

イタラテオン法による井筒型基礎構造の応力解析(II)

澤 田 知 之*・能 町 純 雄**

A Stress Analysis of Well - form Foundation Structure by Iteration Method (II)

Tomoyuki SAWADA and Sumio. G. NOMACHI

要 旨

本論は、井筒型基礎構造において、前回発表した解析法に加え、力学的バネを介する節点力を荷重項として繰り返し導入する方法で任意のS次近似解を得る所のさらに汎用的な理論式を誘導し計算を行なった結果を報告するものであり、より簡明な理論で精度よい収束解が得られ、前述理論解析がさらに改良され、汎用性を持ちプログラミングも容易になる。

Synopsis

In addition to the method in which four basic differential equations are introduced in this thesis using the analytical structure model which is developed from the hypothesis mentioned before.

In the equations in this hypothesis, the term which represents the amount of forces the joints would receive is differentiation by the secondary differentiation and the partial differentiation for the degree of deflection.

It should be noted that here the joints are assumed to have a mechanical Spring - like function.

In this method, the approximate value after the S-th reiteration is found by substituting the value, which is obtained by the calculation reiterated S-1 times, for the load term.

Thus, this method would enable one to obtain a precise convergence value by a simple theory. It should also be mentioned that this method, in which the aforementioned theoretical analysis was improved, is relatively universal and computer analysis can easily be utilized.

1. ま え が き

前回の報告において従来著者等が述べて来た一度に4本の基本微分差分方程式を解いて井筒型基礎構造を解析するのに換わり、力学的バネを介する節点力を荷重項として導入するイタラテオン法により本構造の解析を進めることを述べたが、今回は、前回の1次変位モードすなわち天端固定で、天端では構造全体の移動が剛体変位を呈する場合と変わり、天端が自由の場合についての解析を示す。これは、各次変位モードを知り得ると同時に、どの次数の変位モードが最も影響が大きいのか分かりかつ各杭要素1本々の応力性状の判明が可能であり、4本の基本微分差分方程式を解くこととなる。

2. 基 本 式

図-1, 2 に示した一般図とモデル化された解析構造において継手の力学バネを介するところの節点力

*助教授 土木工学科

**教 授 北海道大学工学部土木工学科

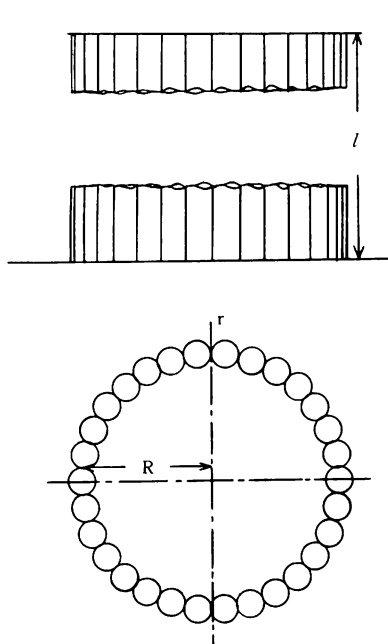


図-1 一般図

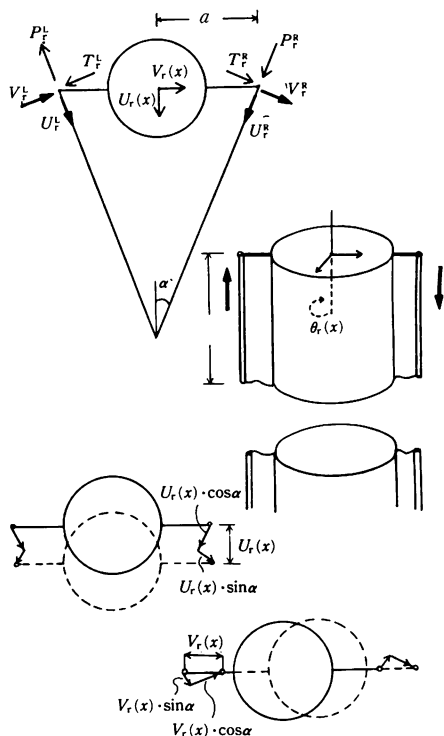


図-2 モデル図

の項は変位の各々2次差分(和分)及び偏差分形で入る様な次の(1)~(4)の式でつり合い式が導かれる。

$$EI \cdot \ddot{U}_r(x) + K_h \cdot D \cdot U_r(x) = K_N \cdot [\Delta^2 U_{r-1}(x) \cdot \cos^2 \alpha + \pm V_r(x) \cdot \sin \alpha \cos \alpha - \pm \theta_r(x) \cdot a \cdot \cos^2 \alpha] \\ + K_T \cdot [-\Delta^2 U_{r-1}(x) \cdot \sin^2 \alpha + \pm V_r(x) \cdot \sin \alpha \cos \alpha + \pm \theta_r(x) \cdot a \cdot \sin^2 \alpha] \\ + N_r(x) \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$EI \cdot \ddot{V}_r(x) + K_h \cdot D \cdot V_r(x) = K_N \cdot [-\pm U_r(x) \cdot \sin \alpha \cos \alpha - \nabla^2 V_{r-1}(x) \cdot \sin^2 \alpha \\ + \Delta^2 \theta_{r-1}(x) \cdot a \cdot \sin \alpha \cos \alpha] + K_T \cdot [-\pm U_r(x) \cdot \sin \alpha \cos \alpha \\ + \Delta^2 V_{r-1}(x) \cdot \cos^2 \alpha + \Delta^2 \theta_{r-1}(x) \cdot a \cdot \sin \alpha \cos \alpha] + K_S \cdot [-\pm \dot{W}_r(x) \cdot a \\ + \nabla^2 \dot{V}_r(x) \cdot a^2] + T_r(x) \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$GJ \cdot \ddot{\theta}_r(x) = K_N \cdot [\pm U_r(x) \cdot a \cdot \cos^2 \alpha + \nabla^2 V_{r-1}(x) \cdot a \cdot \sin \alpha \cos \alpha - \nabla^2 \theta_{r-1}(x) \cdot a^2 \cdot \cos^2 \alpha] \\ + K_T \cdot [-\pm U_r(x) \cdot a \cdot \sin^2 \alpha + \Delta^2 V_{r-1}(x) \cdot a \cdot \sin \alpha \cos \alpha + \Delta^2 \theta_{r-1}(x) \cdot a^2 \cdot \sin^2 \alpha] \\ + m_r(x) \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$EA \cdot \ddot{W}_r(x) + K_v \cdot 2\pi D \cdot W_r(x) = -K_S [\Delta^2 W_{r-1}(x) + \pm \dot{V}_r(x) \cdot a] \\ + PP_r \quad \dots \dots \dots (4)$$

ここで、

$U_r(x)$: 構造半径方向の変位

$V_r(x)$: 構造接線方向の変位

$\theta_r(x)$: 杭要素回転変位

$W_r(x)$: 構造軸方向の変位

EI : 杭要素の曲げ剛性

K_h : 水平方向地盤反力係数

GJ : 杭要素の振り剛性

K_v : 垂直方向地盤反力係数

a : 杭要素間の継手の腕長さ, EA : 圧縮抵抗

$N_r(x)$, $T_r(x)$, PP_r : 各々構造の半径方向, 接線方向, 軸方向の外力項

K_N , K_T , K_S : 各々構造の半径方向, 接線方向, 軸方向の継手の力学的バネ係数

$\Delta^2 U_{r-1}(x)$: 2 次差分 $U_{r+1}(x) - 2 U_r(x) + U_{r-1}(x)$ を示す。

$\nabla^2 V_{r-1}(x)$: 2 次和分 $V_{r+1}(x) + 2 V_r(x) + V_{r-1}(x)$ を示す。

$\Delta \theta_r(x)$: 偏 差 分 $\theta_{r+1}(x) - \theta_{r-1}(x)$ を示す。

$\frac{\partial}{\partial x}$, $\dots$ は $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$, $\dots$, $\frac{\partial^4}{\partial x^4}$ を示す。

3. 第 1 次近似解

< 3-1 > 一般解

(1)~(4) の各式の右辺を 0 と置き弾性床土梁として解く(1)~(3)に有限 Fourier-Sine 変換, (4)に有限 Fourier-Cosine 変換を施して整理すると次の様な一般解が得られる。

$$U_r^1(x) = \frac{1}{\lambda_r^2} \{ P_r(1-\xi) \cdot \dot{U}_r^1(l) - P_r(\xi) \cdot \dot{U}_r^1(0) \} - \{ Q(1-\xi) \cdot U_r^1(l) - Q(\xi) \cdot U_r^1(0) \} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$V_r^1(x) = \frac{1}{\lambda_r^2} \{ P_r(1-\xi) \cdot \dot{V}_r^1(l) - P_r(\xi) \cdot \dot{V}_r^1(0) \} - \{ Q(1-\xi) \cdot V_r^1(l) - Q(\xi) \cdot V_r^1(0) \} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\theta_r^1(x) = \xi \cdot \theta_r^1(l) + (1-\xi) \cdot \theta_r^1(0) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$W_r^1(x) = \frac{l}{\pi^2} \frac{1}{\gamma_r^2} \{ \eta_r(\xi) \cdot \dot{W}_r(0) - \eta_r(1-\xi) \cdot \dot{W}_r(l) \} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで

$$P_r(\xi) = \frac{\sin h \pi \lambda_r (2-\xi) \cdot \sin \pi \lambda_r \xi - \sin h \pi \lambda_r \xi \cdot \sin \pi \lambda_r (2-\xi)}{\cosh 2 \lambda_r \pi - \cos 2 \lambda_r \pi}$$

$$Q_r(\xi) = \frac{\cosh \pi \lambda_r (2-\xi) \cdot \cos \pi \lambda_r \xi - \cosh \pi \lambda_r \xi \cdot \cos \pi \lambda_r (2-\xi)}{\cosh 2 \lambda_r \pi - \cos 2 \lambda_r \pi}$$

$$\eta_r(\xi) = \frac{\pi \gamma_r \cdot \cos \pi \gamma_r (1-\xi)}{\sin \pi \gamma_r} - 1$$

$$\xi = \frac{x}{l} \quad \lambda_r^4 = \frac{K_h \cdot D}{EI} \cdot \left(\frac{l}{\pi} \right)^4 \quad \gamma_r^2 = \frac{K_v \cdot 2\pi D}{EA} \cdot \left(\frac{l}{\pi} \right)^2$$

< 3-2 > 境界条件

$$\text{今, } U_r^1(x) = \sum_i U_i^1(x) \cdot \cos \frac{2\pi i}{N} r \quad \dots\dots\dots (8) \quad \theta_r^1(x) = \sum_i \theta_i^1(x) \cdot \sin \frac{2\pi i}{N} r \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$V_r^1(x) = \sum_i V_i^1(x) \cdot \sin \frac{2\pi i}{N} r \quad \dots\dots\dots (9) \quad W_r^1(x) = \sum_i W_i^1(x) \cdot \cos \frac{2\pi i}{N} r \quad \dots\dots\dots (11)$$

とおく。

次に天端($x=0$)で自由, 根入れ($x=l$)で固定とすると

$$U_i(l) = V_i(l) = \dot{U}_i(0) = \dot{V}_i(0) = 0$$

$$\theta_i(l) = \dot{W}_i(0) = 0 \text{ である。}$$

又, 1 次近似解では $\theta_i(0)$, $\dot{W}_i(l) = 0$ とおいておくと, 構造の半径方向, 接線方向のたわみ角及び剪断力のつり合いから次の式を解くとよい。

$$\begin{vmatrix} \dot{P}_r(0) & \dot{Q}_r(1) & 0 & 0 \\ \ddot{P}_r(1) & \ddot{Q}_r(0) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddot{P}_r(0) & \dot{Q}_r(1) \\ 0 & 0 & \ddot{P}_r(1) & \ddot{Q}_r(0) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \dot{U}_r^1(l) \\ U_r^1(0) \\ \dot{V}_r^1(l) \\ V_r^1(0) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -\frac{P}{EI} \cdot \lambda_r^2 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \dots\dots\dots (12)$$

4. 第 S 次近似解

< 4-1 > 一般解

S 次近似解は、S-1 次 (S ≥ 2) の解を用いて前述¹⁾の“補足”で述べた様に、荷重項を繰り返し代入し次に示す様な収束解が得られる。

$$U_r^S(x) = \frac{1}{\lambda_r^2} \cdot P_r(1-\xi) \cdot \dot{U}_r^S(l) + Q_r(\xi) \cdot U_r^S(0) + \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{A_m^{S-1} \cdot \sin m\pi\xi}{m^4 + 4\lambda_r^4} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$V_r^S(x) = \frac{1}{\lambda_r^2} \cdot P_r(1-\xi) \cdot \dot{V}_r^S(l) + Q_r(\xi) \cdot V_r^S(0) + \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{B_m^{S-1} \cdot \sin m\pi\xi}{m^4 + 4\lambda_r^4} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\theta_r^S(x) = (1-\xi) \cdot \theta_r^S(0) + \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{C_m^{S-1} \cdot \sin m\pi\xi}{m^2} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$W_r^S(x) = \frac{l}{\pi^2 \gamma_r^2} \cdot \eta_r(\xi) \cdot \dot{W}_r(0) + \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{-D_m^{S-1} \cdot \cos m\pi\xi}{m^2 + \gamma_r^2} + \frac{-1}{K} \frac{D_m^{S-1} [K^2 + \gamma_r^2 \{1 + (-1)^K\}]}{\gamma_r^2 (K^2 + \gamma_r^2)} \quad \dots\dots\dots (16)$$

A_m^{S-1} , B_m^{S-1} , C_m^{S-1} , D_m^{S-1} は前述¹⁾の様に、杭の建て込み方向に離散型の Fourier 定積分変換を施した事と同値になり次の様に示される。

$$A_m^{S-1} = \sum_{i=1}^{k-1} f_r^U(i \cdot \Delta x) \cdot \sin \frac{m\pi i}{K}$$

$$f_r^U(i \cdot \Delta x) = \frac{K_N}{EI} \{ \Delta^2 U_{r-1}^{S-1}(x) \cdot \cos^2 \alpha + \Delta V_{r-1}^{S-1}(x) \cdot \sin \alpha \cos \alpha - \Delta \theta_r(x) \cdot a \cdot \cos^2 \alpha \}$$

$$+ \frac{K_T}{EI} \{ -\nabla^2 U_{r-1}^{S-1}(x) \cdot \sin^2 \alpha + \Delta V_{r-1}^{S-1}(x) \cdot \sin \alpha \cos \alpha + \Delta \theta_r(x) \cdot a \cdot \sin^2 \alpha \}$$

$$B_m^{S-1} = \sum_{i=1}^{k-1} f_r^V(i \cdot \Delta x) \cdot \sin \frac{m\pi i}{K}$$

$$f_r^V(i \cdot \Delta x) = \frac{-K_N}{EI} \{ \Delta U_{r-1}^{S-1}(x) \cdot \sin \alpha \cos \alpha - \nabla^2 V_{r-1}^{S-1}(x) \cdot \sin^2 \alpha + \nabla^2 \theta_{r-1}^{S-1}(x) \cdot a \cdot \sin \alpha \cos \alpha \}$$

$$+ \frac{K_T}{EI} \{ -\Delta U_{r-1}^{S-1}(x) \cdot \sin \alpha \cos \alpha + \Delta^2 V_{r-1}^{S-1}(x) \cdot \cos^2 \alpha + \Delta^2 \theta_{r-1}^{S-1}(x) \cdot a \cdot \sin \alpha \cos \alpha \}$$

$$+ \frac{K_S}{EI} \{ \Delta \dot{W}_{r-1}^{S-1}(x) \cdot a + \nabla^2 \dot{V}_r(x) \cdot a^2 \}$$

$$C_m^{S-1} = \sum_{i=1}^{k-1} f_r^\theta(i \cdot \Delta x) \cdot \sin \frac{m\pi i}{K}$$

$$f_r^\theta(i \cdot \Delta x) = \frac{K_N}{GJ} \{ \Delta U_{r-1}^{S-1}(x) \cdot a \cdot \cos^2 \alpha + \nabla^2 V_{r-1}^{S-1}(x) \cdot a \cdot \sin \alpha \cos \alpha - \nabla^2 \theta_{r-1}^{S-1}(x) \cdot a^2 \cdot \cos^2 \alpha \}$$

$$+ \frac{K_T}{GJ} \{ -\Delta U_{r-1}^{S-1}(x) \cdot a \cdot \sin^2 \alpha + \Delta^2 V_{r-1}^{S-1}(x) \cdot a \cdot \sin \alpha \cos \alpha + \Delta^2 \theta_{r-1}^{S-1}(x) \cdot a^2 \cdot \sin^2 \alpha \}$$

$$D_m^{S-1} = \sum_{i=1}^{k-1} f_r^W(i \cdot \Delta x) \cdot \cos \frac{m\pi i}{K} + f_r^W(i \cdot \Delta x) \cdot \frac{1}{K} \frac{K^2 + \gamma_r^2 \{1 + (-1)^K\}}{\gamma_r^2 \cdot \{K^2 + \gamma_r^2\}}$$

$$f_r^W(i \cdot \Delta x) = \frac{K_S}{EA} \{ \Delta^2 W_{r-1}^{S-1}(x) + \Delta \dot{V}_r(x) \cdot a \}$$

< 4-2 > 境界条件

境界条件としては次に示す 6 本の式を解くことにより第 S 次の境界値を知り得る。これらを(13)~(16)

の式に代入することにより必要とする変位, 断面力の値が得られる。

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{\lambda_r^2} \dot{P}_r(0) & \dot{Q}(1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda_r^2} \dot{P}_r(0) & \dot{Q}(1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{l}{\pi^2 \gamma_r^2} \eta_r(1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{l} \\ \frac{1}{\lambda_r^2} \ddot{P}_r(0) & \ddot{Q}(1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda_r^2} \ddot{P}_r(0) & \ddot{Q}(1) & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \dot{U}_r^s(l) \\ U_r^s(0) \\ \dot{V}_r^s(l) \\ V_r^s(0) \\ \dot{W}_r^s(0) \\ \theta_r^s(0) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{-2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{m \cdot A_m^{S-1}}{m^4 + 4\lambda_r^4} \\ \frac{-2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{m \cdot B_m^{S-1}}{m^4 + 4\lambda_r^4} \\ \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{D_m^{S-1}}{m^2 + \gamma_r^2} \\ + \frac{1}{K} \frac{D_m^{S-1} [K^2 + \gamma_r^2 (1 + (-1)^K)]}{\gamma_r^2 (K^2 + \gamma_r^2)} \\ \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{C_m^{S-1}}{m} \\ \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{m^3 \cdot A_m^{S-1}}{m^4 + 4\lambda_r^4} \\ \frac{2}{K} \sum_{m=1}^{S-1} \frac{m^3 \cdot B_m^{S-1}}{m^4 + 4\lambda_r^4} \end{vmatrix} \quad (17)$$

5. 数 値 計 算 例

今, $N = 6$ 本, $D = 80$ cm, $l = 10$ m, K_{rh} ($r = 1 \sim 3$ 及び $9 \sim 12$) で 0.8 kg/cm³ ($r = 4 \sim 8$) で 0.4 kg/cm³, $K_{rv} = 1.0$ kg/cm³, $E = 2.0 \times 10^6$ kg/cm²

$G = \frac{2}{2(1+\nu)} U = 0.25$ の場合の軸方向の変位及び天端での変位モードを図-3～図-5に示す。

結果より, 地盤反力係数の相異がかなり影響があり, 地盤反力係数の大なる程変位は小さくなり妥当な

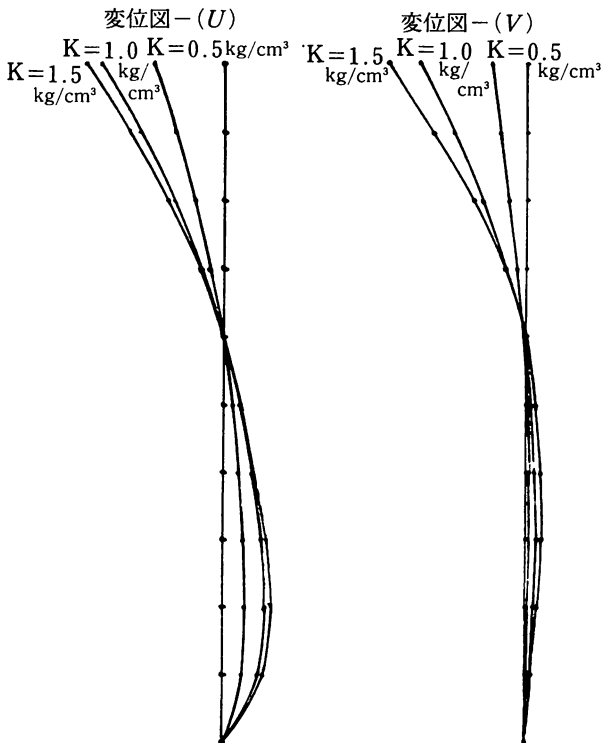


図-3 軸方向変位図

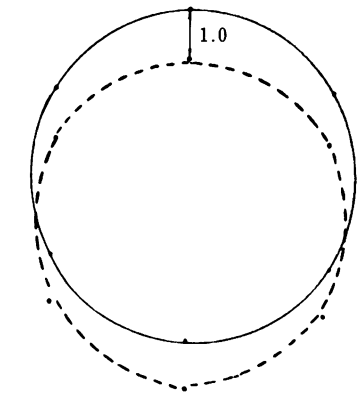


図-4 1次変位モード

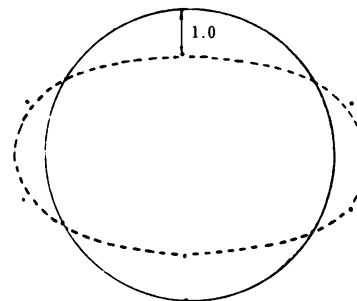


図-5 2次変位モード

傾向である。又、継手係数 K_N , K_T , K_S は $K_N = K_T = 80 \text{ kg/cm}^2$, $K_S = 800 \text{ kg/cm}^2$ で計算は行なった。

このことより、各杭の地盤反力係数を変えながら各杭の応力挙動を示すことが出来、各次数の変位モードも知り得るということが言える。図-4, 図-5 は、この場合の影響の大きい1次と2次の変位モードを示した。尚他の計算結果考察は次の機会に報告する予定である。

尚、数値計算は本校計算機室 HITAC 8250 を利用して行なったことを付記する

参 考 文 献

- 1) 澤田・能町：イタラテオン法による井筒型基礎構造の応力解析(I) (苫高専紀要第16号)
- 2) 澤田：継手バネ効果と井筒基礎構造の水平低抗について (土木学会北海道支部論文報告集第36号)
- 3) 塩井・岡原：矢板式基礎の構造解析 (橋梁と基礎 vol. 12. 1978)
- 4) 能町・沢田：鋼管矢板井筒における継手効果のモデル化について (土木学会北海道支部論文報告集第35号)

(昭和56年9月18日受理)