高等専門学校における数学と他教科との関連 III

—— 電気工学科について ——

小 野 寺 　　　隆*

The Relation between Mathematics and other Curriculums in the Technical College, III.

— with Electrical Engineering Curriculums —

Takashi ONODERA

要　旨

前稿［6］** に引続き，高等専門学校における数学と他教科との関連を考察するが，今回は電気工学科科目の中から数学教材に適当であると思われるものを捜しだすことを行ってみる。

Synopsis

As a continuation of the last paper, we have paid attention to the relations between mathematics and other curriculums in the Technical College, and we have looked up some examples for mathematics in electrical engineering curriculums.

§1．電気工学科の授業科目

高等専門学校（以下「高専」と略記する。）の電気工学科の授業科目のうち，特に数学との連繫に留意せねばならない第1学年から第3学年までの低学年に配当されているものを全国的に調べたのが表1である。

資料としては全国的高専の昭和57年度学校要覧（資料入手34校）を用いた。また科目名とその配列は昭和51年改正後の高等専門学校設置基準［1］による。たゞし表中B項は［1］に示された「基本的な授業科目」以外の科目である。

表1より，情報処理，電気磁気学，電気回路，電気製図が電気工学科の基礎専門科目と見做してよいであろう。このうち他学科にも共通の製図と情報処理はさておき，電気磁気学と電気回路の2科目に対する土井政則のつぎの指摘を電気工学担当教官の共通理解とみる。「電気工学科の学生は，まず電気磁気学，電気回路を通って分化した専門に進んでいくので，その理解如何が電気工学科学生の死命を決定するといっても過言でない。」（［9］)。すなわちこの2科目は当初より高等専門

表1　電気工学科授業科目（1～3学年）

科目		学年別配当（校数） 1年	2年	3年	備考
A	応用物理			33	
	情報処理	6	13	17	
	電気磁気学	8	29	30	
	電気計測		6	33	
	電気工学		4	29	
	電気回路	1	33	34	交流理論を含む
	電気材料			2	
	電気製図	31	14	2	
B	電気基礎	10	2		電気概論，電気理論を含む
	電気数学	1	2		工業数学を含む
	電気機器		2	27	
	電子回路			6	

（注）同一科目を2ヶ学年以上に連続している科目もあり，数字は延数である。

---

*　教　授　一般教科数学

**　［　］の中の番号は論文末の文献参照番号を示す。

学校教育課程の標準［2］に明記されている通り「電気工学の全部門の履修の基礎」であり，しかもこれ等の科目の修得には縦横な数式駆逐が要請されていることに注目せねばならない。それ故，直接授業担当者の苦心もさることながら，**表1**に見るように電気基礎，電気数学等を第1学年に設ける側面からの配慮も見逃せないのである。

§2．数学と電気工学科科目との間

さきにわれわれは高専の専門科目の教科書を調べた［4］が，そのうち特に電気工学科の低学年で採用されているものに，補足して**表2**に再掲する。資料としては多少旧いが，本校で現在使用中の教科書と比べてみるとき大きな異同がないものと思われる。

表2から解るように，採用教科書の大半が高専・大学用に編修されたものであり，高等学校工業科用の検定教科書は，製図，電気基礎（**表2**には掲げていない。）を除いては殆んど用いられていない。すなわち工業高等学校と同年代の高専生が直ちに高専・大学用教科書で学習しているのである。従って各授業担当教官は，その空間を埋めるために，プリント等で教材補充に腐心していると聞く。そして数式の成立過程や数学内容の部分には深入りすることなく結果のみを利用させ後日数学学習の進度を見計らって再度説明を加えるとか，または使用数学を，その時その時に応じて独自に補講をしつゝ講義を進めている現状のようである。しかもこのような多少の無理も創設当時の頃には十分消化され余り支障がなかったとのことであるが，［6］に指摘しておいた通り近年の学生の学力低下と，中学校教育課程の改正による新らしい課題を与えられた現在，往時のような水準維持への危惧は大きい。その殆んどが数理工学であるといっても過言でない電気工学の学習を効果的に進めるために，数学を担当する側の者として専門科目との連係をより密にし，［4］，［5］で警告しておいたように，数学の高踏性と独善性に落入ることなく，教材精選を第1とする積極的対応を更に一層心掛けねばならないのである。

表2　電気工学科採用教科書（1～3学年）

科目	教科書	発行所	採用校
電気磁気学	電気磁気学	朝倉書店	11
	基礎電磁気学	電気学会	9
	電気磁気学	オーム社	5
電子工学	電子工学	コロナ社	18
	電子工学	朝倉書店	11
電子回路	電子回路	コロナ社	11
	電子回路	朝倉書店	8
	電子回路	森北出版	6
	電子回路（I）	昭晃堂	5
電気回路	交流理論	電気学会	18
	回路網理論	電気学会	11
	電気回路（I）	コロナ社	7
	電気回路論	電気学会	5
情報処理	Fortran入門	培風館	11
	基礎情報理論	昭晃堂	7
	入門Fortran	オーム社	5
電気機器	電気機械工学	電気学会	10
	電機概論	丸善	6
	電気機械工学1，II	朝倉書店	各6
	電気機器1，II	森北出版	各5

（注）電気計測の資料がが得られなかった。
採用校が5校以上のもののみ掲げた。
調査資料入手44校である。

つぎに電気工学科授業科目（実験，実習，卒研等を除く）について，本校採用教科書や**表2**掲載の他校教科書等を調べて数学内容を項目別に分類したのが**表3**である。項目名は岩波数学辞典［8］の部門別項目表に，科目名とその配列は新旧の高等専門学校設置基準［1］に従った。

表3の作成を通じてつぎのことが解る。

(1)　複素数が実数同様に扱われている。

(2)　解析学（微分・積分学）が中心であり，Fourier・Laplace変換の使用頻度が高い。

(3)　代数（線形）も重要であり，時間・空間ベクトル等は勿論，ベクトル解析も盛んに用いられている。行列演算は電気・電子回路等では有力な武器となっている。

(4)　関数方程式（常微分・偏微分方程式等）は，内容的には簡単だが頻繁に用いられている。

(5)　関数論は電磁気学，電子回路，送配電工学，自動制御等で等角写像や，留数定理など用いられている。

(6)　確率統計は情報処理（情報理論），電気通信（通信理論）では欠かせない。

(7)　数学教材として好適な幾何部門の円錐曲線や2次曲面等は殆んど見当らない。

以上のように(7)を除いては，電気工学科の全科目に亘って非常に広範囲の数学の知識を要求され

表3　電気工学科科目数学内容一覧

	科目	応用物理	情報処理	電気磁気学	電気計測	電子工学	電気回路	電気材料	電子計算機	電気機器	電気設計	発変電工学	送配電工学	電気応用	自動制御	電子回路	電気通信
A 集合・論理	記号論理		○						○							○	
	集合								○								
	実数	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	複素数	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○
	Boole 代数		○						○								
B 代数・幾何	代数方程式	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	行列式			○			○						○		○	○	○
	行列						○		○				○		○	○	
	ベクトル	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○
	Euclid 幾何学	○					○										
	円錐曲線	○															
	2次曲面																
	座標（極・円柱等）	○		○		○	○									○	○
C 解析学	指数・対数・双曲線関数	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○
	3角・逆3角関数	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○
	微分法	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○
	偏導関数	○	○	○	○	○	○	○		○			○	○	○	○	○
	積分法	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○
	重積分	○		○				○									○
	線・面積分	○		○								○		○	○		
	Fourier 級数・変換		○		○		○			○			○		○	○	○
	Laplace 変換						○						○		○	○	
D	正則関数	○											○		○	○	
	等角写像			○											○		
E	常微分方程式	○	○	○	○	○	○	○		○		○	○	○	○	○	
	偏微分方程式	○		○		○							○			○	
	楕円・双曲・放物型偏微分方程式	○		○		○							○			○	
F	Γ·Bessel 関数，多項式近似等		○													○	○
G	確率分布・過程		○													○	○
	Markov 連鎖・過程		○														
	統計量・多変量解析等																○

（注）表中部門記号の D は「関数論」，E は「関数方程式」，F は「特殊関数・数値解析」，G は「確率統計」である。

ていることが明らかである（[11]）。

§3．数学の授業内容の一考察

前節の通り電気工学科の授業科目の組成と内容とを考察して来るとき，現行数学の数育課程を再考せざるを得ない。本校の数学科の授業項目に他教科との関連を考慮して多少修正を加えたものを［5］に示しておいたが，こゝで更に電気工学科向に再考したものを表4に示す。項目の呼称は［3］の教育課程編成のための基礎資料に準ずる。なお本校では昭和58年度より数学の科目名を細

表4　数学授業項目（応用数学を含む）

学年	A系列 項目	単位数	B系列 項目	単位数
1	(1) 数と式		(1) 集合と論理	
	(2) 方程式と不等式		(2) 3角関数（その1）	
	(3) 関数とグラフ		(3) 複素数	
	(4) 指数関数と対数関数		(4) ベクトル	
	(5) 数列と級数		(5) 順列と組合せ	
	(6) 微分と積分	4		2
2	(1) 微分法		(1) 3角関数（その2）	
	(2) 微分法の応用		(2) 平面と空間の図形	
	(3) 積分法		(3) 行列と行列式	
	(4) 積分法の応用	4		2
3	(1) 2変数の関数の微分積分		(1) 確率・統計	
	イ）偏微分		(2) ベクトル解析	
	ロ）二重積分			
	(2) 微分方程式（その1）	4		2
4	(1) 微分方程式（その2）		(1) フーリェ級数	
	（含偏微分方程式）		(2) ラプラス変換	
	(2) 複素変数の関数		(3) 数値計算	
		2	(4) 特殊関数	2
計		14		8

分化するが全体の内容は変らず，取扱い上も従来のA・B2系列で行う予定である。

表4の授業項目毎の指導上の留意点は［4］で詳細に示してあるので，こゝでは今回変更の部分についてのみ述べる。

(イ)　A系列では

$1_{(4)}$，$1_{(5)}$および$1_{(6)}$は高等学校新教育課程の基礎解析の内容（高等学校学習指導要領［12］による。）程度とし微分・積分は整関数に留める。

$2_{(1)}$で初めて3角関数の微分，自然対数やeなどを扱うようにする。$1_{(6)}$で微分の逆算法としての積分を導入してから再び従来の微分法に戻るようにしたい。そうすることにより第2学年から始まる電気磁気学の学習を容易にできるであろう。このためには第1学年における他項目の数学内容のうち，藤田弘尚［10］の指摘するように，因数分解，無理式(特に無理不等式)，絶対値を含む式，高次・指数・対数方程等に相当割愛してもよい部分があることを見直したい。

(ロ)　B系列では

$1_{(1)}$の集合と論理は今回の改正で小・中学校から大巾に削られた項目で，殆んど未学習である。高等学校数学I程度の集合と，簡単な命題と論証を教えるようにしたい。

$1_{(2)}$の3角関数は基礎解析の内容程度とする。

$1_{(3)}$の複素数はde. Moivreの定理までとする。

$1_{(4)}$のベクトルは高等学校の数学IIの内容程度とする。

$1_{(5)}$の順列組合せは高等学校の確率統計の内容程度とする。

$2_{(1)}$で逆3角関数，3角方程式，3角関数の応用を取扱う。

$3_{(2)}$の平面と空間の図形は深入りせず軽く扱うようにする。

以上相当に思い切った授業項目の修正となるが特に無理だと思われる点はない。また［4］で力説した数学教育の指導理念に悖ることもない。数学教育上大切なことは，すべての項目を同一比重で羅列的に与えることではなく，常に柔軟を姿勢をもって，学生の発育程度に応じた教材を取捨選択し，厳選されたものを正しく深く与えることなのである。たゞ一般科目の性格上学科毎に数学の

指導内容を変えることは通常困難であろうが，幸い本校では数学担当教官が各学科縦割に授業分担をしているので，この種の実験を実施し易い状況にある。というよりは専門各科目と最も密接な関係にある高専の数学としては専門学科の求めるところに応じて授業内容の多少の移動変更があって然るべきでなかろうか。

つぎに数学本来の数材精選と相俟って，良く解る楽しい授業を進める一助とする為に，前稿からの継続として，電気工学科目の中から数学教材に適当なものを捜し出してみる。

§4．例　　題

前稿［6］で機械工学科の教材の中から例題を扱う上での留意点を述べて置いたが，電気工学科用に直したものをつぎに示す。

1）数学の応用問題として利用するのであって，電気工学科で指導する内容そのものを教えようとしてはならない。

2）しかし他教科教材だからといって無責任な軽い扱い方をせず，数学担当者自身が十分その内容を理解してから臨まねばならない。

3）記号や文字は必ずしも専門科目と同一であることを要しない。というよりは数学で常用のものに切り替えてみることも大切である。しかし用語は学術用語集［7］に従い適確に用いる。

4）単位は可能な限り無名数とする。

5）できる限り専門科目で修得した後の教材を用いることにする。

6）極力厳選した例題を各学年毎通年2，3題（［5］の物理の例題も含んで）とし，それに十分時間をかけて丁寧に扱う。

上記留意点のうち特に3）についてはジョン・ペリー［13］の言葉を引用して前稿［6］でも注意して置いたように，使用文字の相違がそのまゝ直ちに数式の相違と錯覚する習癖を正すためにも極めて重要である。

以下の例題の叙述に敢て講義式を用いるのは，そのまゝすぐ講義に活用できるためではあるが，他教科を扱うが故に慎重を期した結果でもある。

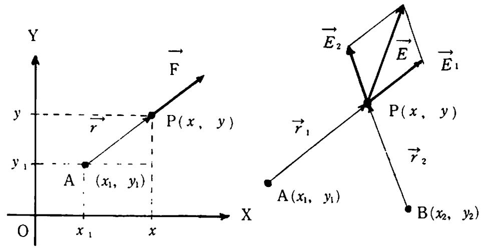
例題III−1. クーロンの法則によると，2個の電荷間に働く力の大きさは電荷の積に比例し距離の2乗に反比例する。したがって電荷 q_1, q_2 の間に働く力の大きさをF，距離をr，比例定数を$1/k$とすると

(1)　$$F=\frac{q_1 q_2}{kr^2}$$

なる関係式を得る。こゝでMKS 有理単位系をとり，誘電率εを用いると$k=4\pi\varepsilon$であることが知られているので

(2)　$$F=\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon r^2}$$

となる。



図−1

さて図−1のように点$A(x_1, y_1)$にqの正電荷があり，Aより距離rの点$P(x, y)$に単位電荷をおけば，これに作用する力の大きさは(2)より

$$F=\frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

となり，方向は$\overrightarrow{AP}$の方向である。即ちベクトル$\vec{F}$がP点の電界の強さ$\vec{E}$となる。したがって$\overrightarrow{AP}=\vec{r}$とすると$\vec{E}=F\cdot\vec{r}/r$より

(3)　$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\ \frac{q}{r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right)=\frac{q}{4\pi\varepsilon}\ \frac{\vec{r}}{r^3}$$

と表わすことができる。成分表示を用いると$\vec{r}=(x-x_1, y-y_1)$であるから(3)より

(4)　$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon r^3}\ \left\{(x-x_1)\vec{e}_1+(y-y_1)\vec{e}_2\right\}$$

となる。たゞし$\vec{e}_1, \vec{e}_2$は基本ベクトルである。

つぎに図−1の右図のように，点$A(x_1, y_1)$にq_1，点$B(x_2, y_2)$にq_2の電荷があり，この2個の電荷による点$P(x, y)$の電界$\vec{E}$を求めてみる。q_1, q_2によるP点の電界をそれぞれ $\vec{E}_1$，$\vec{E}_2$，$\overrightarrow{AP}=\vec{r}_1$，$\overrightarrow{BP}=\vec{r}_2$とすると(3)式より

$$\vec{E}_1=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon}\ \frac{\vec{r}_1}{r_1^3},\quad \vec{E}_2=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon}\ \frac{\vec{r}_2}{r_2^3}$$

となり

(5)　$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{q_1}{r_1^3}\vec{r}_1+\frac{q_2}{r_2^3}\vec{r}_2\right)$$

を得る。(4)を用いると

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\left[\left\{\frac{(x-x_1)\,q_1}{r_1^3}+\frac{(x-x_2)q_2}{r_2^3}\right\}\vec{e}_1\right.$$

$$+\left\{\frac{(y-y_1)q_1}{r_1^3}+\frac{(y-y_2)q_2}{r_2^3}\right\}\vec{e}_2\Big]$$

となる。([14], [15], [16], [17])。

この例題は第1学年のベクトルの応用教材に用いる。第1学年では数学的思考に専念さすのが先決で他を向く余裕は殆んどない。特に小・中学校の数学は間口が広く，実に多くの内容を雑多に学習して来ているだけに，それ等を整理し，基本的な数学分野からの再履習を第一にせねばならない。たゞベクトルは数学では抽象的に扱い過ぎる嫌いがあり，物理的量としてのベクトルと異質のものと受け止め易い。その予防の為の例題である。なお本題の電気的内容は物理や電気基礎で既習とする。

例題Ⅲ－2. 正弦波交流を時間tの関数とすると

(1) $y(t)=\sqrt{2}\,A_e\sin(\omega t+\theta)$

と表わされる。こゝでA_eは電流の実効値, ω は角速度(または角周波数), θ は初期位相である。いま複素数$\alpha=aj+b$ $(j=\sqrt{-1})$ の実部を$R_e\alpha$, 虚部を$I_m\alpha$と書くことにすると

$$y(t)=I_m\sqrt{2}\,A_e e^{j(\omega t+\theta)}=\sqrt{2}\,I_m A_e e^{j\theta}e^{j\omega t}$$

であり

(2) $A=A_e e^{j\theta}$, $|A|=A_e$, $\arg A=\theta$

とおくと

(3) $y(t)=\sqrt{2}\,I_m A\,e^{j\omega t}$

となる。従って(1)式は

(4) $y(t)=\sqrt{2}\,|A|\sin(\omega t+\arg A)$

と書ける。(2)式のAを(1)式$y(t)$の**複素表示**といい，$y(t)$をAの瞬時値という。

いま

$$y_1(t)=\sqrt{2}\,I_m A_1 e^{j\omega t},$$
$$y_2(t)=\sqrt{2}\,I_m A_2 e^{j\omega t}$$

とすると

$$y_1(t)+y_2(t)=\sqrt{2}\,I_m(A_1+A_2)e^{j\omega t}$$

となり(4)の表示を用いると

$$y_1(t)+y_2(t)=\sqrt{2}\,|A_1+A_2|\sin\{\omega t+\arg(A_1+A_2)\}$$

と表わせる。すなわち正弦波交流の和は複素数の和の計算になる。つぎに(3)式の両辺をtで微分すると

$$\frac{d}{dt}y(t)=\sqrt{2}\,I_m j\omega A\,e^{j\omega t}$$

となり$dy(t)/dt$の複素表示は

(5) $j\omega A=\omega A\,e^{j\frac{\pi}{2}}$

であり，瞬時値は

(6) $\dfrac{d}{dt}y(t)=\sqrt{2}\,\omega|A|\sin(\omega t+\arg A+\frac{1}{2}\pi)$

となる。(4)を微分しても同様に(6)が得られる。

さらに(3)式の両辺を t で積分すると

$$\int y(t)\,dt=\sqrt{2}\,I_m\frac{A}{j\omega}\,e^{j\omega t}$$

となり$\int y(t)\,dt$の積分表示は

(7) $\dfrac{A}{j\omega}=A\,\omega^{-1}e^{-j\frac{\pi}{2}}$

であり瞬時値は

(8) $\int y(t)\,dt=\sqrt{2}\,\dfrac{|A|}{\omega}\sin(\omega t+\arg A-\frac{\pi}{2})$

となる。(4)を積分しても同様に(8)が得られる。

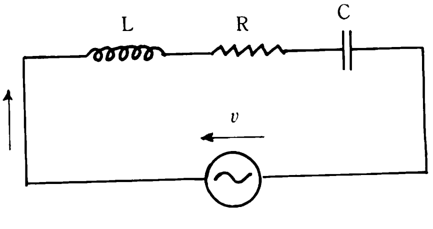
以上のことから例えば

(9) $\sqrt{2}\,A_{1e}\sin(\omega t+\theta_1)+\dfrac{d}{dt}\sqrt{2}\,A_{2e}$

$$\times\sin(\omega t+\theta_2)+\int\sqrt{2}\,A_{3e}\sin(\omega t+\theta_3)\,dt$$
$$=A_1+j\omega A_2+\frac{A_3}{j\omega}$$

と書き改められることになる。たゞしωが共通であることに注意を要す。

つぎに図－2のように自己インダクタンスL, 抵抗R, 容量C が直例に接続された回路において各部の電圧，電流がすべて正弦的に角周波数ωで変化しているとする。



図－2

いま電流をi, 時間をtとすると，L, R およびCによる電圧降下がそれぞれ

$$L\frac{di}{dt},\ Ri,\ \frac{1}{C}\int i\,dt$$

であるのでKirchhoffの第2法則から

(10)　$L\dfrac{di}{dt}+Ri+\dfrac{1}{C}\displaystyle\int idt=v(t)$

が得られる。こゝで$v(t)$は電源電圧である。いま$v(t)$は，電圧の実効値をE_eとするとき

(11)　$v(t)=\sqrt{2}\,E_e\sin(\omega t+\theta)$

で与えられるものとする。$v(t)$に対する電流$i(t)$を

(12)　$i(t)=\sqrt{2}\,A_e\sin(\omega t+\theta-\varphi)$

とおいたときA_eとφを定める問題を考えよう。(9)の結果を用いると(10)式は直ちに

(13)　$L\,j\omega A+RA+\dfrac{1}{C}\dfrac{1}{j\omega}A=E$

となる。こゝで

(14)　$E=E_e e^{j\theta}$，$|E|=E_e$，$\arg E=\theta$

である。(13)を

$$(j\omega L+R+\frac{1}{j\omega C})A=E$$

とし

(15)　$Z=R+j\omega L+\dfrac{1}{j\omega C}=R+j(\omega L-\dfrac{1}{\omega C})$

とおくとき

(16)　$ZA=E$，すなわち$A=\dfrac{E}{Z}$

となる。いま(4)式を参照にして

$$v(t)=\sqrt{2}\,|E|\sin(\omega t+\arg E)$$

とすると，(16)を用いて

(17)　$i(t)=\sqrt{2}\,\dfrac{|E|}{|Z|}\sin(\omega t+\arg E-\arg Z)$

となる。こゝで$|Z|$および$\arg Z$は(15)より

$$|Z|=\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}\ ,$$

$$\arg Z=\tan^{-1}\frac{\omega L-\dfrac{1}{\omega C}}{R}$$

である。結局(2),(14),(16)および(17)より

$$A_e=\frac{E_e}{|Z|}\ ,\quad \varphi=\arg Z$$

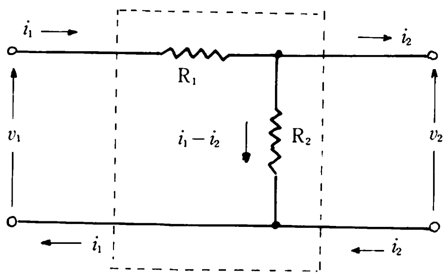
を得る。([19],[20],[21],[22],[18])。

この例題は第2学年の微分法の応用教材として用いる。従来は積分法を学習後の第2学年後半でなければこの例題は扱うことが出来なかったが，§3で述べたように，微積分の導入部分は第1学年で学習するものとすると，第2学年の早い時期の3角，指数・対数関数の微分を学習する段階でこの程度の教材は十分消化出来るであろう。

応用教材は随時，機をみて適切に用いることが肝要である。専門科目で遠い昔に学習し尽したものを，高学年の数学で拾い出して与えてみても学生の興味は半減しよう。というよりは，その時点までに既に数学と専門科目は異質で繋りないものであるとの感覚が育って了うようである。この意味からも，数学担当者間で当初来の課題であった「微積分の早期導入」([23],[24]等）は再考される必要があろう。

当題は交流回路の記号式解法として広く利用される。虚数という名のもつ違和感をなくしてその偉力を体得させる一方，数学と電気工学との結びつきを会得させる良例である。またこの例を通して，微積分演算が4則計算同様の親しみをもって抵抗なく扱い得るものとの感じを植えつけたい。

例題III－3. 抵抗R_1, R_2をもつ図－3のような4端子回路がある。左右の端子電圧がv_1およびv_2，そのとき流れる電流をそれぞれi_1, i_2とする。



図－3

電気回路における Kirchhoff の法則から

$$v_1=R_1 i_1+R_2(i_1-i_2),$$
$$v_2=R_2(i_1-i_2).$$

これを書きかえると

$$v_1=\frac{R_1+R_2}{R_2}\,v_2+R_1 i_2,$$

$$i_1=\frac{1}{R_2}\,v_2+i_2$$

であり，行列を用いると

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{R_1+R_2}{R_2} & R_1 \\ \dfrac{1}{R_2} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

となる。右辺の2行2列の行列は4端子回路の伝

達行列と呼ばれる。一般に4端子回路では

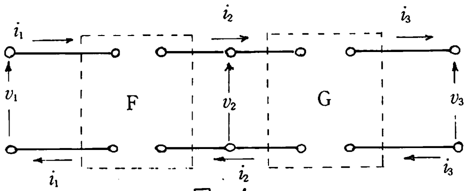
$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = F\begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix},$$

$$F=\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix}$$

と書ける。左からFの逆行列F^{-1}を掛けると

$$F^{-1}\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

が得られる。つぎに**図−4**のように4端子回路を直列に繋ぐ。



図−4

明らかに

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = F\begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_3 \\ i_3 \end{bmatrix} = G\begin{bmatrix} v_3 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

となり，従って

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_3 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

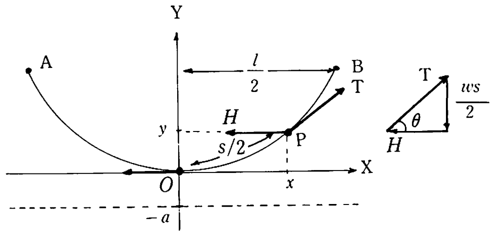
$$=FG\begin{bmatrix} v_3 \\ i_3 \end{bmatrix},$$

$$FG=\begin{bmatrix} f_{11}g_{11}+f_{12}g_{21} & f_{11}g_{12}+f_{12}g_{22} \\ f_{21}g_{11}+f_{22}g_{21} & f_{21}g_{12}+f_{22}g_{22} \end{bmatrix}$$

を得る。すなわち伝達行列は単にそれぞれの行列の積となっている。([25], [26], [20], [27])。

この例題は第2学年の行列の応用教材に用いる。行列は前稿 [5] で物理の例題としてブリッジの電流計算に用いておいた。その例に続いて当例題も扱うとよい。行列は交流理論や一般回路網に常用されているが数学的には簡単な内容である。数学で行列を扱う時点では，適当な応用例は少く，数学的思考にのみ終始している嫌いがある。「数学のための数学」の弊に落ち入らぬためにもこのような例題を用いるようにしたい。

例題Ⅲ−4. 電線が**図−5**　のように同一高さの2点A, Bに支持された場合を考える。



図−5

いま電線の単位長さの重量をw, 支点間の距離をlとし電線の$\overset{\frown}{OB}$部分で考える。$\overset{\frown}{OB}$上に1点$P(x, y)$をとる。$\overset{\frown}{OP}$の長さを$s/2$, P点における張力をT, その水平分力をHとする。電線の各点における水平分力は等しくO点では垂直分力がないからHがこの点の張力となる。

電線 $\overset{\frown}{OP}$に働く力は，水平力Hと電線の重量$ws/2$および支持点の張力Tの3者が**図−5**の右図のように釣合っているので

$$(1)\qquad \tan\theta=\frac{ws}{2H}=\frac{dy}{dx}$$

となる。また$\overset{\frown}{OP}$の長さは

$$(2)\qquad \frac{s}{2}=\int_o^x\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\ dx$$

であるから(1)を用いると

$$\frac{dy}{dx}=\frac{w}{H}\int_o^x\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\ dx.$$

両辺をxで微分すると

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{w}{H}\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

となる。$dy/dx=p$とおくと，変数分離形となり

$$\int\frac{w}{H}\,dx=\int\frac{dp}{\sqrt{1+p^2}}+c_1$$

より

$$(3)\qquad \frac{w}{H}x=\log(p+\sqrt{1+p^2})+c_1=\sinh^{-1}p+c_1$$

を得る。$x=0$のとき$dy/dx=p=0$であるから$c_1=0$。従って(3)式は

(4) $p=\dfrac{dy}{dx}=\sinh\dfrac{wx}{H}$

となり，結局

(5) $y=\int\sinh\dfrac{wx}{H}\,dx+c_2=\dfrac{H}{w}\cosh\dfrac{wx}{H}+c_2$

を得る。いま$x=0$のとき$y=0$とすると，$c_2=-H/w$ であるから，(5)式は

$$y=\frac{H}{w}\left(\cosh\frac{wx}{H}-1\right)$$

となる。こゝで$H/w=a$とおくと

$$y=a(\cosh\frac{x}{a}-1)=\frac{a}{2}(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}})-a$$

であり，原点を$(0,-a)$に移すと

(6) $y=\dfrac{a}{2}(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}})=a\cosh\dfrac{x}{a}$

を得る。(6)式が catenary 曲線といわれるものである。つぎに支点間の電線の全長を求めるのに，(2)式を用いて

$$s=2\int_0^{\frac{l}{2}}\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$$

を計算する。(4)より

$$\frac{dy}{dx}=\sinh\frac{wx}{H}=\sinh\frac{x}{a}$$

であるから

$$s=2\int_0^{\frac{l}{2}}\sqrt{1+\sinh^2\frac{x}{a}}\,dx=2\int_0^{\frac{l}{2}}\cosh\frac{x}{a}dx$$

$$=2a[\sinh\frac{x}{a}]_0^{\frac{l}{2}}=2a\sinh\frac{l}{2a},$$

すなわち

$$s=2\frac{H}{w}\sinh\frac{wl}{2H}$$

を得る。([28],[29])。

この例題は第3学年の積分法の応用または微分方程式入門時の教材に用いる。電気工学科学生はこの種の問題には余り関心を示さないようでありまた数学的には容易な内容でもあるが，解法に用いた双曲線関数の働きに注目したい。指数関数の結合により生ずる双曲線関数は数学学習上は，特に新らしい関数と見ることなく指数・3角関数の延長上で簡単に扱っている。双曲線関数は当例題のように架空線の弛度，張力，全長の計算等に使用されるだけでなく分布定数回路（通信線路，高周波線路等）の電圧，電流の計算や円柱状導体間の静電容量の計算等電気工学の学習上しばしば遭遇する点からも学生の注意を換起しておきたい。

例題III－5. 正弦波交流を時間 t の関数とみて実効値を用いて表わしたものを先の例題III－2 の(1)式に採用した。いま電流の最大値 A_m と実効値A_eとの間の関係$A_e=A_m/2$を求めよう。初期位相を0とすると電流は

(1) $y(t)=A_m\sin\omega t$

で表わされる。この電流の実効値は1周期における瞬時値の2乗の平均値の平方根で与えられるから周期をTとすると

$$A_e=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T y(t)^2dt.}$$

(1)式を代入して計算すると

$$A_e=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T A_m^2\sin^2\omega t\,dt}$$

$$=A_m\sqrt{\frac{1}{T}\cdot\frac{1}{2}\int_0^T(1-\cos2\omega t)dt}$$

$$=A_m\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{4\omega T}\sin2\omega T}$$

となる。こゝで$T=2\pi/\omega$ であるから根号内の2項目は消えて$A_e=A_m/\sqrt{2}$が得られる。従って

(2) $y(t)=\sqrt{2}A_e\sin\omega t$

となる。([21],[16])。

この例題は第3学年の積分法の応用教材に用いる。数学では関数の平均や，その加重平均としてとらえる重心等の学習時の具体例としては専ら図形のみを扱う。というよりは数学の指導に当っては，通常明解で美しい図形教材の中に閉じ込もり外へ出ることを好まない。その壁を破る一つの足掛りとして本例題を用いたい。

例題III－6. この§の最初の例題III－2の図－2の回路を再度考える。例題III－2の(10) 式において$v(t)=E_m\sin\omega t$とおく。ただしE_m は正弦波電圧の最大値とする。

(1) $L\dfrac{di}{dt}+Ri+\dfrac{1}{C}\int idt=E_m\sin\omega t.$

例題III－1では，複素表示による記号的解法を行ったが，こゝでは線形微分方程式の解法に従うことにする。

(1)を i で微分すると

(2) $L\dfrac{d^2i}{dt^2}+R\dfrac{di}{dt}+\dfrac{i}{C}=E_m\omega\cos\omega t$

となる。(2)の余関数を求めるために$1/(LC)=a^2$, $R/L=2b$とおき

$$\frac{d^2 i}{dt^2}+2b\frac{di}{dt}+a^2 i=0$$

の一般解を求める。補助方程式$\lambda^2+2b\lambda+a^2=0$より

$$\lambda_1=-b+\sqrt{b^2-a^2},\quad \lambda_2=-b-\sqrt{b^2-a^2}$$

であるから余関数i_cは

(3)　$i_c=c_1 e^{\lambda_1 t}+c_2 e^{\lambda_2 t}.$

つぎに特殊解i_pを求めるためにA, Bを定数として$A\cos\omega t+B\cos\omega t=i_p$を(2)に代入すると

$$\left\{(\frac{1}{c}-\omega^2 L)A+\omega RB\right\}\cos\omega t+\left\{-\omega RA+(\frac{1}{c}-\omega^2 L)B\right\}=E_m\,\omega\cos\omega t$$

となる。両辺の定数係数を比較して

$$\begin{cases}(\frac{1}{C}-\omega^2 L)A+\omega RB=E_m\omega \\ -\omega RA+(\frac{1}{C}-\omega^2 L)B=0\end{cases}$$

を得る。この連立方程式からA, Bを求める（行列式を用いる）と

$$A=-\frac{E_m(\omega L-\frac{1}{\omega C})}{(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2+R^2},$$

$$B=\frac{E_m R}{(\omega L-\frac{1}{\omega L})^2+R^2}$$

を得る。こゝで

(4)　$X=\omega L-\dfrac{1}{\omega C}$

とおくと　$A=-\dfrac{E_m X}{R^2+X^2}$，　$B=\dfrac{E_m R}{R^2+X^2}$

となり，結局(2)の一般解は

$$i=c_1 e^{\lambda_1 t}+c_2 e^{\lambda_2 t}-\frac{E_m X}{R^2+X^2}\cos\omega t+\frac{E_m R}{R^2+X^2}\sin\omega t$$

従って

(5)　$i=c_1 e^{\lambda_1 t}+c_2 e^{\lambda_2 t}+I_0\sin(\omega t-\varphi)$

を得る。こゝに

(6)　$I_0=\sqrt{A^2+B^2}=\dfrac{E_m}{\sqrt{R^2+X^2}},$

$$\varphi=\tan^{-1}\left(\frac{X}{R}\right)$$

である。(4)のXはリアクタンス，(6)の$\sqrt{R^2+X^2}$はインピーダンスと呼ばれる量である。([30], [31] [32], [28])。

この例題は第3学年の後半または第4学年初めの線形微分方程式の応用例として扱う。簡単な線形微分方程式の例としては前稿［5］の**例題5**に，容量Cを含まぬ電気回路を掲げて置いたが合せ用いるとよい。本題は何れの数学書にも良く引用されており，機械振動にもしばしば出てくる模範例題である。

この種の電気回路の計算ではLaplace変換を用いた方が簡便な場合が多い。Laplaceでは初期条件だけに注意するとよく，普通微分方程式を古典的方法で解くように一般解から特殊解を求めることや，非同次形の時に先ず同次方程式を解かねばならぬなどの手間を省ける。しかしLaplace変換の応用領域は線形微分方程式に限定しても，そのうちの一群にすぎない。また多少の演算熟練も必要とする。従って単なる数式演算でなく，微積分の系統立った学習によって段階を昇りつめる発展性のある従来の方法は捨て難いものがある。

以上の例題の外，電気工学の全領域にわたって用いられ，然も程度高い学修に向う程一層使用度の高くなるベクトル解析と，電気回路過渡現象論や自動制御理論に，盛んに使用されているLaplace変換，そしてひづみ波の調波分析に偉力を発揮するFourier級数・変換等も採り上げねば片手落ちとなろう。しかし本校では一般数学と応用数学を分離している現状では割愛せざるを得なかった。また使用した例題はIII－4以外は電気回路と電気磁気学の2科目に限られたのはこの2科目が電気工学全部門の基礎であることと，物理電気の流れから門外漢にも入り易いからである。

§4. おわりに

高専における数学教育のより効果的な指導を目指して前稿に引続き，電気工学科授業科目の内容を調べ，幾つかの応用教材を選ぶ作業を行った。そのために，この作業の間数学の外から数学を見直す機会を持つことが出来た。数学は工学の基礎であり柱であると誰もがいう。われわれも学生に向って数学は必須であり懸命に修得せよと云い続けて来た。しかし工学知識の皆無なわれわれは，工学での応用に全く触れることなく，専ら数学の

厳密性を強調する結果，専門科目で手軽に効果的に用いる数学とは異質であるとの感覚を植えつけて来たようである。数学とその応用の間に存在する大きな障壁を改めて知ることが出来た今，その壁を取り除くため更に一層の教材精選を続けねばならないと痛感している。しかし云うは易く行うは難い。この作業の間にあって，貴重な資料並に助言をいたゞいた本校電気工学教官各位のご好意に深く感謝を捧げる。

文　献

[1] 文部省：高等専門学校設置基準，文部省令第32号（昭和52年4月1日），第23号（昭和36年8月30日）.

[2] 文部省大学局技術教育課：高等専門学校教育課程の標準，昭和43年3月（1963）.

[3] 高等専門学校教育方法等改善調査会一般部会数学分科会報告：高専教育，創刊号(1978)，19－42.

[4] 菅原弘達，小野寺隆：工業高等専門学校における数学教育のあり方，苫小牧，13号（1978），131－140.

[5] 小野寺隆：高等専門学校における数学と他教科との関連，————，16号(1981)，155－166.

[6] ————：高等専門学校における数学と他教科との関連 II —機械工学科について—，————，17号（1982），115－125.

[7] 文部省：学術用語集電気工学編，電気学会（1979）.

[8] 日本数学会：岩波数学辞典(第2版)，岩波書店（1968），19－23.

[9] 土井政則：高専の教科に関する一私見—電気工学科における—，宇部，4号（1966），1－4.

[10] 藤田弘尚：高専における数学，大阪府立，1号（1968），73－80.

[11] 清水武夫：数学と電気磁気・交流理論・応用物理との関連性について，岐阜，3号（1968），106－109.

[12] 文部省：高等学校学習指導要領，昭和53年8月（1978）.

[13] ジョン・ペリー，武田楠雄訳：技術者のための微分積分学，東京図書，森北出版（1959）.

[14] 藤田広一：電磁気学ノート，コロナ社(1971).

[15] 二村忠元：電気磁気学，朝倉書店（1965）.

[16] 金原寿郎：基礎物理学下巻，裳華房（1964）.

[17] ————：電磁気学(1)：，————(1972).

[18] 山口昌一郎：基礎電磁気学，電気学会(1968).

[19] 木下隆博：電気数学 I，オーム社（1961）.

[20] 熊谷三郎他：電気回路(1)，オーム社（1968）。

[21] 小郷　寛：交流理論，電気学会（1966）。

[22] 片山愛介：電気用関数論，電気書院（1964）。

[23] 早野雅三：微分法の早期導入の方法，現代数学，昭和44年6，7号（1969）。

[24] 柴山正男：微積分早期指導の試みとその統計的検定の結果について，仙台，1号(1972)，129－139。

[25] 堀　素夫，阿部寛治：工業数学 I，共立出版（1977）。

[26] 森脇義雄，斎藤正男：電気回路，朝倉書店（1965）。

[27] Nodelman, Smith，小郷　寛訳：電子工学用数学，近代科学社（1960）。

[28] 矢野健太郎，石原　繁：解析概論，裳華房（1965）。

[29] 木下隆博：電気数学III，オーム社（1963）。

[30] C. R.ワイリー，富久泰明訳：工業数学上，ブレイン図書出版（1962）。

[31] 守田勝彦：工業応用数学，朝倉書店（1964）。

[32] E.クライツィグ，田島一郎他訳：常微分方程式，培風館（1970）。

(注) 文献中の地名は，それぞれの高等専門学校紀要の略称である。

(昭和57年11月30日受理)