

多重プログラミングシステムの待ち行列分析

—— 電子計算機利用実績の下に ——

林 雄 二*

Analysis for queing of multi-programming system
(Under the results of computer utilizations)

Yuji HAYASHI

要 旨

本校電子計算機室の利用実績を報告し、現実の JÖB 処理時間、せん孔機占有時間を下に、2つの領域での多重プログラミングシステムの待ち行列分析を行なう。さらに、領域を3個に増加した場合の待ち行列を、各領域における JÖB 処理時間を想定して分析する。

Synopsis

The results of computer utilizations at our Technical College are reported, and queing models for multi-programming system with two memory partitions are analized. Moreover queing models with three memory partitions are analized under the presupposition of each job proccssing time.

1. は じ め に

本校の教育用電子計算機室は、昭和 50 年開室以来 9 年間を経過している。その間、わずかの休校日を除いてはほとんど毎日、授業・実験・卒研・研究にと、休む間もなく稼動をつづけている。授業・実験等の多数の JÖB や、卒研等の大規模 JÖB、長時間 JÖB への対応を考えて、昭和 54 年度には、主記憶装置等の増設が行なわれ、多重プログラミング等により、実習の効率化がなされた。しかし、今なお、放課後には学生が大挙して電算室を訪ずれ、せん孔機の空き待ちや、電子計算機の出力待ちのために長い待ち行列を作っているのが実状である。

現在のシテムにおける多重プログラミングは、領域固定型であり、通常は 2 個の領域で JÖB を並行処理している。仮想記憶方式やダイナミック・リロケーション方式に比べれば、記憶領域の使用方法をユーザーが考慮しなければならない等の不

便さはあるが、現在の主記憶容量 (96 KB) では致し方ないといえよう。

以下では、昭和 56 年、57 年度における電子計算機の利用実績について報告し、さらに、現実のせん孔機使用時間や JÖB 処理時間のデータを基に、多重プログラミング下の実習について、また、領域数を変化させた場合の実習の効率について考察する。

2. 電算機利用実績

昭和 56 年、57 年度における電子計算機の利用実績及び運用状況が表 1、2、3 に示されている。昭和 54 年度の主記憶増設時には、JÖB 件数、Run Time、出力枚数、カード枚数、いずれにおいても大幅な増加がみられたが、以来、57 年度までは、ほとんど一定の利用実績となっている。これは、表 3 に見られるように、例えば昭和 56 年度の運転時間、運転日数から割り出すと、1 日平均 6、7 時間の運転時間であり、ほぼ限界に近い。すなわち、利用実績が一定状態になったのは、学生の

* 助教授 一般教科 (応用数学)

表1 昭和56年度電算室利用実績

区 分	学年	学 科 (科 目)	JOB件数	Run Time	出 力 枚 数	カ ー ド 枚 数
授 業 実 験	2	M (情 報 処 理)	4,196	63-31-09	10,948	36,100
		E (情 報 処 理 I)	1,462	21-35-43	3,536	14,500
	3	E (")	3,362	47-32-32	8,325	28,100
		C (情 報 処 理)	2,391	38-08-18	6,311	21,100
	4	M (実 験)	1,539	21-14-12	4,000	11,200
		E (情 報 処 理 II)	1,114	18-47-00	2,935	13,000
	5	D (情 報 処 理)	2,881	38-06-23	7,684	15,400
		C (情 報 演 習)	958	13-36-28	2,767	13,700
卒 研	5	M	1,880	54-09-52	7,761	} (注)
		E	2,258	110-23-01	12,010	
		C	1,477	55-56-25	11,491	
		D	5,152	179-58-32	18,175	
同 好 会			821	30-26-49	4,237	
教 職 員		M	796	134-14-16	10,913	29,900
		E	1,790	72-08-59	15,100	29,600
		C	2,385	233-20-07	27,547	28,900
		D	1,670	184-06-17	30,860	77,400
		I	10	11-52	42	300
電算室業務・事務処理			661	15-49-46	569	
授 業 (含 同 好 会) 合 計			17,185	271-44-22	46,743	141,900
卒 研 ・ 実 験 合 計			12,306	421-42-02	53,439	} 177,300
教職員(含業務・事務)合計			7,312	639-51-17	85,031	
総 合 計			36,803	1333-17-41	185,213	319,200

表2 昭和57年度電算室利用実績

区 分	学年	学 科 (科 目)	JOB件数	Run Time	出 力 枚 数	カ ー ド 枚 数
授 業 実 験	2	M (情 報 処 理)	4,619	60-27-00	11,063	31,900
		E (情 報 処 理Ⅰ)	4,149	57-37-10	9,395	33,500
	3	E (")	4,436	72-22-57	13,464	31,300
		C (情 報 処 理)	1,710	22-44-37	4,387	13,800
	4	M (実 験)	2,658	42-00-08	6,846	17,900
		E (情 報 処 理Ⅱ)	1,034	18-41-53	2,853	9,900
	5	D (情 報 処 理)	1,904	29-47-14	5,244	18,500
		C (情 報 処 理Ⅲ)	1,476	18-57-41	4,581	13,600
卒 研	5	M	1,461	56-12-06	10,128	} (注)
		E	2,943	92-30-53	22,703	
		C	1,521	66-33-01	13,522	
		D	3,695	135-34-21	28,349	
同 好 会			1,470	15-37-04	7,042	
教 職 員		M	862	26-44-49	3,720	22,500
		E	1,200	45-12-49	9,313	30,200
		C	2,288	235-12-34	23,386	26,600
		D	1,822	336-45-16	19,248	62,700
電 算 室 業 務 ・ 事 務 処 理			618	37-23-36	351	
授 業 (含 同 好 会) 合 計			20,798	296-15-36	58,029	152,500
卒 研 ・ 実 験 合 計			12,278	392-51-29	81,548	} 159,900
教 職 員 (含 業 務 ・ 事 務) 合 計			6,790	681-19-04	56,018	
総 合 計			39,866	1370-26-09	195,595	312,400

注) 卒研のパンチカード枚数は、教職員に含まれる。

表3 昭和56年度、57年度運用実績

	昭和56年度		昭和57年度	
運 転 日 数	323日		318日	
休 止 日 数	42日		47日	
運 転 時 間	2,481時間00分		2,383時間52分	
使用時間	2,265	25	2,096	55
保守時間	30	25	24	40
故障時間	9	10	10	00
その他時間	276	00	252	17
依頼パンチ枚数	14,100枚		11,950枚	

利用について、これ以上の処理を行なう時間がない結果といえる。

学生が利用可能な時間内に、さらに処理件数を多くするには、電子計算機の機能アップを行なう道があるのみである。せん孔機の台数 11 台は多いとはいえないが、授業による実習時間や、午後の入出力オープン処理時間においては、せん孔機の待ち時間より、むしろ、電子計算機の出力待ちのための待ち行列が長くできてしまう現状である。

3. 多重プログラミングの待ち行列モデル

本校では、電子計算機稼動時は、領域 1・2 の 2 つの主記憶領域によって、JÖB の多重処理を行

なうのが原則となっている。領域 1 は 24 KB で小 JÖB、領域 2 は 42 KB で比較的大きな JÖB が対象であり、午後の入出力 OPEN 処理時間帯(特に、15：00～16：30)では、授業・実験 JÖB は主に領域 1 で、卒研 JÖB は主に領域 2 を利用している。授業や卒研での利用が多くなるのは後期で、定期試験中を除けば、15 時～16 時半の時間帯には、常時 20 人、多い時は、35 人前後の学生が、パンチ室、Computer 室に居る。この時間帯では、領域 1・2 共にほとんど待ち行列が絶えず、どちらも遊びがない状態が続くが、時には、一方の領域に片寄り、もう一方が比較的余裕がある状態も生ずる。これは領域固定型の多重プログラミングシステムの不都合な面であり、利用者は、2 つの領域のいずれかを選択しなければならないのにもかかわらず、どちらの領域の方が待ち状態が少なくすむかを、ほとんど知るすべがないためといえる。

領域 1・2、それぞれの利用学生数によって、電子計算機出力待ちの行列、待ち時間がどのように変わるか、学生の領域 1・2 利用率がどのようなときに、最も全体として効率的に働いているといえるかを検討し、さらに、領域を 3 個にした場合には、待ち行列や待ち時間にどのように影響するかを、待ち行列モデルによって分析する。

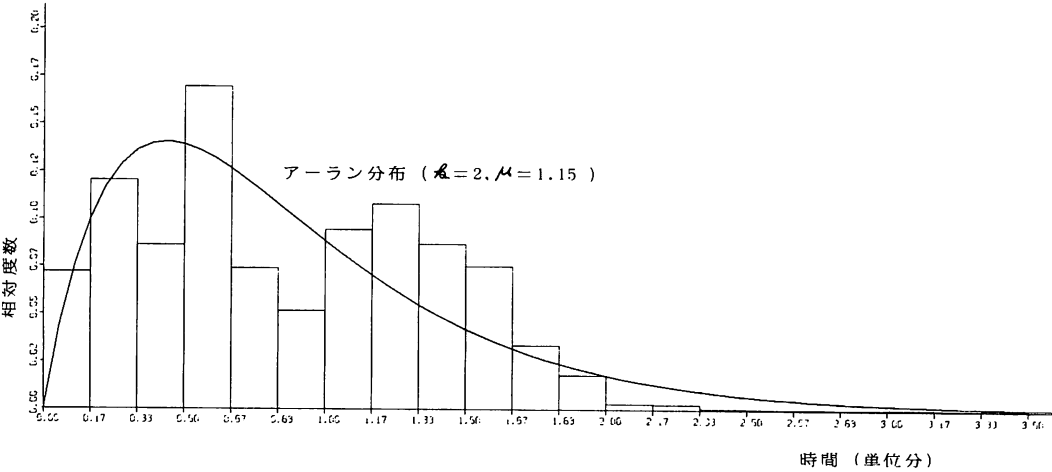


図1 領域1のJÖB処理時間分布

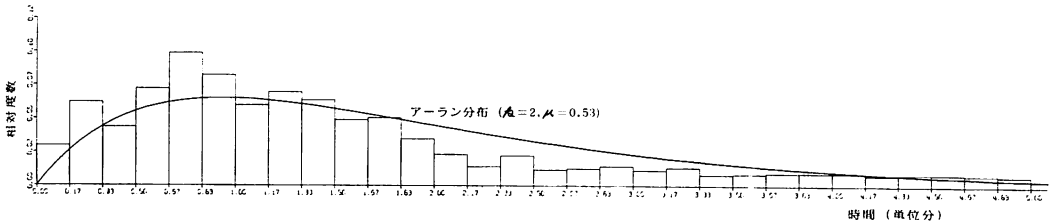


図2 領域2のJÖB処理時間分布

I) モデル

常時 30 名の学生がパンチ室及び Computer 室に居り、パンチ室で JÖB (カードデッキ) を作成した学生は、Computer 室へ入り、JÖB をカード読取装置から入力させ、ラインプリンタの出力結果を得て再びパンチ室へ入る、とする。実際には、出力結果によってデバックを行なった後カードパンチを行なうが、本モデルでは単純化し、すぐにカードせん孔機に向かうものとする。カードせん孔機は現在 11 台であるが、Computer の領域毎の待ち行列分析を主目的とするため、本モデルでは、せん孔機台数は学生の人数と同数 (30 台) とする。即ち、せん孔機の待ち時間は 0 である。

せん孔機占有時間の調査 (昭和 54 年 11 月) によると、1 人平均占有時間 10.28 分であり、その分布をアーラン分布に仮定し、最小自乗法で次数 k を決定すると、 $k = 1$ 即ち、指数分布であった。本モデルでは、せん孔機占有時間の確率分布として、以下の確率密度関数をもつ指数分布 ($\lambda = 1/10.28$) を採用する。

$$g(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

領域 1・2 両方が運転されている状態に於て、それぞれの領域における JÖB の平均処理時間は、昭和 57 年 11 月の調査によると、

$$\text{領域 1} \quad 0.87 \text{ 分 } (= 1/\mu_1)$$

$$\text{領域 2} \quad 1.88 \text{ 分 } (= 1/\mu_2)$$

であった。これらのヒストグラムは図-1, 2 に示されている。再びアーラン分布を仮定して、最小自乗法により次数 k を決定すると、いずれも $k = 2$ であった。従って、本モデルでは、領域 i ($i = 1, 2$) の JÖB 処理時間の確率分布として、以下の確率密度関数をもつアーラン分布を採用する。

$$g(x) = \frac{(\mu_i k)^k x^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\mu_i k x} \quad (k = 2 : i = 1, 2)$$

また、学生は 1 JÖB/人で、各 JÖB の実行領域は固定されており、実習中に変更することはないものとする。実習は 30 名の学生で行ない、外部から入ってくる学生もなく、途中で抜けていく学生もない状態を仮定する。

II) 平衡状態

以下の説明において使用する記号

P_{ij}^i : Computer 室に、領域 i 利用者 (入力キュー及び実行中) が j 人いる確率

m : 実習を行なっている学生数 ($m = 30$)

l_i : 領域 i 利用学生数 ($l_1 + l_2 = m$)

λ : 平均せん孔機使用時間の逆数。本モデルでは、 $1/\lambda = 10.28$ とする。

μ_i : 領域 i の 1 JÖB 当り平均 JÖB 処理時間。本モデルでは、

$$1/\mu_1 = 0.87$$

$$1/\mu_2 = 1.88 \quad \text{とする。}$$

p_{ij}^i : JÖB 処理時間分布を、 k 次 ($k = 2$) のアーラン分布としたため、JÖB 処理は k 個の連続した指数分布 (パラメタ $k\mu_i$) に従うサービスと考える。このため、

$$p_{i\alpha, \beta}^i \quad (\alpha = 0, 1, \dots, l_i - 1 : \beta = 1, \dots, k)$$

によって、領域 i 利用学生が Computer 室に α 人いて、先頭の者が $k - \beta$ 番目の仮想サービス窓口にいる確率を表わす。ただし、 $p_0^i = P_0^i$ とする。

Q_j : Computer 室に j 人いる確率

領域 1, 2 は独立に JÖB 処理を行なうものとみなし、領域 i ($i = 1, 2$) における平衡状態の各確率を求める。

$$p_0^i = \left(\frac{l_i \lambda}{k \mu_i} \right) p_0^i$$

$k \geq j \geq 2$ に対し

$$p_j^i = \left(\frac{l_i \lambda}{k \mu_i} + 1 \right) p_{j-1}^i$$

$(l_i - 1) k \geq j > k$ に対し

$$p_j^i = \frac{1}{k \mu_i} \left[\left\{ (l_i - s) \lambda + k \mu_i \right\} p_{j-1}^i - (l_i - s + 1) \lambda p_{j-k-1}^i \right]$$

(ただし、 $j = sk - l : l = 0, 1, \dots, k-1$ とする)

$mk > j > (l_i - 1) k$ に対し

$$p_j^i = \frac{1}{k \mu_i} (k \mu_i p_{j-1}^i - \lambda p_{j-k-1}^i)$$

$$p_{l_i k}^i = \frac{\lambda}{k \mu_i} p_{l_i k - n k}^i$$

上で求まる各 p_j^i より、

$$P_j^i = \sum_{s=0}^{k-1} p_{j-sk}^i \quad (j = 0, 1, \dots, l_i)$$

が定まる。これを用いて、以下の値が求まる。

$$Q_j = \sum_{i=1}^2 P_i^i P_s^s \quad (j = 0, 1, \dots, m)$$

Computer の平均待ち行列

$$L^i = \sum_{j=2}^{l_i} (j-1) P_j^i \quad (\text{領域別})$$

$$L = L^1 + L^2 \quad (\text{全体})$$

Computer の平均実行待ち時間

$$W^i = L^i / \{(l_i - L^i) \lambda\} \quad (\text{領域別})$$

$$W = (l_1 W^1 + l_2 W^2) / m \quad (\text{全体})$$

領域 1 利用学生の人数 20, 21, ..., 26, 27 (従って, 領域 2 利用学生は 10, 9, ..., 4, 3) についての上記各数値が表 4 に示されている。

表 4 2 個の領域での結果

ℓ_1	ℓ_2	L^1	L^2	L	W^1	W^2	W
27	3	13.70	0.47	14.17	11.53	3.17	10.67
26	4	12.72	1.00	13.72	10.59	5.15	9.86
25	5	11.71	1.60	13.31	9.84	6.83	9.34
24	6	10.79	2.18	12.97	9.07	7.92	8.84
23	7	9.87	2.72	12.59	8.37	8.50	8.40
22	8	9.03	3.22	12.25	7.76	8.76	8.03
21	9	8.28	3.71	11.99	7.27	8.89	7.76
20	10	7.65	4.22	11.87	6.92	7.07	6.97

各領域とも, 利用学生数が増加すれば, それぞれの領域での実行待ちの行列 (L^i), 待ち時間 (W^i) とともに増加する当然の結果が得られている。相対的に, 領域 1 利用学生数が増加すると, 全体としての待ち行列 (L), 待ち時間 (W) が増加する傾向を示している。各領域の JÖB 処理時間が平均 $1/\mu_1$, $1/\mu_2$ のアーラン分布の下では, 領域 1 の学生数 20 人 (領域 2 の学生数 10 人) 以上は相対的に多く, 領域 2 に比べてより長い待ち行列が生じてしまうことを示していると思われる。領域 1 の待ち行列緩和のために, 領域 1 と同程度の小 JÖB を処理する領域を 1 個追加した場合について以下で考察する。

50 件の JÖB (領域 1 用 JÖB 25 件, 領域 2 用 JÖB 25 件) について, 単独の領域で実行させた場合の Runtime 合計 T_s と, 2 領域で並行処理を行なった場合の Runtime 合計 T_w は以下のとおりであった。

$$T_s = 3271.2 \text{ 分}$$

$$T_w = 6022.3 \text{ 分}$$

このことから,

$$T_i = T_s \{1 + (T_w / T_s - 1) \times 2\} = 2.68 T_s$$

を, 領域 3 個にして並行処理を行なった場合の Runtime 合計とみなす。この 3 番目の領域を, 利用者の多い領域 1 と同様の利用範囲に割り当てる。即ち, 今まで領域 1 を利用していた JÖB は領域 1, 3 のいずれを利用してよいこととし, 領域 2 の JÖB は今まで通りとする。3 個の領域で並行処理した場合の領域 1, 3 の平均 JÖB 処理時間

は,

$$(1/\mu_1) \cdot (T_s / T_w) \cdot 2.68 \cdot 2 = 0.63 \quad \text{—(1)}$$

領域 2 の平均 JÖB 処理時間は,

$$(1/\mu_2) \cdot (T_s / T_w) \cdot 2.68 = 2.74 \quad \text{—(2)}$$

となることが予想される。いずれも $k=2$ のアーラン分布とし, 前と同様に分折した結果を表 5 に示す。

表 5 3 個の領域での結果

ℓ_1	ℓ_2	L^1	L^2	L	W^1	W^2	W
27	3	9.94	0.62	10.57	6.36	4.69	6.19
26	4	9.30	1.28	10.58	6.09	7.69	6.30
25	5	8.77	1.89	10.66	5.92	9.24	6.47
24	6	8.34	2.46	10.80	5.85	9.95	6.67
23	7	7.99	3.00	10.99	5.87	10.30	6.90
22	8	7.70	3.57	11.27	5.95	10.71	7.22
21	9	7.43	4.21	11.64	6.07	11.40	7.67
20	10	7.15	4.97	12.12	6.21	12.73	8.38

注) ℓ_1 , L^1 , W^1 はいずれも領域 1, 3 についての数値

平均待ち行列及び平均実行待ち時間, いずれについても, 3 個の領域で行なった方が大部分良い結果を示しているが, 領域 2 利用者が 10 人 (領域 1, 3 利用者 20 人) と多い場合には, 待ち行列 L , 待ち時間 W 共にかえって悪い結果になっている。これは, せっかく新設した領域 3 を利用する学生数があまり多くなければ新設の効果なく, かえって領域 2 の処理スピードが落ちることによる影響が大きく出てきているといえよう。

III) 考察

現状では, 授業の実習時間を除けば, 放課後 15:00~16:30 の時間帯が最も混雑し, 30 名前後の学生が詰めかけることが多々ある。その場合の, 授業と卒研の学生数比は, 3:27~10:20 の範囲内にある。表 4 の結果では, その範囲内において, 平均待ち行列 L は 11.87~14.17, 平均待ち時間 W は 6.97~10.67 と, 現実をよく表わすものになっている。卒研学生の比率が大きくなるほど平均待ち行列, 平均待ち時間が減少する結果は, 現状では, 授業 JÖB の学生数に対して相対的に JÖB 処理スピードが遅いことを示しており, 領域 1 と同様の小 JÖB を処理する領域を設けることによって, システム全体のスループットを向上させられることを示している。

さらに, 第 3 の領域を仮定し, 式(1), (2)によって各領域の JÖB 処理時間を割り出した下での結果は, 平均待ち行列, 平均待ち時間について, 2

個の領域における結果と逆の傾向が現われた。即ち、卒研学生の比率が大きくなるほどこれらの数値は増加傾向を示し、卒研 J $\bar{O}$ B の処理スピードが相対的に遅いという結果になった。しかし全体としてのスループットは十分に向上していることが示されている。例えば、卒研、授業学生比が 5 : 25 については、表 4、表 5 を比較すれば、平均待ち行列 L で 2.65、平均待ち時間 W で 2.87 の減少になっている。

4. お わ り に

実績に基づいた各パラメタの下に、2 個の領域での待ち行列分析を行ない、かなり現実を反映する結果が得られた。さらに、3 個の領域を設定した場合について、各領域の処理時間を予想し同様の分析を行なった。その結果、スループットの向上や待ち行列の和はもちろん、各領域の J $\bar{O}$ B 数比による待ち行列、待ち時間への影響も示された。これらの分析モデルは、実習学生数を固定した循

環モデルとしたこと、せん孔機台数を最大数に仮定したこと等、単純化を行なったものであり、これらの影響が少なからぬことを附記しておかなければならない。

第 2 章の実績報告の裏には、日頃から電算室運営に御協力いただいている本校教職員の方々があることを記して感謝の意を表わす。また、資料整理に御協力いただいた電子計算機室山内幸子さんに感謝する。

参 考 文 献

- (1) 今田：電子計算機室における運用と管理についての検討 苫高専紀要第 13 号 (1978)
- (2) 林：電子計算機の利用効率についての考察 苫高専紀要第 15 号 (1980)
- (3) 金野：理由コードによるエラーについての考察 苫高専紀要第 18 号 (1983)
- (4) 森村、大前：応用待ち行列理論、日科技連
(昭和 58 年 12 月 5 日)