ij}^k \leqq C_{ij}\ (ij=1,2,\cdots,m) \quad \cdots\cdots(2)$$

ここで,

X_{ij} ; リンク ij の交通量
C_{ij} ; リンク ij の交通容量

$$\sum_{k=1}^{q} Y_{ij}^k \leqq C_{ij} = c_{ij} \cdot x_{ij}\ (ij=1,2,\cdots,m)\ (3)$$

網構成に関する変数 x_{ij} で表現することによって(3)式となる。この(3)式によって，道路網構成に関する変数 x_{ij} と交通量配分に関する変数であるリンク交通量とを交通容量を通して定式化できる。たとえば，交通需要に見合った車線数あるいは幅員を建設できるとしたときには左辺のリンク交通量の和から右辺の交通容量，すなわち変数 x_{ij} の値を決定できる。あるリンクが建設されないとき（$x_{ij}=0$）には明らかに各 OD 交通のリンク交通量も 0 となる。さらに，ある程度建設可能なときにはある目的関数を最適化するように両辺が相互に係りながら変数 x_{ij} とリンク交通量が決定される。なお，変数 x_{ij} の捉え方については次節にて述べる。次に，(4)式で示される道路建設費用Mに関する条件式が考えられる。一般に，道路建設に投資される費用には限界があり，したがってこの限られた費用での効率的な道路網構成を求めなければならない場合もある。また，この費用は建設者

$$\sum_{ij=1}^{m} l_{ij} \cdot m_{ij} \cdot x_{ij} \leqq M \quad \cdots\cdots\cdots(4)$$

ここで,

l_{ij} ; リンク ij の距離
m_{ij}; リンク ij の単位距離あたりの建設費用

側から見た重要な評価要因のひとつである。建設費用は一般に建設距離の延長とともに増加するので，(4)式は(5)式の建設距離Lによって表わすこと

$$\sum_{ij=1}^{m} l_{ij} \cdot x_{ij} \leqq L \quad \cdots\cdots\cdots(5)$$

もできる。さらに，各 OD 交通の道路網上における時間的および距離的損失を表わす(6)，(7)式の総走行台時間 TT，総走行台距離 TD に関する条件式も考えられる。これらの要因は，特に利用者側から道路網を評価する上で重要であり，各 OD 交

$$\sum_{ij=1}^{m} \sum_{k=1}^{q} t_{ij} \cdot Y_{ij}^k \leqq TT \quad \cdots\cdots\cdots(6)$$

$$\sum_{ij=1}^{m} \sum_{k=1}^{q} l_{ij} \cdot Y_{ij}^k \leqq TD \quad \cdots\cdots\cdots(7)$$

ここで

t_{ij} ; リンク ij の走行時間

通の走行便益を考慮するとある制限値以内にしなければならない場合もある。(6)式において各リンクの走行時間は区間交通量によらず一定としているが，交通混雑による走行時間の影響については 5．で述べる。なお，これらの要因と関連したものとして利用者の走行費用があるが，これも同様な考え方で定式化することができる。リンク交通量 Y_{ij}^k および変数 x_{ij} が非負でなければならないという(8)，(9)式も必要である。

$$Y_{ij}^k \geqq 0 \quad \begin{pmatrix} k=1,2,\cdots,q \\ ij=1,2,\cdots,m \end{pmatrix} \quad \cdots\cdots(8)$$

$$x_{ij} \geqq 0 \quad (ij=1,2,\cdots,m) \quad \cdots\cdots(9)$$

次に目的関数について考えると，前述の(4)～(7)式の各式がそれ自身制約条件に含まれていないとき，それぞれ(10)～(13)式で表わされているようにすべて最小化問題とする目的関数となりうる。これらの各式はいずれも利用者側および建設者側のそ

$$M = \sum_{ij=1}^{m} l_{ij} \cdot m_{ij} \cdot x_{ij} \quad (\text{最小化}) \quad \cdots\cdots(10)$$

$$L = \sum_{ij=1}^{m} l_{ij} \cdot x_{ij} \quad (\text{最小化}) \quad \cdots\cdots(11)$$

$$TT = \sum_{ij=1}^{m} \sum_{k=1}^{q} t_{ij} \cdot Y_{ij}^k \quad (\text{最小化}) \quad \cdots\cdots(12)$$

$$TD = \sum_{ij=1}^{m} \sum_{k=1}^{q} l_{ij} \cdot Y_{ij}^k \quad (\text{最小化}) \quad \cdots\cdots(13)$$

れぞれの立場のみを考慮したものであり，道路網を総合的に評価するときには両者の要因を組み込まなければならない。問題を複数目標に対する最適化として目標計画法を用いた研究[27),28)] 2 つの目的関数の組合せ最適化をはかった研究[2)]などがあるが，本研究においては一方の要因を制約条件として組込むか，あるいは両者の要因を費用などの同一の尺度で表わすことによって両者の和を目的関数とするなどで対処することができる。

いままではある固定された OD 交通量を効率的に処理する問題について考えてきたが，OD 交通量は長期的にみたときに，たえず一定の値を有するのではなく漸次増加する場合も考えられる。したがって，道路網の建設にあたっては単にある時

期の交通量を処理するだけではなく，以降増加する交通需要の処理という点についても考えてゆかなければならない場合もある。この点に対処するため，本研究は(14), (15)式の処理交通量Fに関する制約条件あるいは目的関数を問題に組み込むことを考えた。このとき，(16)式のOD交通量に関す

$$\sum_{k=1}^{q} V_k \geqq F \quad \cdots\cdots(14)$$

$$F=\sum_{k=1}^{q} V_k \quad (最大化) \quad \cdots\cdots(15)$$

$$V_k/\sum_{k=1}^{q} V_k = 一定 \quad \cdots\cdots(16)$$

る構成比一定という条件式も必要である。なお，処理交通量を目的関数としたときには最大化問題となる。

このように，制約条件および目的関数として定式化された各種の道路網評価要因を種々組合させることによって所望の道路網構成問題が定式化されることになる。すなわち，対象とする道路網計画あるいは道路網，交通需要などを検討していろいろな問題を設定することができ，いわゆる問題の多様化をはかることが可能となる。道路網の評価は総合的に行なわなければならないが，本研究は問題の定式化にあたって基本的に必要なまた現在定量化可能な要因を通して考察した。しかし，昨今の道路を取り巻く問題を考えるとこれらの要因のほかに自動車による大気汚染，騒音あるいは振動などによる道路環境の悪化，あるいは地域住民の生活環境の保持などを考慮した要因も組み込んでいかなければならない。[27)~29)]これら環境要因の本問題への導入は，直接的には交通量，道路網構成に関する変数などとの関係を線形あるいは線形近似関数で表現するか，また間接的には各道路区間に環境許容交通量などを設定することによって行うことができる。[30)]

(2) 交通容量ー建設費用関数について

前述のように，道路網構成に関する変数は離散変数（車線数）あるいは連続変数（幅員）として捉えることができるが，この事は交通容量と建設費用の関係が概念的に図－1で示される(1), (2)の2つの費用関数で表現されるためである。費用関数として(1)の非線形のステップ関数を用いると，変数は建設すべき車線数を表わす整数(離散変数)いわゆる整数値をとる。そうすると，問題は連続変数であるリンク交通と整変数x_{ij}からなる混合整数計画問題(Mixed Integer Programming；以下

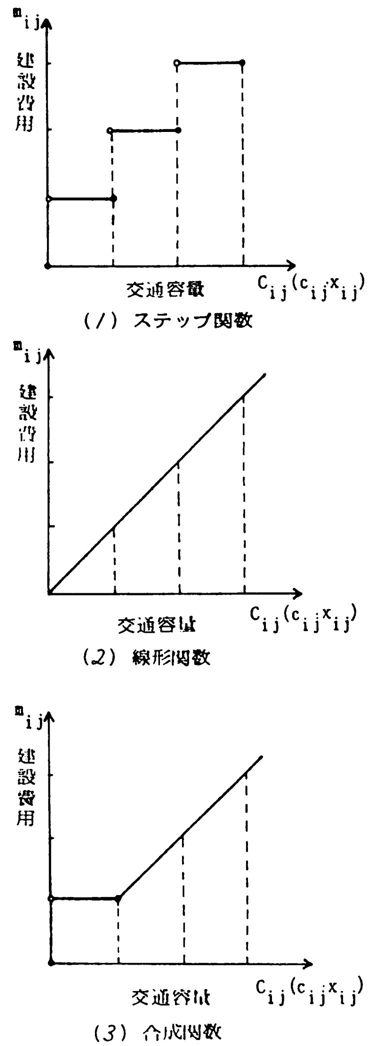


図-1 交通容量-建設費用関数

MIP問題という）として定式化される。一方(2)の線形関数の場合，変数は建設すべき幅員を表わし連続変数となるため，問題は線形計画問題（Linear Programming；以下LP問題という）として定式化できる。前者の問題は車線数で求められるため各種の道路網計画に適用可能であるが，特に道路網新設計画のような基本的形態を求める問題に適用されよう。また，後者の問題は厳密に車線数単位の値を要求されるような計画には満足されないが，既存の道路網を改善する計画に適用可能である。しかし，これらの問題の適用にあたっては次のような問題点が指摘される。前者の問題においては、多車線の道路区間を多く含むとともにその解法が一層困難となる欠点を有する。一方，

1車線以上の交通量を必要とする道路区間において，容量の増加は車線数単位で行なうより有効な場合も考えられるとともにその解法もより一層容易となる。また，後者の問題はマクロ的道路網パターンを求めるときはともかく，交通容量が1車線以下程度でよい道路区間においては現実的でない値が与えられるとともに道路網構成全体に大きな影響をおよぼす。そこで，本研究においてはこれらの点を踏え図－1(3)で示されるステップ関数と線形関数を合成した費用関数についても考えた。この費用関数を用いたとき，変数 x_{ij} は少なくとも1車線を建設するかしないかを表わす0－1整変数 x^1_{ij} と1車線以上建設するときどの程度の幅員まで建設されるかを表わす連続変数 x^2_{ij} の2つの変数に分けられる。前述で定式化されていた各式のなかにはこれら2つの変数を用いた式に変換しなければならない式もある。(3)式の容量制限式は(17)式となり，(4)，(5)式の建設費用および建設距離に関する条件式が(18)，(19)式となる。なお，(10)，

$$X_{ij}=\sum_{k=1}^{q} Y^k_{ij} \leqq c^1_{ij}\cdot x^1_{ij}+c^2_{ij}\cdot x^2_{ij}$$

$$(ij=1,2,\cdots,m) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

$$\sum_{ij=1}^{m} l_{ij}(m^1_{ij}\cdot x^1_{ij}+m^2_{ij}\cdot x^2_{ij}) \leqq M \cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

$$\sum_{ij=1}^{m} l_{ij}(f_{ij}\cdot x^1_{ij}+x^2_{ij}) \leqq L \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

ここで

c^1_{ij}；リンク ij の1車線あたりの交通容量
c^2_{ij}；リンク ij の単位幅員あたりの交通容量
m^1_{ij}；リンク ij の1車線あたりの建設費用
m^2_{ij}；リンク ij の単位幅員あたりの建設費用
f_{ij}；リンク ij の1車線の幅員

(11)式の目的関数についても同様な式が得られる。さらに，この問題の定式化にあたっては0－1整数 x^1_{ij} と連続変数 x^2_{ij} の間には(20)式で示される条件式が必要である。この式は図－1(3)から明らかなよ

$$U\cdot x^1_{ij} \geqq x^2_{ij}(ij=1,2,\cdots,m) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

うに，1車線以上建設されるとき（$x^1_{ij}=1$）だけ容量の増加（$x^2_{ij}\geqq 0$）が考えられ，建設されないとき（$x^1_{ij}=0$）は x^2_{ij} も0をとる。ここで，Uは適当な十分大きい値とする。そうすると，問題は0－1整変数 x^1_{ij} と連続変数であるリンク交通量，変数 x^2_{ij} からなる0－1混合整数計画問題（0－1 Mixed Integer Programming；以下0－1 MIP問題という）として定式化される。したがって，この問題は新設計画を含めた各種の道路網計画に適用可能となる。

このように，道路網構成に関する変数は用いる費用関数によって離散変数（車線数）あるいは連続変数（幅員）として捉えることができるとともに，各変数の道路網構成への影響についても考えることができる。したがって，各種の道路網計画においていずれの変数を用いるか，すなわちいずれの費用関数を用いるかは前述のように対象とする道路網の規模および要求される解の精度などによって決められる。しかし，対象とする道路網のすべてのリンクに対して同じ費用関数を適用させなければならないという訳ではなく，各リンクの状況によっていずれかの費用関数を適用させればよいので，前述の3種類の費用関数をすべて含んだ問題の定式化も考えられる。

これら3つの数理計画問題において，LP問題，0－1 MIP問題はMIP問題の整数条件を緩和させたものとすると，LP，0－1 MIP問題の解はMIP問題の近似解とも考えられるのでMIP問題の解法においてLP，0－1 MIP問題の解を利用することも可能である。この事は，0－1 MIP問題に対するLP問題においても同様に考えられる。

4．問題の解法

前章で定式化された各数理計画問題のうち本章では，MIPおよび0－1 MIP問題の解法について考察する。ここでは，まず分岐限界法に基づいた解法について考え，さらに費用関数を区分線形近似することによって問題を可分計画問題（Seperable Prgramming；以下SEP問題という）とした場合についても述べる。

(1)分岐限界法による解法[31]

この問題の分岐限界法による解法については従来から多くの研究が行なわれてきたが，ここではDakinのアルゴリズムム[32]を用いた解法を考える。MIP問題は一般に(21)式のように書くことがで

$$\left.\begin{array}{l}
\text{問題P；制約条件} \\
\quad \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{X} \leqq \boldsymbol{b} \\
\quad\quad \boldsymbol{Y} \geqq \boldsymbol{O} \\
\quad\quad \boldsymbol{X}=0 \text{ または正整数} \\
\text{の下で目的関数} \\
\quad \boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{Y} \text{あるいは} \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{X} \text{を最小化する。}
\end{array}\right\} \quad (21)$$

き，この問題をPとする。ここで，B，Cはそれぞれ連続変数，整変数に関する係数行列であり，D，

E は係数ベクトルである。また，**X**, **Y** は m 次元，m×q 次元の変数ベクトルである。いま，問題 P に対して **X** の整数条件を緩和した **X** を連続変数として置き換えられる LP 問題を $\bar{P}$ とする。問題 $\bar{P}$ の最適解がすべて整数条件を満足すれば，それは問題の最適解でもある。しかし，**X** のある変数 x_{ij} が整数条件を満足しないで(22)式となる場合には，

$$x_{ij}=\eta_{ij}\,(\text{キ整数}) \qquad \cdots\cdots(22)$$

$$x_{ij}\geqq[\eta_{ij}]+1 \qquad \cdots\cdots(23)$$

$$x_{ij}\leqq[\eta_{ij}] \qquad \cdots\cdots(24)$$

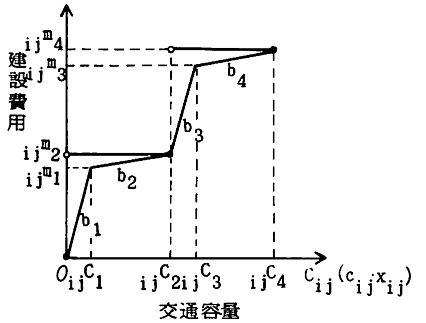
問題Pを(23)，(24)式の条件を付加した部分問題に分割する。なお，このように問題を分割させる対象となる変数を分岐変数(branching variable)という。そして，それぞれの条件が付加された LP 問題を $\bar{P}(x_{ij}\geqq[\eta_{ij}]+1)$，$\bar{P}(x_{ij}\leqq[\eta_{ij}])$ とする。ここで，$[\eta_{ij}]$は η_{ij}をこえない最大の整数である。問題 P の最適解はこれらの 2 つの LP 問題のいずれかの許容解であり，また問題 $\bar{P}$ はどちらの許容解でもない。これらの事から，(23)，(24)式で示される分割をつぎつぎに行なうと，生成される部分問題それぞれの許容領域は縮少し，最終的には **X** のすべての変数が整数条件を満たす問題 **P** の最適解をうることができる。なお，(22)式となる変数のうちいずれかを分岐変数とするかは，計算速度の点からも重要なことであるが，一般に整数値からもっとも遠い値をとると有効である。0−1 **MIP** 問題の解法は，**X** が 0 または 1 の整変数，(23)，(24)式がそれぞれ(25)，(26)式とやる点などと除いて基本的に MIP 問題と同じである。

$$x_{ij}=1 \qquad \cdots\cdots(25)$$

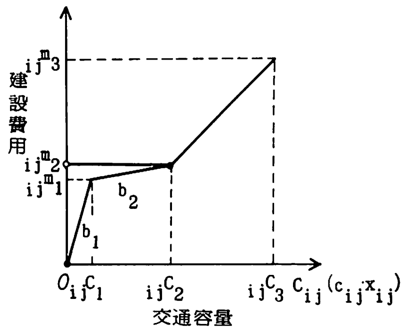
$$x_{ij}=0 \qquad \cdots\cdots(26)$$

(2)　可分計画問題による解法[33)]

(0−1) 混合整数計画問題は問題の規模が大きくなるにしたがって取扱う整変数が多くなり分岐限界によって直接的に解くのが困難となる。また，費用関数は関数の特性を考慮すれば線形近似関数として変換することも可能である。そこで，本研究において図−1(1)，(3)で示される関数をそれぞれ図−2(1)，(2)の区分線形近似することによって，問題を SEP 問題として定式化して解法する場合についても考察する。この問題は図−2に示されているように線形近似関数の傾きが逓減 ($b_2<b_1$, $b_2<b_3$) するため直接的には LP 問題として解くことはできないが，次の諸点を考慮すると基本的には LP 問題によって解きうる。



(1) ステップ関数に対する線形近似関数



(2) ステップ関数に対する線形近似関数

図-2　交通容量-建設費用関数の線形近似関数

(i)　非線形関数に関係する変数のそれぞれは 1 組のスペシャル変数で表わされる。

(ii)　これらのスペシャル変数は非線形関数を部分線形近似して表わす。また，スペシャル変数のそれぞれは部分線形近似による特定の区間で進んだ距離を示す。

(iii)　スペシャル変数のそれぞれは，下限が 0，上限が 1 である。これらの順序は横軸の方向により規定する。

(iv)　スペシャル変数が LP 問題の基底変数になることができるのは，隣り合う変数のどちらかひとつが基底変数であるか，その前の変数が上限にあるかのいずれかに限られる。

いま，非線形関数を線形近似するための分割点を ℓ とすると変数 x_{ij}に対するスペシャル変数${}_{ij}x_i^s$ $(i=1,2,\cdots\ell)$ を 2 つの分割点の間で定義できる。図−2(1)，(2)に示されているようにそれぞれの分割点における交通容量を${}_{ij}C_i$とすると，(3)式の右辺および(17)式の右辺の第 1 項はそれぞれ(27)，(28)式に変換される。また，分割点に対応する建設費用を${}_{ij}m_i$とすると，建設費用に関する式はそれぞれ(29)，(30)式となる。さらに，(iii)，(iv)に関する各

$$c_{ij}\cdot x_{ij}={}_{ij}c_1\cdot{}_{ij}x_1^S+({}_{ij}c_2-{}_{ij}c_1)\cdot{}_{ij}x_2^S+({}_{ij}c_3-{}_{ij}c_2)\cdot{}_{ij}x_3^S+({}_{ij}c_4-{}_{ij}c_3)\cdot{}_{ij}x_4^S \quad (27)$$

$$c_{ij}^1\cdot x_{ij}^1={}_{ij}c_1\cdot{}_{ij}x_1^S+({}_{ij}c_2-{}_{ij}c_1)\cdot{}_{ij}x_1^S+({}_{ij}c_3\times{}_{ij}c_4)\cdot{}_{ij}x_3^S \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

$$\sum_{ij=1}^{m} l_{ij}\cdot m_{ij}\cdot x_{ij}=\sum_{ij=1}^{m} l_{ij}\{{}_{ij}m_1\cdot{}_{ij}x_1^S+({}_{ij}m_2-{}_{ij}m_1)\cdot{}_{ij}x_2^S+({}_{ij}m_3-{}_{ij}m_2)\cdot{}_{ij}x_3^S+({}_{ij}m_4-{}_{ij}m_3)\cdot{}_{ij}x_4^S\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

$$\sum_{ij=1}^{m} l_{ij}\cdot(m_{ij}^1\cdot x_{ij}^1+m_{ij}^2\cdot x_{ij}^2)=\sum_{ij=1}^{m} l_{ij}\cdot\{{}_{ij}m_1\cdot{}_{ij}x_1^S+({}_{ij}m_2-{}_{ij}m_1)\cdot{}_{ij}x_2^S+({}_{ij}m_3-{}_{ij}m_2)\cdot{}_{ij}x_3^S\} \quad \cdots\cdots(30)$$

$$\left.\begin{array}{l} 0\leqq{}_{ij}x_i^S\leqq 1 \quad \begin{pmatrix} ij=1,2,\cdots,m \\ i=1,2,\cdots,l \end{pmatrix} \\ {}_{ij}x_0^S={}_{ij}x_1^S=\cdots\cdots={}_{ij}x_{i-1}^S=1,\ {}_{ij}x_{i+1}^S=\cdots\cdots={}_{ij}x_l^S=0 \end{array}\right\} \quad (31)$$

スペシャル変数間の関係は(31)式に示される。

このように，制約条件および目的関数が線形で表現されるのでLP問題として考えることができるが，本質的には(31)式の制約式が付加されるためかならずしもその解法は容易でない。また，このような問題においては特に局所的最適解に落ちこむことも考えられる。しかし，これらの点については前述のLP問題の解の利用あるいは制約条件の設定の工夫などによって改善される。

5．リンク総走行時間関数の導入について

交通量配分は道路網の評価あるいは道路の混雑状況などを検討するためにも必要であり，実際の走行現象を反映した交通量配分が望まれる。そして，実際の現象に適合した交通量配分を行なうには，交通混雑による走行時間の増加の影響あるいは交通容量の概念を導入する必要がある。その方法としては，交通容量を制約条件として与える方法，走行時間関数を用いる方法および両者を併用する方法がある。本研究においては，定式化された問題を考慮して両者を併用する方法を用いる。しかし，交通量と走行時間の関係を表わす走行時間関数を線形あるいは非線形関数として本問題に導入した場合，道路網全体の総走行台時間は非線形関数によって求められるため，その求解は困難となる。そこで，走行時間関数の直接的な導入にかえて各リンクごとに求められるリンク総走行時間関数としてはいくつかの関数が考えられているが，[4),25),27)] 本研究においては問題の定式化およびその解法などを考慮して図－3で示されるリンク総走行時間関数を線形近似関数としたものを導入する。

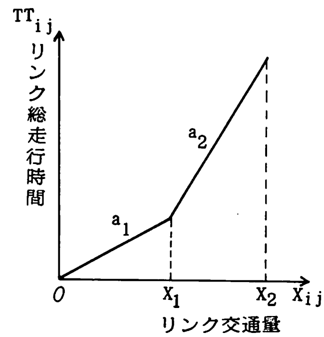


図-3　リンク総走行時関数

いま，線形近似による分割点数をℓ，リンク ij のそれぞれの分割点間のリンク交通量を x_{ij}^{ℓ} とすると(3)式は(32)，(33)式で表わされる。また，分割点における交通量を x_{ℓ} とするとリンク交通量 x_{ij}^{ℓ} は(34)式の条件式を満足しなければならない。

$$X_{ij}=\sum_{k=1}^{q} Y_{ij}^l=\sum_{l=1}^{l} X_{ij}^l \quad (ij=1,2,\cdots,m) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(32)$$

$$\sum_{l=1}^{l} X_{ij}^l \leqq c_{ij}\cdot x_{ij} \quad (ij=1,2,\cdots,m) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

$$X_{l-1}\leqq X_{ij}^l\leqq X_l \quad \begin{pmatrix} ij=1,2\cdots,m \\ l=1,2\cdots,l \end{pmatrix} \quad (34)$$

さらに，各リンクの総走行台時間 TT_{ij} は(35)式となり，(6)，(12)式の総走行台時間は(36)式によって求められる。このように，交通混雑の影響を考慮したリンク総走行時間を導入しても制約条件および目的関数はいずれも線形関数として表現されるため本質的にその解法は変わらない。しかし，(32)，(33)式で示される変数 x_{ij}^{ℓ} が加わるため取扱う変数が増加する。したがって，線形近似の分割点数については要求される解の精度などによって決めなけ

$$TT_{ij}=\sum_{l=1}^{l} a_l\cdot X_{ij}^l \quad (ij=1,2,\cdots,m) \quad (35)$$

$$TT=\sum_{ij=1}^{m} TT_{ij}=\sum_{ij=1}^{m}\sum_{l=1}^{l} a_l\cdot X_{ij}^l \quad \cdots\cdots(36)$$

ここで

a_l；リンク総走行時間関数の各区間での傾き

ればならない。なお，(32)，(33)式は定式化される問題によって多少変わるが基本的に同じである。

6．計　算　例

道路網構成問題の実際的な応用としては種々の道路網計画が考えられているが，ここでは基本的な道路網形態を決定する道路網新設計画を通して問題の定式化およびその解法について考察する。図－4の建設可能な道路網，表－1のOD交通量および表－2のリンク距離を与えて行なう。また，図－1における交通容量，建設費用はそれぞれ1車線（3 m）あたり12,000台，9億円/km，単位幅員あたり4,000台/m，3億円/kmとする。なお，図－4の道路網における各リンクの建設可能な車線数（幅員）は2車線（6 m）とする。

まず，走行時間が交通量に依存せず一定の場合について行なう。問題は前述の制約条件および目的関数によって種々に設定されるが，ここでは制約条件として(1)，(3)，(8)，(9)式を考える。また，目的関数としては設定される目的関数によって道路網構成がどのような影響されるかを見るため，(10)式の総建設費用と(13)式の総走行台距離の2つを考える。そして，目的関数を総建設費用として各費用関数を用いたときの最適道路網構成は図－5となる。また，総走行台距離とした場合はステップ関数を用いた結果のみを図－6に示し，他の費用関数については表－3に示した。この事は，費用関数が目的関数となって道路網構成に影響を与えている図－5にくらべ，費用関数が制約条件にも含まれていない図－6においては費用関数によらず同じ道路網パターンを得たためである。そこで，費用関数の影響を見るため建設費用の制限を290

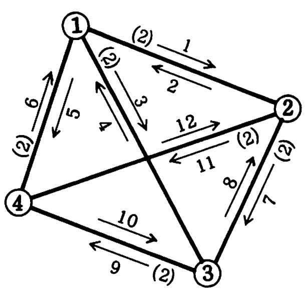


図-4　建設可能な道路網

表－1　ＯＤ交通量

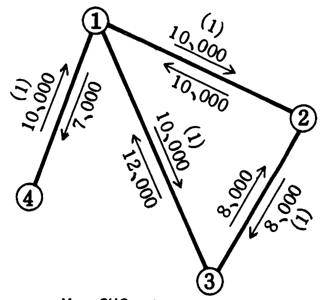
O＼D	1	2	3	4
1	0	0	10	0
2	0	0	8	7
3	15	5	0	0
4	0	10	0	0

（×10³台）

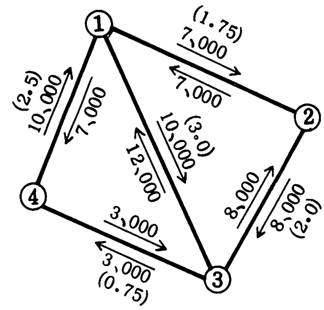
表－2　リンク距離

	1	2	3	4
1	0	6	9	5
2	6	0	7	14
3	9	7	0	5
4	5	14	5	0

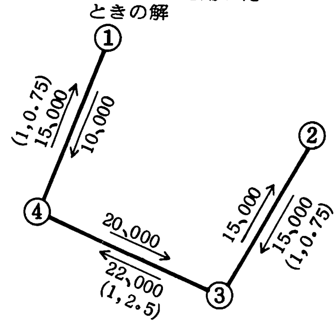
（km）



M＝243・0億円
TD＝515,000台・Km
(1)ステップ関数を用いたときの解



M＝203・3億円
TD＝509,000台・Km
(2)線形関数を用いたときの解



M＝217・5億円
TD＝545,000台・Km
(3)合成関数を用いたときの解

図-5　総建設費用最小化の最適道路網構成

億円として，ステップ関数に対する道路網構成を図－7に示した。他の費用関数についてはいずれも制限値以内となるため表－3の結果と同じである。なお，図中における数値はそれぞれ目的関数を最適化する各リンクの配分交通量と建設必要な車線数，幅員を表わす。これらの結果から次のことがわかる。

（i） 線形・合成関数はステップ関数にくらべて建設費用が過少に算定されるゆえ，その事が道路網構成に影響を与えている。

（ii） 各リンクの交通量はそれぞれの目的関数を最適化するように得られる。

（iii）道路建設者，利用者の両者の要因を通して道路網評価を行なおうとする場合には，他方の要因については制約条件として付加することによって可能である。

（iv） LP 問題，0－1 MIP 問題の解は MIP 問題の整数条件を緩和させたという意味において近似解法と考えられるが，またその解を MIP 問題の解法に利用することも可能である。

（v）各費用関数の得失を考慮すると合成関数が，すなわち 0－1 MIP 問題が解法の容易さ，解の精度などからより有効な定式化と思われる。

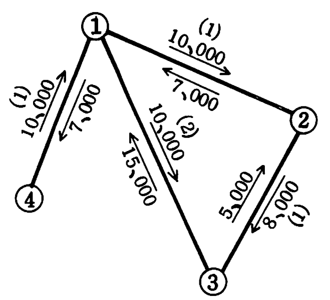


図-6　総走行台・距離最小化の最適道路構成

表－3　総走行台・距離最小化の道路網構成

リンク番号	線形関数を用いた解	合成関数を用いた解
1，2	2.5m	1車線
3，4	3.75m	1車線，0.75m
5，6	2.5m	1車線
7，8	2.0m	1車線
M	225.8億円	263.3億円
TD	503,000台km	503,000台km

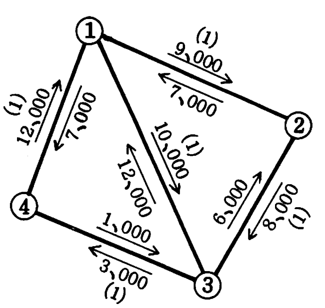


図-7　建設費制約を考慮した最適道路網構成

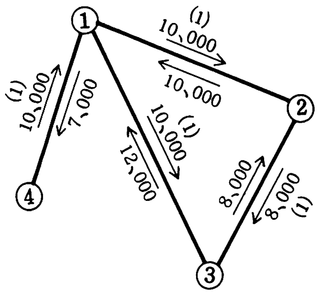
さらに，総建設費用最小化の道路網は需要交通量を処理するために最低必要なものであり，この道路網を基本にして建設費の増加による道路網の拡大がはかられる。一方，総走行台距離最小化の道路網においては，逆に道路利用者の走行便益の限界を考慮して道路網を削減することも考えられる。前者の考え方が改良，増強計画に，後者が除雪路線網計画などに適用できる。これらの事は，図－5(1)の建設費用を 290 億円に増加させることによって，また図－6の総走行台距離の値を 507,000 台 Km まで引き上げずことによっていずれも図－7の道路網が得られることで理解できよう。

次に，走行時間が交通量に依存するとき，すなわち図－3のリンク総走行時間関数を導入した場合について考える。このとき，関数は図－3のように2分割して X_1＝8,400 台，x_2＝12,000 台とし，各リンクのそれぞれの区間の勾配を表－4に示した。そして，総建設費用および総走行台時間を目的関数としたときの道路網構成を図－8に示した。総建設費用を用いたときの各費用関数に対する道路網構成は図－5と同じであるため結果のみを表－5に示した。また，総走行台時間に対しては図－8(2)と同じ道路網パターンとなったため，各リンクの建設必要な車線数（幅員）を表－6に表わした。この計算結果からリンク総走行時間関数の導入による総走行時間の算定はより利用者の走行便益を反映していることがうかがわれる。したがって，リンク総走行時間関数の導入は改良，増強計画などにおいてより有効と思われる。

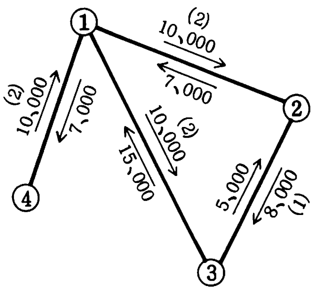
さらに，目的関数を(15)式の処理交通量最大化した場合についても考える。ここで，各 OD 交通の構成比を表－7とし，建設費制限を 290 億円とする。なお，表－7は表－1の各 OD 交通を全 OD 交通で除した値である。また，走行時間は交通量に依存せず一定とする。各費用関数を用いたときの

表－4　リンク総走行時間関数のa_1, a_2の値

リンク	a_1	a_2
1，2	9.0	69.0
3，4	13.5	103.5
5，6	7.5	57.5
7，8	10.5	80.5
9，10	21.0	161.5
11，12	7.5	57.5



M＝243・0億円
TD＝515、000台・Km
TT＝1.51×10⁶台・分
(1)総建設費用最小化



M＝423・0億円
TD＝503、000台・Km
TT＝0・75×10⁶台・分
(2)総走行時間最小化

図-8　リンク総走行時関数を用いた最適道路網構成

表－5　総建設費用最小化の解（走行時間関数導入のとき）

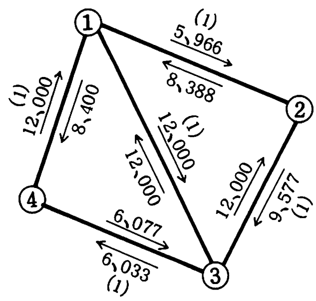
	ステップ関数を用いた	線形関数を用いた解	合成関数を用いた解
M	243.0億円	203.3億円	217.5億円
TD	515,000台・km	509,000台・km	545,000台・km
TT	1.51×10^6台・分	2.06×10 台・分	2.23×10^6台・分

表－6　総走行台時間最小化の道路網構成（走行時間関数導入のとき）

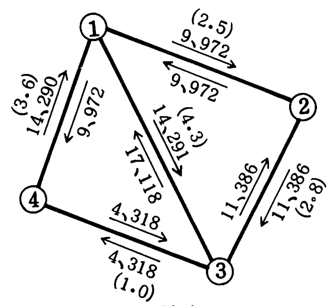
リンク番号	線形関数を用いた解	合成関数を用いた解
1，2	3.57m	1車線，0.75m
3，4	5.35m	1車線，2.35m
5，6	3.57m	1車線
7，8	2.85m	1車線
M	322.5億円	325.5億円
TD	503,000台・km	503,000台・km
TT	0.75×10^6台・分	0.75×10^6台・分

表－7　ＯＤ構成比

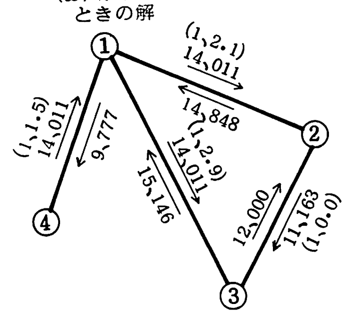
O＼D	1	2	3	4
1	0	0	0.182	0
2	0	0	0.145	0.127
3	0.273	0.090	0	0
4	0	0.182	0	0



F＝66、055台
TT＝726、295台・Km
(1)ステップ関数を用いたときの解



F＝78、525台
TT＝726、295台・Km
(2)線形関数を用いたときの解



F＝76、987台
TT＝723、870台・Km
(3)合成関数を用いたときの解

図-9　処理交通量最大化の最適道路網構成（建設費用制限290億円）

処理交通量および道路網構成を図－9に示した。この結果を見ると，線形，合成そしてステップ関数と順次処理交通量が減少しているが，この事は前述のように線形，合成関数が建設費用をより過少評価するためである。この結果は，逆に解法が容易なLP問題の解によって建設費用制限にともなう処理交通量の上限を得ることができるとも考えられる。この目的関数を用いたときには図－9(1)のリンク4，6，8の集合のようにカットセットが形成され，隘路区間の選定を行うことができる。さらに，建設費用制限が同じである図－7と比較すると図－7の道路網は全OD交通量がさらに11,000台処理可能であることがわかる。このように，処理交通量を目的関数とした解は隘路区間の選定あるいは将来的な需要交通の増加に対しての道路網のあり方などについても検討することができる。

7．あとがき

以上，需要交通量（OD交通量）と建設可能な道路網が与えられたとき，需要交通量を効率的に処理するために，ある制約条件の下である目的関数を最大なり最小なりにする道路網構成を決定する問題の定式化と解法について考察した。本研究をまとめると以下のようになる。

(1)道路網構成に関する変数と各OD交通の配分交通量に関する変数とを交通容量を通して定式化することによって，道路利用者側および建設者側からの各種の道路網評価要因を制約条件および目的関数として設定できるため所望の道路網構成問題を定式化することができる。いわゆる問題の多様化について対処できる。

(2)道路網構成に関する変数は，図－1に示される3種類の交通容量－建設費用関数によって離散変数（車線数）あるいは連数変数（幅員）いずれをも選択することができる。そして，問題は変数の捉え方によってそれぞれ混合整数計画問題，線形計画問題あるいは0－1混合整数計画問題として定式化することができる。

(3)また，道路網を評価するためあるいは各リンクの交通容量の検討のために必要な交通量配分を道路網構問題の中に組み込むことができ，各OD交通の配分交通量も道路網の決定と同時に輸送計画的な配分結果として求めることができる。

(4)以上，本研究で述べた道路網構成は対象とする道路網計画あるいは道路網，交通需要などによって種々の問題が設定でき，また道路区間の状況および要求される解の精度などによって道路網構成に関する変数の選定も可能である。

(5)問題の設定にあたって，いずれの交通容量－建設費用関数を用いるかはそれぞれの関数の得失を考慮して決められるが，一般に解法の容易さ，解の精度などの点から合成関数すなわち0－1混合整数計画問題による定式化が他の数理計画問題による定式化より優れていると思われる。

(6)交通量配分において交通混雑による走行時間の影響は，リンク総走行時間関数および交通容量の概念を導入することによって対処した。また，リンク総走行時間関数は定式化される問題を考慮して線形近似関数とした。

さらに，今後の課題として次のような点が指摘される。

(1)道路網評価要因として道路利用者側および建設者側を取り上げたが，今後は交通騒音・振動および排気ガスによる道路環境の悪化，地域住民の良好な生活環境の保持などを考慮したアルゴリズムへと拡張する必要がある。

(2)交通量配分はリンク交通量を通して行なったが，この変数を用いた場合には取扱う変数が莫大となる欠点を有するためルート交通量の特性を考慮した問題の定式化についても考えてゆきたい。

(3)計算例においては道路網新設計画を中心に述べたが，さらに他の計画へ適用することによってより各交通容量－建設費用関数の得失を明確にしなければならない。

(4)設定される問題は，ある目標年次に対する道路網構成を求めるものであるが，一般に道路建設は多期間にわたって行なわれるので，今後は多段階建設という点についても考慮しなければならない。

最後に，本研究を進めるためにあたり御指導いただいた北海道大学工学部加来照俊教授に深く感謝の意を表わす。また，種々御討議，御協力いただいた交通工学講座の皆様に感謝する。

参考文献

1）交通工学研究会編：交通工学ハンドブック－第22章　交通計画一，技報堂，1973
2）西村　昂・日野泰雄：最適ネットワーク構成に関する一考察，土木学会論文報告集，第250号，1976
3）Jesse G Schwartz：Network Flow and Systhesis Models for Transportation Planning;A

survey, M. I. T, Department of civil Engineerig, 1968
4) G. B. Dantzig S. F. Main Z. F. Lansdowne: The Application of Transportaion Network Analysis, Transportation System Center, Cambridge, Mass., 1976
5) Peter A Steenbrisk : Optimization of Trastort Network, John Wiley & Sons, 1973
6) B. L. Golden T. L. Magnanti : Deterministic network of optimization; A Bibligraphy, Networks, 7, pp149-183,1977
7) Scotte, A. J. : The optimal netwok problem; Some computational procedure,Transportation Research, vol 3,1969
8) Riedly, T. M. : An investment policy to reduce the travel time in a tmansportation network, Transportatio researhh, vol 2, 1968
9) Chan, Y. P. :Optimal Travel Time Reduction in a Transportation Network ; An Apprication of Network Agregation and Branch and Bound Techneques , M. I. T. Department of Civil Engineering, 1969
10) Hoang Hai Hoc : A computational approach to the selection of an optimal network, Management Science, Vol 19, No 5, 1973
11) Scotte, A. J. :An integer program for the optimization of a system of chromatic graphs, Journal of Regional Science, vol 7, No 2, pp291-296. 1967
12) LARRY J. LEBLANC: An algorithem for the discrete network design problem, Transportation Science, Vol9, No 3, pp183-199, 1975
13) ALAN MARTIN HERSHDORFER: Optimal Routing of Urban Traffic, M. I. T., 1965
14) 桝谷有三・加来照俊・道路網探索に関する一考察、土木学会年次講演会概要集第IV部, 1973
15) 桝谷有三・加来照俊・除雪路線網探索に関する一考察, 第11回日本道路会議論文集, 1973
16) Billheimer, J. W. Gray, P: Network design with fixed and variable cost elements, Transportation Science, Vol 7, No 1, pp49-74, 1973
17) 佐々木綱・前島忠文・道路網形態に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第163号, 1969
18) 飯田恭敬：最適道路ネットワークの構成手法, 土木学会論文報告集, 第241号, 1975
19) 西村　昂・日野泰雄：最適ネットワーク構成に関する一考察, 土木学会論文告集, 第250号, 1976
20) 枝村俊郎・森津秀夫：最適交通ネットワーク問題の厳密解法と近似解法, 土木学会論文報告集, 第262号, 1977
21) 桝谷有三・加来照俊：道路網探索法に関する考察, 土木学会北海道支部論文報告集, 第34号, 1978
22) Garrison, W. L. Marble, D.F. : Analysis of highway network; A linear programming formulation, H. R. B, Vol 37, 1958.
23) Richard E. Quant : Model of transportation and optimal network construction, Journal of Regional Science, Vol 2, No 1, 1960
24) 西村　昂・ネットワーク容量増強問題と最適ネットワーク問題への拡張について, 土木学会論文報告集, 第258号, 1977
25) E. C. Cater J. R. Sower : Model for funds allocation for urban highway systems capacity improvement, H. R. B., No20, 1963
26) P. A. Steenbrink : Transport network optimization in the Dutch integral transportation study, Transportation Research, vol 8, 1974
27) 大根田洋裕・渡辺隆・森地　茂：環境要因を考慮した街路網計画手法について, 土木学会第31回学術講演会概要集第IV部, 1976
28) 吉川和広・春名巧・小林潔司：目標計画法による路線・道路施設の比較案検討のための計画情報の作成, 土木学会第33回学術講演会概要集第IV部, 1978
29) 枝村俊郎・森津秀夫・藤谷恵一：環境要因をも考慮した最適道路網形成システムと神戸市への適用について, 土木学会第32回学術講演会概要集第IV部, 1977
30) 飯田恭敬：交差点規制による路線環境基準を考慮した道路網運用システム, 交道工学, Vol11, No1, 1976
31) 茨木俊英：数理計画法(1)~(5), オペレーションズ・リサーチ, 1970年9月~1971年1月
32) Dakin, R. J. :A tree search algorithem for mixed integer programming, The Computer Journal, 8, pp250-255, 1965
33) マクミラン著, 前田他訳：数理計画法入門1, 産業図書

(昭和56年11月30日受理)