高等専門学校における数学と他教科との関連 IV
—— 工業化学科について ——

小野寺　隆*

The Relation between Mathematics and other Curriculums in the Technical College, IV.
—— with Industrial Chemistry Curriculums ——

Takashi ONODERA

要　旨

前稿［7］**に引続き，高等専門学校における数学と他教科との関連を考察し，今回は工業化学科科目の中から数学教材に適切であると思われるものを捜しだすことを行ってみる。

Synopsis

As a continuation of the last paper, we have paid attention to the relations between mathematics and other curriculums in the Technical College, and we have looked up some examples for mathematics in industrial chemistry curriculums.

§1．工業化学科の授業科目

高等専門学校（以下「高専」と略記する。）の工業化学科（化学工学科をも含む。以下同様。）の授業科目のうち，実験を除いて第4学年までに配当されているものの状況を全国的に調べたのが**表1**である。

資料としては全国高専の昭和58年度学校要覧（工業化学科設置28校中資料入手25校）を用いた。科目名とその配列は昭和51年改正の高等専門学校設置基準［1］による。表中A項は［1］に示された「基本的な授業科目」，B項はそれ以外の科目であり，第4学年までに5校以上で採用されているもののみ掲げた。

表1の示すように工業化学科の第1学年においては工業化学製図以外の専門科目（実験を除く。）

表1　工業化学科授業科目（第1～4学年）

科目		学年別配当（校数） 1	2	3	4	（5）	備考
A	応用物理			25	24		
	情報処理	4	5	12	11	（5）	計算機概論を含む
	無機化学		22	20	3		
	有機化学		19	24	8		
	物理化学		1	24	25	（4）	
	分析化学	1	24	4			
	化学工学		2	14	25	（21）	基礎化学工学・概論を含む
	工業化学総論	1		2	7	（18）	化学工学通論・概論を含む
	無機工業化学			2	21	（5）	
	有機工業化学			1	20	（16）	
	工業化学製図	24	16	2	1	（6）	図学を含む
B	材料工学		1	1	6	（15）	材料力学，工業材料を含む
	機械工学概論			9	13	（11）	
	電気工学概論			6	17	（9）	
	機器分析			3	15	（7）	
	熱力学		1		5	（6）	工業熱力学を含む
	工業外国語		1	4	10	（6）	工業英語を含む

（注）同一科目を2ヶ学年以上に連続しているのもあり，数字は延数である。第5学年分は（　）で掲げておく。

*　教授　一般教科数学

**　［　］の中の番号は論文末の文献参照番号を示す。

は殆んどない。たゞし一般科目の化学が他専門学科より多く，3～5単位配置されている。

第2学年になって無機化学，有機化学，分析化学の基礎専門科目が入り，第3学年に至り物理化学や化学工学等が加わるのが一般的傾向である。

こゝで特筆せねばならないことは情報処理が基本的な授業科目の一つとなり全高専で実施され，しかも低学年に移行の傾向にあるということである。高専設置基準改正直後の昭和52年度には，入手資料20校中情報処理実施校が12校であったことを思う時この変遷は無視出来ないであろう。さらに付言すると本校の昭和58年度の求人社数は，化学系と他種企業との比率は27：73である（11月10日現在)。もっとも就職内定先は逆に64：26となっているとはいえ企業業種の壁を越えて進路を選択する傾向が強まって来たことは見逃せない。

従って専門領域にのみ閉じ込もることなく，専門，一般を問わず基礎学力の養成と，巾広い応用力の涵養に意を致さねばならないことを力説したい。

§2．数学と工業化学科科目との間

さきに高専の専門科目で採用されている教科書を調べた([4])。本校で現在使用中の教科書とそれとを比較してみても大きな異同はなく，採用教科書の大半が高専・大学用に編集されたものである。高等学校工業科用の検定教科書は製図，機械工学概論，電気工学概論以外には殆んど見当らない。すなわち工業高等学校と同年代の高専の低学年生が直ちに高専・大学用の教科書で学んでいるのである。しかし工業化学科の低学年においては他専門学科のように，数学に対する性急な要求は見られず専門科目と数学との連繫を絶えず意識せずともよく，第3・4学年に焦点を合せて教材の配置を考える余裕が持てることは幸である。

工業化学科授業科目（実験，卒研を除く。）について本校使用教科書とその関連専門書とを調べて数学内容を項目別に分類したのが**表2**である。項目名は岩波数学辞典［8］の部門別項目表に，科目名とその配列とは新旧の高専設置基準［1］に従った。

表2の作成を通じてつぎのことが解る。

(1)　複素数の使用度は低く，関数論は応用物理以外に見当らない。

(2)　Euclid幾何は円，3角形，多角形等の標準形に関する簡単なもののみである。

(3)　行列もベクトルも余り用いられていない。行列式は連立1次方程式の解法に利用される程度である。

(4)　数学教材として好適な円錐曲線や極座標などは殆んど見受けない。

(5)　対数・指数関数は工業化学科の全科目に亘り至るところで活躍しており，最も重要な項目といって過言でない。

(6)　解析学（微分・積分学）は1・2の科目を除いては全般的に使用されている。

(7)　関数方程式（常微分・偏微分方程式等）は良く用いられているが，2階までの簡単な線形微分方程式であり，Laplace変換等用いるまでもない。

(8)　Fourier・Laplace変換は第5学年で自動制御（**表2**には掲げていない。）に用いられる程度である。

(9)　確率統計は情報処理と化学工学には欠かせない。

なお1・2付言すると，エネルギーや物質の移動に関係ある性質の研究にベクトルを含む方程式があらわれ始めているという注意がある（[15])。また鐸木啓三の指摘［12］するように，工業化学科の多くの科目は原子や分子を対象とする離散的なものを扱うことから従来は余り数学的な取扱いはされなかったようであるが，電算機の利用等によって離散的なデータの処理が盛んに行われ始め，今後は確率統計の利用も増大すると思われる。更に複雑な平衡問題の解法にも計算機の利用が重要視されている［22］との報告も見逃せない。

以上のように工業化学科においても他専門学科と同様にに数学は利用されており更に一層活用される動向にある。かつては工業化学系の学科では，数学は必ずしも必要でないと考えられて来た（[11]，[13]，[14] 等)。そしてわれわれも何時の間にかそのような先入観で対処し，教室へも自然にその雰囲気を持込んだ恐れなしとしない。高専教育研究集会の工業化学部会［2］においても工業化学科学生の数学特に計算力の弱さを強く指摘されその点の教育強化が呼ばれている。

表2 工業化学科科目数学内容一覧

	科目	応用物理	情報処理	無機化学	有機化学	物理化学	分析化学	化学工学	無機工業化学	有機工業化学	工業化学製図	材料工学	機械工学概論	電気工学概論	機器分析	熱力学	一般化学
A 集合・論理	記号論理		○														
	集合																
	実数	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	複素数	○	○									○		○			
	Boole 代数		○														
B 代数・幾何	代数方程式	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	行列式		○					○						○			
	行列		○			○		○						○			
	ベクトル	○	○			○						○	○	○			
	Eucljd 幾何学	○	○	○	○				○		○	○	○	○			○
	円錐曲線	○									○	○					
	2次曲面										○	○					
	座標（極・円柱等）	○				○											
C 解析学	指数・対数・双曲線関数	○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○
	3角・逆3角関数	○	○			○		○	○		○	○	○	○	○		
	微分法	○	○			○	○	○	○			○	○	○	○	○	○
	偏導関数	○	○			○		○				○			○	○	
	積分法	○	○			○		○	○			○	○	○	○	○	
	重積分	○															
	線・面積分	○															
	Fourier 級数・変換																
	Laplace 変換																
D	正則関数	○															
	等角写像																
E	常微分方程式	○	○			○		○				○		○	○	○	
	偏微分方程式	○				○						○			○	○	
	楕円・双曲・放物型偏微分方程式	○															
F	Γ・Bessel 関数，多項式近似等		○					○									
G	確率分布・過程		○					○									
	Markov 連鎖・過程																
	統計量・多変量解析等		○			○		○									

（注）表中部門別記号のDは「関数論」、Eは「関数方程式」、Fは「殊殊関数・数値解析」、Gは「確率統計」である。

§3．数学の授業内容の一考察

前節の通り工業化学科の授業科目の組成と内容とを考察して来るとき現行数学の教育課程を再考の必要がある。本校の数学科の授業項目に他教科との関連を考慮して多少修正を加えたものを［5］に示しておいたが，こゝで更に工業化学科向に再考したものを**表**3に掲げる。

項目の呼称は［3］の教育課程編成のための基礎資料に準ずる。なお本校では昭和58年度から数学の科目名を細分化したが，全体の内容は変らず取扱上も従来のA・B2系列で行っている。

表3の授業項目の全般的な指導上の留意点は［4］に詳細に列挙して置いた。更に電気工学科で考慮せねばならない点を前稿［7］に示した。従ってこゝでは工業化学科向に変更した部分についてのみ述べる。

(イ) A系列では

$1_{(4)}$ の対数は特に入念な指導が必要である。対数の性質，式の変形等に習熟させることは勿論だが，近年電卓の急速な普及のために無視され勝な本来の数値計算，対数表の活用そして対数目盛などもきちんと指導せねばならない。

$1_{(5)}$ の3角関数はB系列の $1_{(2)}$ に続く部分で

表3 数学授業項目（応用数学を含む）

学年	A系列 項目	単位数	B系列 項目	単位数
1	(1) 数と式		(1) 集合と論理	
	(2) 方程式と不等式		(2) 3角比	
	(3) 関数とグラフ		(3) ベクトル	
	(4) 指数関数と対数関数		(4) 平面の図形	
	(5) 3角関数		(5) 順列と組合せ	
	(6) 数列と級数	4		2
2	(1) 微分法		(1) 空間の図形	
	(2) 微分法の応用		(2) 行列と行列式	
	(3) 積分法			
	(4) 積分法の応用	4		2
3	(1) 2変数の関数の微分積分		(1) 確率・統計	
	イ）偏微分		(2) ベクトル解析	
	ロ）2重積分			
	(2) 微分方程式（その1）	4		2
4	(1) 微分方程式（その2）（含偏微分方程式）		(1) フーリエ級数	
			(2) ラプラス変換	
	(2) 複素変数の関数		(3) 数値計算	
		2	(4) 特殊関数	2
計		14		8

ある。

2は従来の進め方でよい。電気工学科では微積分の早期導入の必要性から高等学校の基礎解析程度の内容を第1学年に下すようにしたが，工業化学科では特にその必要はない。しかし将来は微積分を2段階に分ける方向を取るべきであろう。

3(1) では図形への応用を深追いすることなく基礎的事項に留めたい。

4(2) は所謂関数論などをやるのでなく数学教育の終章として数学の総復習的内容を盛り込むように配慮すべきであろう。特に実験馴れした学生達に帰納的思考のみでなく演繹的思考の重要さとそして楽しさをも感得させる好材料として扱いたい。

(ロ) B系列では

1(2) の3角比は中学校で欠いている項目であるのに，入学後は直ちに各科目で使用されることから最初に置かねばならない。たゞし［5］では3角関数として一括したが，入学早々では多少無理があるので前記のように3角比に続く部分はA系列の1(5) で扱うようにする。

3(1) 以降は応用数学関係であるが特に近年化学の研究対象と密接になって来た分野である。その項目，内容ともに工業化学科科目担当者と連係を取りつゝ弾力的に扱うよう心掛けることが肝要であろう。

つぎに前稿［5］，［6］，［7］からの継続として工業化学科科目の中から数学教材に適当なものを選び出してみる。

§4．例　題

例題取扱上の留意点は前稿［7］に述べた通りである。なお一般教科の化学に係る例題を［5］に示して置いたが，それと合せても厳選した例題を各学年毎通年2・3題程度とし，それに十分時間をかけて丁寧に扱うことが大切である。

例題 IV－1　水溶液中で弱電解質ABは

$$AB \rightleftharpoons A^+ + B^-$$

の電離平衡が成立する。このとき［］で濃度(mol/l) を表わすと質量作用の法則を適用して

$$\frac{[A^+][B^-]}{[AB]} = K \quad (1)$$

が得られる。この平衡定数Kを特に電離定数という。酢酸 CH_3COOH は18℃で$K=1.75\times10^{-5}$である。

イオンに解離した電解質の量と，初めにあった電解質の全量との比を電離度という。

いま酢酸0.05 mol/l の水溶液の電離度を α とすると

$$\underset{0.05(1-\alpha)}{CH_3COOH} \rightleftarrows \underset{0.05\alpha}{CH_3COO^-} + \underset{0.05\alpha}{H^-}$$

の平衡が成立する。(1)式を用いると

$$\frac{0.05\alpha \times 0.05\alpha}{0.05(1-\alpha)} = 1.75 \times 10^{-5}$$

こゝで α は微小であるので $1/(1-\alpha)=1+\alpha+\alpha^2+\cdots$ であるから

$$0.05\,\alpha^2(1+\alpha+\alpha^2+\cdots)=1.75\times10^{-5}$$

となるが α の3次以上の項を捨てて

$$\alpha=\sqrt{3.5\times10^{-4}}=1.87\times10^{-2}$$

を得る。つぎにこの溶液中の水素イオン濃度$[H^+]$は

$$[H^+]=0.05\times1.87\times10^{-2}=9.35\times10^{-4}$$

となり，さらに

$$pH=-\log_{10}(9.35\times10^{-4})=-\log_{10}9.35+4=3.03$$

を得る（[20]，[19]，[16]，[27]，[29]）。

話は変るが，つぎのポァソンの法則に係る問題を考えてみよう。一定量の理想気体を断熱的に変化させたとき圧力 p と容積 v との間に

(2)　$p\,v^\gamma=\text{const}$

の関係がある。こゝで γ は比熱比といわれ分子構造により定まる定数である。1原子分子では1.67，2原子分子では1.40に近い値である。

いま25℃で100 atmの N_2 か Ar の気体を断熱膨張させ10 atmにしたら－119℃に下った。膨張前後におけるこの気体の圧力，容積，温度をそれぞれ p_1，v_1，T_1 および p_2，v_2，T_2 とすると(2)より

$$p_1\,v_1^\gamma=p_2\,v_2^\gamma$$

であるから，ボイルーシャルルの法則 $p_1v_1/T_1=p_2\times v_2/T_2$ を用いると

$$T_2^\gamma p_1^{\gamma-1}=T_1^\gamma p_2^{\gamma-1}$$

となり，従って

(3)　$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}=\frac{T_1}{T_2}$$

を得る。(3)にそれぞれの値を代入すると

$$\left(\frac{100}{10}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}=\frac{25+273}{-119+273}$$

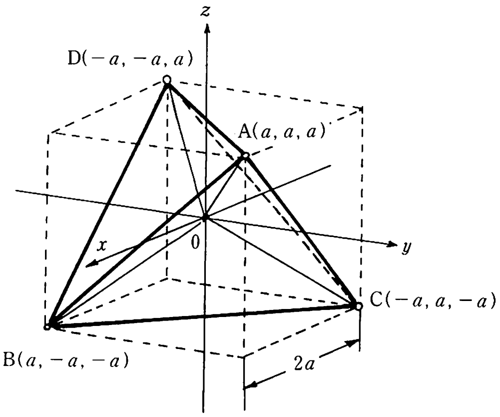
となり両辺の常用対数をとると

$$\frac{\gamma-1}{\gamma}\log_{10}10=\log_{10}298-\log 154$$

となり，計算しえ $\gamma=1.40$ を得る（[10]，[16]，[20]）。

この例題は第1学年の対数の応用教材に用いる。pHについては既に[5]の例題1で触れて置いたので合せ用いることにする。電離度を求める時に用いた2項展開やポァソンの法則は1年では未学習であるが，この程度の説明で納得させ得るであろう。この例題で力説したいことは工業化学科の各科目では指数・対数関数が頻繁に用いられ，ミクロおよびマクロの数値計算に抵抗なく日常茶飯時に行なえ得るようにならねばならぬということである。

例題　IV－2　メタン CH_4 の炭素原子Cに結合している4個の水素原子HはCを中心とする正4面体の各頂点に位置している（[13]）。



図－1

いま図－1のように座標軸をとり，C原子を原点に置くとH原子は立方体の4個の頂点にくる。

立方体の一辺の長さを $2a$ とすると，4個のHの位置するA，B，C，Dの座標はそれぞれ

$A(a,\ a,\ a)$，　$B(a,-a,-a)$，
$C(-a,\ a,-a)$，　$D(-a,-a,\ a)$

となる。$OA=r$ とすると

$$r=\sqrt{a^2+a^2+a^2}=\sqrt{3}\,a$$

であり，ベクトル $\overrightarrow{OA}$ の方向余弦は直ちに

$$(l_A,\ m_A,\ n_A)=\left(\frac{a}{\sqrt{3}\,a},\frac{a}{\sqrt{3}\,a},\frac{a}{\sqrt{3}\,a}\right)$$
$$=\left(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

となり，ベクトル $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}$ の方向余弦も同様に

$$(l_B, m_B, n_B) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right),$$

$$(l_C, m_C, n_C) = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right),$$

$$(l_D, m_D, n_D) = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

となるので，結合角 $\angle AOB = \theta$ とすると

$$\cos\ \theta = l_A l_B + m_A m_B + n_A n_B$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{1}{3}$$

より

$$\theta = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right) = 109^\circ 28'$$

を得る。他の結合角も同一角となることは明らかである（[13]，[24]，[11]，[23]）。

話は変るが，つぎのような実験結果から原料の混合割合を求めてみる。

4つの成分を含み，その1つずつを主成分とする4種の原料油があり，組成割合が**表4**の通りであるとする（[17]）。

表4　原料油の組成割合（%）

		原料油				製品油
		1	2	3	4	
成分別	A	89	5	2	2	11.6
	B	8	70	10	3	44.7
	C	2	20	80	30	29.0
	D	1	5	8	65	14.7

いま表の右欄に示した組成をもつ製品油を作るときの各原料油の混合割合はどうなるか。

原料番号1，2，3，4の重量をそれぞれ X_1，X_2，X_3，X_4 とする（たゞし $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1$）。このとき各成分の物質収支式はつぎのようになる。

A成分：$89 X_1 + 5\ X_2 + 2\ X_3 + 2\ X_4 = 11.6$
B成分：$8\ X_1 + 70\ X_2 + 10\ X_3 + 3\ X_4 = 44.7$
C成分：$2\ X_1 + 20\ X_2 + 80\ X_3 + 30\ X_4 = 29.0$
D成分：$X_1 + 5\ X_2 + 8\ X_3 + 65\ X_4 = 14.7$

この4元1次の連立方程式から $X_i (i = 1, 2, 3, 4)$ を求めるとよい。以下の実際の計算は Cramer の公式によることなく Gauss や Gauss—Jordan の消去法などを用いることになる。

この例題は第2学年のベクトルおよび行列式の応用教材に用いる。§2で述べた通り工業化学科においてもベクトル等は等閑視出来ない状勢にあるようである。一方数学ではベクトル・行列等に多くの時間数を当てながら抽象的に扱い過ぎ学生に物理・工学的量とは異質の感を与える恐れがある。当題はその間隙を埋める好題である。分子構造を扱った前半の例題は有機化学を学び始めた学生は興味を持つだろうし，混合割合の問題はこんな手近な材料に行列式を活用出来る楽しさを覚えることであろう。

例題　IV－3　物体の温度を1℃上げるに必要な熱量をその物体の熱容量といい，単位質量当りの熱容量を比熱という。通常比熱は温度の関数である。たとえば1 atm における CO_2 の比熱 y は温度を t°F とするとき

$$y = 9.00 + 2.71 \times 10^{-3} t - 0.256 \times 10^{-6} t^2$$

で与えられる（[29]）。一般に

$$(1)\qquad y = a + bt - \frac{c}{t^2}$$

である物質の t_1 から t_2 の温度範囲における平均の比熱を求めてみる。

閉区間 $[x_1,\ x_2]$ において連続な関数 $f(x)$ の平均値 M は

$$M = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx$$

で与えられるので直ちに(1)の場合は

$$M = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (a + bt - \frac{c}{t^2})\,dt$$

$$= \frac{1}{t_2 - t_1}\left[at + \frac{b}{2}t^2 + \frac{c}{t}\right]_{t_1}^{t_2}$$

$$= a + \frac{b}{2}(t_2 + t_1) - \frac{c}{t_1 t_2}$$

となり，温度が上昇するにつれて $c/(t_1 t_2)$ は減少するので M は $a + (t_2 + t_1)b/2$ に近づくことがわかる。

なおつぎのような指数形式で表わされることも多いが，この時は

$$M = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} ae^{bt}\,dt = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \frac{a}{b}\left[e^{bt}\right]_{t_1}^{t_2}$$

$$= \frac{a}{b} \cdot \frac{e^{bt_2} - e^{bt_1}}{t_2 - t_1}$$

となる（[14]，[29]）。

この例題は第2学年の積分法の応用教材に用いる。連続的に変化する量の平均値は工学において

は重要な数値である。前稿［7］でも述べて置いた通り数学では連続関数の平均および加重平均等の学習時には専ら図形を取扱うことが多いので当題の如き具体性のあるものは学生に関心を与えることが出来る好例である。

例題　IV－4　化学反応によって単位時間内に原料成分の濃度が減少する割合（または生成物成分の濃度が増加する割合）を反応速度という。いま時間を t，原料Aのモル濃度を［A］とすると

(1)　$$(\text{反応速度}) = -\frac{d[\mathrm{A}]}{dt}$$

である。一定の温度では，反応速度は濃度の関数である。たとえば

(2)
$$\begin{aligned} &① \ (\text{反応速度}) = k[\mathrm{A}] \\ &② \ (\text{反応速度}) = k[\mathrm{A}]^2 \\ &③ \ (\text{反応速度}) = k[\mathrm{A}][\mathrm{B}] \end{aligned}$$

などで示されているとき，(2)－①を1次反応，(2)－②および③を2次反応という。こゝで k は速度定数と呼ばれ一定温度では原料の濃度に無関係な定数である。（［20］）。

1次反応については［5］の**例題**3で与えておいた。溶液中で起る2次反応としてエステルのアルカリによる加水分解（ケン化）が有名である。

$$\underset{(\text{酢酸エチル})}{CH_3COOC_2H_5} + NaOH \rightarrow \underset{(\text{酢酸ナトリウム})}{CH_3COONa} + \underset{(\text{エタノール})}{C_2H_5OH}$$

はその例である。$CH_3COOC_2H_5$ および $NaOH$ の初濃度をそれぞれ a，b とし，これらが時間 t の後に x だけ減少したとすると，t におけるそれぞれの濃度は $a-x$，$b-x$ である。(1)式および(2)－③を用いると

$$-\frac{d(a-x)}{dt} = -\frac{d(b-x)}{dt} = k(a-x)(b-x)$$

であるから

$$\frac{dx}{dt} = k(a-x)(b-x)$$

となる。この方程式は変数分離形であり

$$\frac{dx}{(a-x)(b-x)} = kdt$$

として積分すると

$$\frac{1}{a-b}\log\frac{a-x}{b-x} = kt + c$$

であり，$t=0$ のとき $x=0$ より

$$c = \frac{1}{a-b}\log\frac{a}{b}$$

となり

(3)　$$k = \frac{1}{t(a-b)}\log\frac{b(a-x)}{a(b-x)}$$

を得る。たゞし a と b が等しい時は(2)－②に従うとよい。(3)式を x について解くと

$$x = \frac{a\{1-e^{(a-b)kt}\}}{1-\dfrac{b}{a}e^{(a-b)kt}}$$

となる（［18］，［20］，［26］）。

つぎに，一般に反応速度は温度と共に増大する。Arrhenius が実験的に

(4)　$$k = Ae^{-E/RT}$$

の式を与えた。こゝで A は気体定数，E は活性化エネルギーと呼ばれ反応に特有な定数、R は理想気体定数である。(4)の両辺の対数をとると

$$\log k = \log A - \frac{E}{RT}$$

となる。両辺を T で微分して

(5)　$$d\log k = \frac{E}{RT^2}dT$$

を得る。つぎに温度が T_1 から T_2 に変化したときの速度定数をそれぞれ k_1，k_2 とすると，(5)を積分して

$$\int_{k_1}^{k_2} d(\log k) = \int_{T_1}^{T_2}\frac{E}{RT^2}dT$$

すなわち

$$[\log k]_{k_1}^{k_2} = \left[-\frac{E}{RT}\right]_{T_1}^{T_2}$$

より

(6)　$$\log\frac{k_2}{k_1} = \frac{E(T_2-T_1)}{RT_1T_2}$$

が得られる。例えば活性化エネルギーが 35 kcal/mol である反応の速度定数は，温度25℃から35℃まで上昇するとき何倍になるかを求めてみる。

$R=2$ cal/mol とすると(6)を用いて

$$\log\frac{k_2}{k_1} = \frac{350000(308-298)}{2\times308\times298} = 1.91$$

より　$$\frac{k_2}{k_1} = e^{1.91} = 6.7\ (\text{倍})$$

を得る（［14］，［19］，［21］）。

この例題は第2学年の終りか第3学年の初めに微積分の総復習的教材に用いるとよい。反応速度は物理化学の基礎的な問題であるが概要は第1学年の化学で既に学んでいる。用いられている数式は簡単なものではあるが，微分，積分，対数そし

て指数計算が連続し学生には戸惑いを与えかねない。この種の問題の数式変形を丁寧に解説して数式に対する違和感を除き，課算力の必要性を植えつけたい。

例題　IV－5　物体の容積Vは絶対温度Tと圧力pとの関数であり

$$V=f(T,\ p)$$

と表すとき，Vの全微分をとると

$$(1)\quad dV=\frac{\partial V}{\partial T}dT+\frac{\partial V}{\partial p}dp$$

となる。こゝで$\partial V/\partial T$は一定圧力のもとでの容積の温度変化に対する割合であり，$\partial V/\partial p$は一定温度のもとでの容積の圧力変化に対する割合である。いま熱膨張率αおよび等温圧縮率βをそれぞれつぎのように定義する。

$$(2)\quad \alpha=\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial T},\quad \beta=-\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial p}.$$

こゝで容積が一定すなわち$dV=0$とすると(1)より

$$0=\frac{\partial V}{\partial T}dT+\frac{\partial V}{\partial p}dp$$

であるから

$$\frac{dp}{dT}=-\frac{\partial V/\partial T}{\partial V/\partial p}$$

となり(2)を用いると

$$(3)\quad \frac{\partial p}{\partial T}=\frac{\alpha}{\beta}$$

を得る。従って容積が一定のときpのTによる変化は，αとβを知れば簡単に計算出来ることになる。たとえば100℃目盛の水銀温度計が100℃以上に加熱されて水銀が毛細管一杯に膨張した後すなわちVが一定のときの圧力変化を考えてみる。100℃における水銀のα，βの値はそれぞれ

$$\alpha=1.8\times10^{-4}\ \mathrm{deg}^{-1},\quad \beta=4.1\times10^{-6}\ \mathrm{atm}^{-1}$$

であるから（[9]），(3)より直ちに

$$\frac{\partial p}{\partial T}=44\quad \mathrm{atm\ deg}^{-1}$$

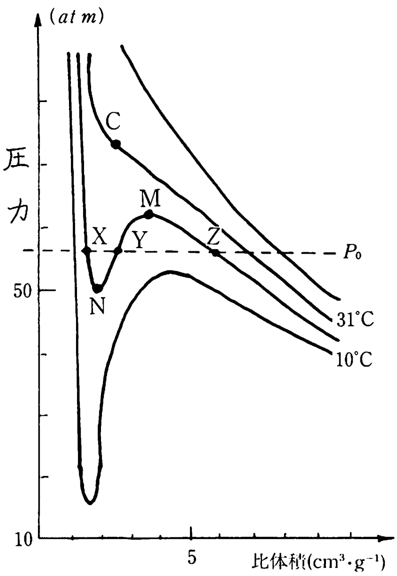
となる。従って僅か0.25℃の温度上昇でも約10 atmの圧力がかゝるので水銀温度計を過熱して破壊するという事故は珍らしくないわけである（[26]，[11]）。

この例題は第3学年の全微分の応用教材として用いる。偏導関数は専門課程が進むにつれて随所に見受けられることは工業化学科といえども同様であり，全微分は熱力学の状態変化等で盛んに用いられている。ところが数学を教える側では，相当高度な内容を取扱いながら一般的解法にのみ終始している。従って前稿［6］の**例題**II－5でも述べたように学生は数学の問題を消化しながらもそれを専門教科で活用する力が備っているようには思われない。そもそも偏微分のときは常に何を固定したかをはっきり認識する必要があるのに，数学では抽象されたxやyを固定することから混乱が生じ学生には敬遠され勝である。当例題は興味ある現象を取り扱っているというだけでなく，たとえば(1)式の表現している変数や定数の具体性は，偏微分を身近なものと感得させるに極めて適切である。

例題　IV－6　体積V，圧力Pである不完全気体の温度をT°Kとするとき，状態方程式として良く用いられるものにつぎのvan der Waalsの方程式がある。

$$(1)\quad \left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT$$

こゝでRは気体定数であり，aおよびbはvan der Waals定数で物質による特性値である。例えばCO_2は$a=3.59\ (l^2\cdot \mathrm{atm}\cdot \mathrm{mol}^{-2})$，$b=42.7\ (\mathrm{cm}^3\cdot\mathrm{mol}^{-1})$である（[26]）。図－2に1 gの$CO_2$の等温線を示す（[10]）。



図－2

(1)を書き直すと

$$(2)\quad P=\frac{RT}{V-b}-\frac{a}{V^2}$$

となるが，(2)の分母を払うとVについての3次方程式が得られる。従って与えられたP_0に対して，図－2のX，Y，Z点が示すように普通Vの値(実数解)が3個ある。ところが図－2の等温線が表すように，温度が高くなると圧力の極大点Mと極小点Nとは次第に近づき遂に1点Cとなる。この状態を臨界状態といいCは臨界点である。C点においては

(極大条件) $\partial P/\partial V=0$，$\partial^2P/\partial V^2<0$
(極小条件) $\partial P/\partial V=0$，$\partial^2P/\partial V^2>0$

を同時に満足するから

$$\partial P/\partial V=0,\quad \partial^2P/\partial V^2=0$$

である。従って(2)式より

$$(3)\quad \frac{\partial P}{\partial V}=-\frac{RT}{(V-b)^2}+\frac{2a}{V^3}=0,$$

$$(4)\quad \frac{\partial^2P}{\partial V^2}=\frac{2RT}{(V-b)^3}-\frac{6a}{V^4}=0$$

となり(2)，(3)，(4)よりP，V，Tを求めると

$$(5)\quad P=\frac{a}{27b^2},\quad V=3b,\quad T=\frac{8a}{27bR}$$

が得られる。こゝでa，bが知れればP，V，Tが求まり逆にP，V，Tが解ればa，bを知ることが出来る([10]，[25]，[26]，[29])。

この例題は第3学年の偏微分の応用教材として扱う。数学では偏導関数の応用教材としては，極値，接平面，包絡線等を扱うが例題IV－5でも指摘して置いたように，図形的に美しい一般化したものが主であるため，具体的な工学への活用には素直に発展させ得ない嫌いがある。当例題は代表的な状態方程式を用いて臨界点が等温線の変曲点であるという興味ある結果を与えている。数学的手法の偉力を感得させるとともに更に複雑な状態方程式へも挑戦する足掛とさせる好例であろう。

§5. お わ り に

こゝ数年来，高専における数学教育のより効果的な指導を目指して授業内容を見直すことを，一般教科[5]，機械工学科[6]，電気工学科[7]と進めて来たが今回は工業化学科を取りあげてみた。

数学の教科書には物理，機械，電気的内容は時折散見されるが，こと化学に関するものは皆無といってよい。しかも工学特に工業化学の全くの門外漢にとっては僅か数題の講義用例題とはいえ，それを作成することの困難さには予期以上のものがあったばかりでなく，その結果も群盲象を評すの誹りを甘受せねばならないようである。

しかしそれにもめげずにこのような検討を続けつつ常に教材精選を念頭に日々新たな気持で教場へ臨む姿勢を持つことこそ，結局解る楽しい授業の要諦であると痛感している。この間にあってしばしば貴重な助言をいたゞいた本校平沼充安教授はじめ工業化学科教官各位のご好意に深く感謝を捧げる。

文 献

[1] 文部省：高等専門学校設置基準，文部省令第32号(昭和52年4月)，第23号(昭和36年8月)。
[2] ———：昭和52年度高等専門学校教員研究集会議事録(工業化学・化学工学部会)，鈴鹿高専。
[3] 高等専門学校教育方法等改善調査会一般部会数学分科会報告：高専教育，創刊号(1978)，19－42。
[4] 菅原道弘，小野寺隆：工業高等専門学校における数学教育のあり方，苫小牧高専紀要，13号(1978)，131－140。
[5] 小野寺隆：高等専門学校における数学と他教科との関連，———，16号(1981)，155－166。
[6] ———：高等専門学校における数学と他教科との関連II —機械工学科について—，——，17号(1982)，115－125。
[7] ———：高等専門学校における数学と他教科との関連III —電気工学科について—，——，18号(1983)，133－143。
[8] 日本数学会：岩波数学辞典(第2版)，岩波書店(1968)，19－23。
[9] 日本化学会編：化学便覧基礎編，丸善(1975)。
[10] 金原寿郎：基礎物理学上巻，裳華房(1963)。
[11] 大岩正芳：化学者のための数学十講，化学同人(1979)。
[12] 鐸木啓三：化学における数学，朝倉書店(1974)。
[13] 広田栄治，外山正春：化学者のための基礎数学，南江堂(1972)。
[14] F. H. C. Kelly，平田光穂訳：化学者のための実用数学，東京化学同人(1965)。
[15] 平田光穂：化学技術者のための数学，丸善(1974)。

[16] 藤掛省吾，森　昭二，鈴木善孝：解説化学計算の基礎，東京電機大出版局（1979）。

[17] 大島栄次監修：工業化学のためのプログラミング，日刊工業新聞社（1982）。

[18] 森口繁一：工業数理の題材，工業教育資料，第150号（1980），1－6。

[19] 小森三郎監修：高専の化学，森北出版（1977）。

[20] 大学自然科学教育研究会：理工系基礎化学，東京教学社（1971）。

[21] ――――：化学，――（1979）。

[22] Allen J. Bard，松田好晴他訳：溶液内イオン平衡，化学同人（1981）。

[23] J. D. Lee.浜口　博訳：基礎無機化学，東京化学同人（1966）。

[24] 林　茂助編：有機化学，日刊工業新聞社（1976）。

[25] 山本大二郎，磯　直道：物理化学，東京教学社（1977）。

[26] W. J. Moore，藤代亮一訳：物理化学（上），東京化学同人（1976）。

[27] 分析化学研究会編：分析化学の理論と計算，広川書店（1978）。

[28] 化学工学協会編：初歩化学工学，明文書房（1981）。

[29] 大竹伝雄，平田光穂：演習化学工学熱力学，丸善（1983）。

（昭和58年11月30日受理）