成績データについての一考察

小鹿　正夫*・今田　孝保**・金田　　嶢***

A Study on the Data of the Scholarly Attainments.

Masao KOSIKA, Takayasu IMADA and Takashi KANETA

要　旨

本校の入試及び成績データに対して正準相関分析法による処理を行い，内容の考察を試みた。

Synopsis

This article deals with the data of entrance examination and the scholarly attainments in our college, using the method of Canonical Correlation analysis, and also tries to give a consideration to the results of this analysis.

§1　はじめに

我々は先に，入学者選抜試験（以後入試とする）の成績結果に主成分分析法を適用し，主成分による評点を考慮することにより，いささかなりとも合理的な選抜が可能ではないかとの提案[1]と，13年間の入試データーへの主成分分析法を適用して，受験者と入学者との関連及び受験者の地域による変化等[2]を調べて報告した。その際，主成分分析法は学業成績についての総合特性値としてもよい評点を与えることは十分考えられ，それによる学年全体としての成績の変化等の検討に十分利用できる確信をもった。今回は入試資料，成績資料を1次結合して得られる総合特性値として，群毎の相関係数を得る手法である正準相関分析法を適用して，得られた正準変量の意味や，通常用いられる単純合計点による総合成績での相関との比較，相関図上での変動やその大きさ等について検討してみることにした。

適用した資料は，本高専のある年度の電気工学科の入試資料及び第1，2，3学年の学業成績を用いた。入試成績と第1学年，第1学年と第2学年，第2学年と第3学年の総合成績間の単相関係数を求める際には，国語，社会，数学，理科，英語は100点満点，内申成績は中学校第3学年の内申成績合計の2倍（18点～90点）を使用し，これらの合計点を100点換算したものを入試成績とした。

各学年の総合成績も各教科の評点（100点満点）の合計点を100点換算したものを資料とし，相関図作成の際にはこれらを更に標準化した数値を使用した。

正準相関分析の際には，分析手法の特質から入試各科目，各学年各科目成績は，すべて平均0，分散1に標準化したものを基礎資料とする。

§2　正準相関分析法の概要

正準相関分析法は，同一の対象について相互に関連ある変動を示していると考えられるq種類の変量について観測値の組がN組得られたとし，

このうちのr個の変量の組$(x_1, x_2, \cdots, x_r)$と$q-r$（$q-r \geqq r$とする）個の変量の組$(x_{r+1}, x_{r+2}, \cdots, x_q)$に分けたとき，各組の変量の1次結合

*　講　師　一般教科
**　助教授　電気工学科
***　教　授　北海道工業大学

$$z_1 = a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_rx_r$$
$$z_2 = b_1x_{r+1} + b_2x_{r+2} + \cdots + b_sx_q \quad (s = q - r) \quad \cdots\cdots(2,\ 1)$$

を考え，z_1とz_2間の相関係数$r\ (z_1, z_2)$を最大にするように$a_1, a_2, \cdots, a_r$；$b_1, b_2, \cdots, b_s$を推定する手法である。r個，$q-r$個の変量からなるベクトル変量を$\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2$とする。ここで

$$\boldsymbol{x}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_r \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{x}_2 = \begin{bmatrix} x_{r+1} \\ x_{r+2} \\ \vdots \\ x_q \end{bmatrix}$$

は次の条件を満たすものとする。

$$E\ \{\boldsymbol{x}_1\} = 0\ ,\ E\ \{\boldsymbol{x}_2\} = 0 \quad \cdots\cdots(2,\ 2)$$

また，$V\{\boldsymbol{x}_1\} = \Sigma_{11},\ V\{\boldsymbol{x}_2\} = \Sigma_{22}$,

$$cov\,\{\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2\} = \Sigma_{12}$$

とおくと，全変量からなる分散共分散行列Σとの関係は

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix}, \qquad (\Sigma_{12} = \Sigma'_{21},\ '\text{は転置})$$

となる。係数ベクトルを

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_r \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_s \end{bmatrix}$$

とするとz_1，z_3は

$$z_1 = a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_rx_r = \boldsymbol{a}'\,\boldsymbol{x}_1\,,$$
$$z_2 = b_1x_{r+1} + b_2x_{r+2} + \cdots + b_sx_q = \boldsymbol{b}'\,\boldsymbol{x}_2 \quad \cdots(2,3)$$

であり，(2, 2) より

$$E\ \{z_1\} = \boldsymbol{a}'\,E\{\boldsymbol{x}_1\} = 0\,,$$
$$E\ \{z_2\} = \boldsymbol{b}'\,E\{\boldsymbol{x}_2\} = 0 \quad \cdots\cdots(2,4)$$

更に次の条件を仮定する。

$$V\ \{z_1\} = \boldsymbol{a}'\,\Sigma_{11}\,\boldsymbol{a} = 1,$$
$$V\ \{z_2\} = \boldsymbol{b}'\,\Sigma_{22}\,\boldsymbol{b} = 1 \quad \cdots\cdots(2,5)$$

(2, 4)，(2, 5) の条件のもとで (2, 3) で表される変量z_1，z_2が正準変量，z_1，z_2の相関係数$r(z_1, z_2)$が正準相関係数である。

$$r(z_1,\ z_2) = cov\ \{\boldsymbol{a}'\,\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{b}'\,\boldsymbol{x}_2\} = \boldsymbol{a}'\,\Sigma_{12}\,\boldsymbol{b}, \quad \cdots\cdots(2,6)$$

を (2, 5) の条件のもとで最大にするためにラグランジュの未定乗数法により

$$C = \boldsymbol{a}'\,\Sigma_{12}\,\boldsymbol{b} - \frac{\lambda}{2}(\boldsymbol{a}'\,\Sigma_{11}\,\boldsymbol{a} - 1)$$
$$- \frac{\mu}{2}(\boldsymbol{b}'\,\Sigma_{22}\,\boldsymbol{b} - 1) \quad \cdots\cdots(2,7)$$

を最大にする。

$$\frac{\partial C}{\partial \boldsymbol{a}} = 0,\ \frac{\partial C}{\partial \boldsymbol{b}} = 0 \quad \cdots\cdots(2,8)$$

の連立方程式より$r(z_1,\ z_2) = \lambda = \mu$であることがわかり，$\boldsymbol{b}$を消去することより

$$(\Sigma_{11}{}^{-1}\Sigma_{12}\Sigma_{22}{}^{-1}\Sigma_{21} - \lambda^2 I)\boldsymbol{a} = 0 \cdots\ (2,9)$$

(Iはr次の単位行列)

なる$\boldsymbol{a}$に関する連立方程式が得られる。(2.9) が0以外の解$\boldsymbol{a}$をもつための条件から

$$|\ \Sigma_{11}{}^{-1}\,\Sigma_{12}\,\Sigma_{22}{}^{-1}\,\Sigma_{21} - \lambda^2 I\ | = 0 \quad (2.10)$$

なる固有方程式を満たす固有値λ^2の中で最大のものを$\lambda_1{}^2$とする。λ_1に対応する固有ベクトル$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$が求められ，それぞれ$\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{b}_1$とし，これらを係数ベクトルとしてもつ正準変量を

$$z_{11} = \boldsymbol{a}'_1\,\boldsymbol{x}_1,\ z_{21} = \boldsymbol{b}'\,\boldsymbol{x}_2$$

と表すと，これらは正準変量の条件を満たし，正準相関係数$r(z_{11},\ z_{21}) = \lambda_1$は最大となる。これが第1正準相関係数と呼ばれるものである。

(2,10) より求まる固有値$\lambda_2{}^2$，…，$\lambda_r{}^2\ (r \leqq s)$に対応する$z_{11}$，$z_{21}$とは互いに無相関である第2，第3，…第$r$の正準変量，正準相関係数が求められそれぞれ$z_{12} = \boldsymbol{a}'_2\boldsymbol{x}_1, z_{22} = \boldsymbol{b}'_2\boldsymbol{x}_2, r(z_{12}, z_{22})$；…
$z_{1r} = \boldsymbol{a}'_r\boldsymbol{x}_1, z_{2r} = \boldsymbol{b}'_r\boldsymbol{x}_2, r(z_{1r}, z_{2r})$と書かれる。

r個の正準相関係数が得られたとき，母集団正準相関係数が$k-1$番目までは0でないがk番目以降は0であるという仮説に対してはBartlettの検定を行う。

正準変量ともとの変量との相関（これを正準負荷量と呼ぶことにする）は，データが標準化されていれば，$V\{\boldsymbol{x}\}$は相関行列$\boldsymbol{R}$になるから，

$r(z_{11},\ x_i)\,(i = 1,\ 2\cdots,\ r)$は部分行列$\boldsymbol{R}_{11}$の$i$行の各要素と$z_{11}$の係数との積和，$r(z_{21}, x_j)\,(j = r+1,\ \cdots q)$は部分行列$\boldsymbol{R}_{22}$の$j$行の各要素と$z_{21}$の係数の積和として求められる。他も同様にして求められる。

正準変量の1次結合式にデータを代入して得られる正準変量の実現値が正準評点であり，これについてz_1，z_2の分散は誤差を考えてほぼ1で相関はλ_1となる筈である。以上から得られた正準変量の相関はλで示され，正準変量の特性はその係数ベクトルの要素の正負，絶対値の大小により推察することになる。また，正準負荷量や正準評点の組の分布による相関図等により実質的考察の資料が得られる。（手法の理論や適用例の詳細については(3)，(4)，(5)，(6)等にある。）

表1　変数名と基礎資料

変　数			平　均	標準準偏差	変動係数	寄与率
入試	国　語	x_{01}	75.63	8.46	0.112	0.109
	社　会	x_{02}	69.85	12.05	0.173	0.108
	数　学	x_{03}	48.66	14.58	0.300	0.313
	理　科	x_{04}	63.90	9.97	0.156	0.257
	英　語	x_{05}	54.95	12.71	0.231	0.250
	内　申	x_{06}	80.10	7.08	0.088	0.372
1学年	国　語	x_{11}	72.95	8.19	0.112	0.774
	日本史	x_{12}	79.34	10.00	0.126	0.694
	地　理	x_{13}	77.80	5.93	0.076	0.445
	数　学	x_{14}	70.27	9.17	0.131	0.696
	物　理	x_{15}	71.37	8.41	0.118	0.646
	化　学	x_{16}	78.39	11.15	0.142	0.717
	保　体	x_{17}	72.92	4.74	0.065	0.304
	芸　術	x_{18}	73.10	8.98	0.123	0.158
	英　語	x_{19}	71.49	6.79	0.095	0.587
	図　学	x_{110}	86.34	4.86	0.056	0.615
	電気製図	x_{111}	75.51	3.16	0.042	0.694
2学年(1)	国　語	x_{21}	72.56	9.30	0.128	0.808
	社　会	x_{22}	75.00	9.08	0.121	0.534
	世界史	x_{23}	74.14	10.65	0.144	0.614
	数　学	x_{24}	67.10	9.54	0.142	0.656
	物　理	x_{25}	70.83	8.81	0.124	0.751
	化　学	x_{26}	78.49	10.80	0.138	0.762
	保　体	x_{27}	78.78	5.57	0.071	0.507
	芸　術	x_{28}	70.34	9.30	0.132	0.413
	英　語	x_{29}	71.95	8.92	0.124	0.801
	電磁実	x_{210}	75.54	10.40	0.138	0.695
	電工実	x_{211}	84.41	6.52	0.077	0.570
2学年(2)	国　語	x'_{21}	72.88	9.19	0.126	0.811
	社　会	x'_{22}	75.13	9.16	0.122	0.540
	世界史	x'_{23}	74.50	10.53	0.141	0.602
	数　学	x'_{24}	67.83	8.43	0.124	0.656
	物　理	x'_{25}	71.10	8.75	0.123	0.742
	化　学	x'_{26}	78.95	10.52	0.133	0.743
	保　体	x'_{27}	78.88	5.60	0.071	0.501
	芸　術	x'_{28}	70.35	9.42	0.134	0.414
	英　語	x'_{29}	72.25	8.83	0.122	0.792
	電磁実	x'_{210}	75.93	10.23	0.135	0.678
	電工実	x'_{211}	84.33	6.57	0.078	0.599
3学年	国　語	x_{31}	71.38	9.73	0.136	0.697
	法　学	x_{32}	78.65	11.09	0.140	0.789
	数　学	x_{33}	65.98	13.80	0.209	0.769
	保　体	x_{34}	77.88	5.69	0.073	0.694
	英　語	x_{35}	70.63	9.79	0.139	0.879
	独　語	x_{36}	81.83	3.57	0.044	0.486
	応　物	x_{37}	80.53	5.90	0.073	0.786
	交　流	x_{38}	72.23	12.73	0.176	0.862
	電　計	x_{39}	63.83	15.22	0.238	0.813
	機　工	x_{310}	72.18	7.55	0.105	0.746
	電　機	x_{311}	65.55	10.98	0.168	0.855
	電製図	x_{312}	78.38	6.66	0.085	0.869
	電工実	x_{313}	79.03	6.21	0.079	0.805

§ 3　入試成績，学年成績への適用

3．1　資料について

科目と変数の対応は表1の通りであり，$x_{\alpha i}$ で $\alpha=0$ は入試成績，$\alpha=1$，2，3はそれぞれ1学年，2学年，3学年を示し，i は科目番号である。

表1について概観すると，入試成績，学年成績ともに，平均点，標準偏差にかなりの差がみられ，保健体育，実験系の科目，独語で変動係数が小さく，科目のもつ特質と思われる。通常使われている総合成績は，各科目の重みを1として単純合計点を用いるが，表1でみられるように，平均や標準偏差に差があるのが普通であり，この点気になるところである。数値の比較に基づいて事を論ずる場合には，標準化したものや主成分による総合特性値を用いる事が大切と考えられる。

単純合計点を100点に換算した入試成績を y_0，学年成績を学年順に y_1，y_2，y_3 として，y_0 と y_1，y_1 と y_2，y_2' と y_3（y_2' は y_3 と対応する人数による）の相関係数を求めると表2のように得られた。

y_0，y_1，y_2，y_2'，y_3 をそれぞれ平均0，分散1に

表2　単純合計点による相関係数

総計の100点換算	平　均　点	標準偏差	相関係数
入試成績　y_0	65.5	6.35	
			0.484＊＊
1学年成績　y_1	75.4	5.13	
			0.910＊＊
2学年成績　y_2	74.5	6.30	
〃　y_2'	74.7	6.14	
			0.811＊＊
3学年成績　y_3	73.7	7.28	

（＊＊1%有意）

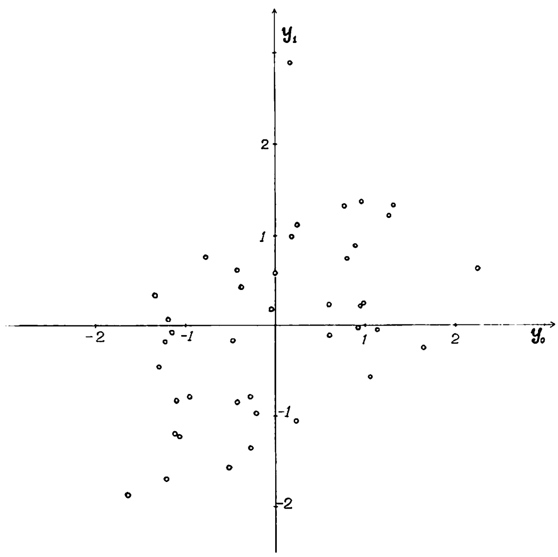

図1　（y_0，y_1）の相関図

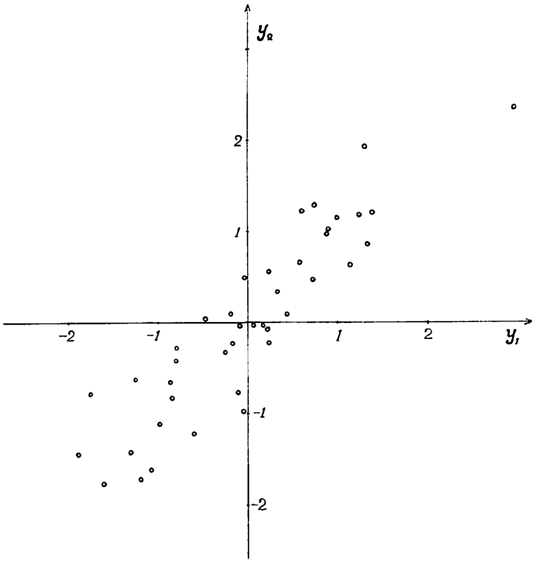

図2　(y_1, y_2) の相関図

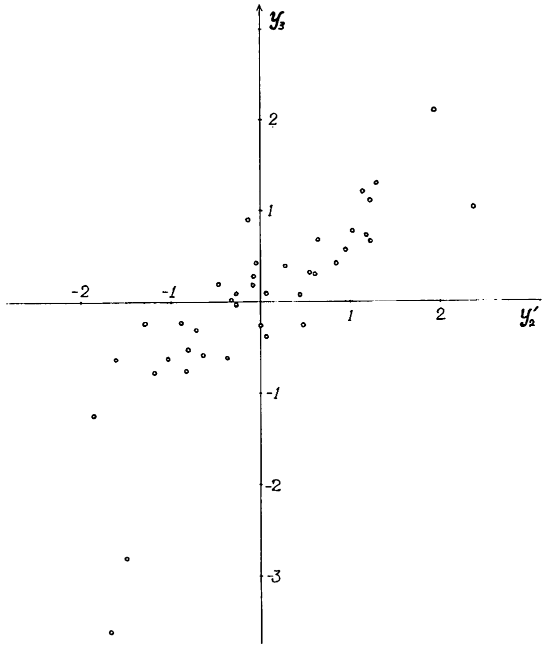

図3　(y_2', y_3) の相関図

表3　相関行列(入試, 1学年)

	x_{01}	x_{02}	x_{03}	x_{04}	x_{05}	x_{06}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}
x_{01}	1.000										
x_{02}	0.176	1.000									
x_{03}	−0.000	0.197	1.000								
x_{04}	−0.023	0.043	0.464	1.000							
x_{05}	0.044	0.216	0.304	0.124	1.000						
x_{06}	0.262	0.252	0.379	0.319	0.458	1.000					
x_{11}	0.315	0.075	0.142	−0.040	0.250	0.451	1.000				
x_{12}	0.318	0.129	0.106	−0.069	0.260	0.559	0.807	1.000			
x_{13}	0.258	0.299	0.233	0.017	0.311	0.353	0.535	0.457	1.000		
x_{14}	0.116	0.274	0.494	0.061	0.243	0.381	0.623	0.561	0.498	1.000	
x_{15}	−0.016	0.000	0.351	0.318	0.289	0.504	0.649	0.506	0.435	0.604	1.000
x_{16}	0.237	0.081	0.542	0.330	0.275	0.469	0.534	0.482	0.362	0.716	0.702
x_{17}	0.080	−0.036	0.031	−0.131	0.210	0.252	0.184	0.305	0.043	0.174	0.154
x_{18}	0.109	−0.037	−0.002	−0.267	0.020	−0.205	0.075	0.108	0.193	0.141	0.088
x_{19}	0.173	0.125	0.229	0.062	0.614	0.532	0.641	0.506	0.480	0.560	0.629
x_{110}	0.276	0.043	0.268	0.232	0.237	0.482	0.510	0.400	0.487	0.461	0.594
x_{111}	0.191	0.166	0.248	−0.051	0.205	0.477	0.541	0.496	0.410	0.654	0.620

	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{110}	x_{111}
x_{16}	1.000					
x_{17}	0.132	1.000				
x_{18}	0.191	0.243	1.000			
x_{19}	0.596	0.110	0.184	1.000		
x_{110}	0.633	0.227	0.223	0.566	1.000	
x_{111}	0.582	0.414	0.276	0.626	0.648	1.000

表4 相関行列(1学年，2学年)

	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{110}	x_{111}
x_{11}	1.000										
x_{12}	0.807	1.000									
x_{13}	0.535	0.457	1.000								
x_{14}	0.623	0.561	0.498	1.000							
x_{15}	0.649	0.506	0.435	0.604	1.000						
x_{16}	0.534	0.482	0.362	0.716	0.702	1.000					
x_{17}	0.184	0.305	0.043	0.174	0.154	0.132	1.000				
x_{18}	0.075	0.108	0.193	0.141	0.088	0.191	0.243	1.000			
x_{19}	0.641	0.506	0.480	0.560	0.629	0.596	0.110	0.184	1.000		
x_{110}	0.510	0.400	0.487	0.461	0.594	0.633	0.227	0.223	0.566	1.000	
x_{111}	0.541	0.496	0.410	0.654	0.620	0.582	0.414	0.276	0.626	0.648	1.000
x_{21}	0.841	0.762	0.483	0.533	0.660	0.604	0.123	0.145	0.712	0.541	0.495
x_{22}	0.439	0.501	0.367	0.312	0.365	0.368	0.232	0.383	0.354	0.385	0.374
x_{23}	0.711	0.704	0.571	0.440	0.400	0.403	0.261	0.101	0.542	0.453	0.423
x_{24}	0.619	0.494	0.335	0.682	0.482	0.632	−0.117	−0.051	0.594	0.532	0.446
x_{25}	0.593	0.566	0.460	0.664	0.699	0.682	−0.042	0.181	0.567	0.508	0.427
x_{26}	0.614	0.514	0.452	0.753	0.705	0.957	0.025	0.163	0.576	0.646	0.569
x_{27}	0.320	0.190	0.182	0.215	0.400	0.340	0.399	0.288	0.433	0.487	0.569
x_{28}	0.229	0.221	0.011	0.305	0.295	0.228	0.493	0.528	0.345	0.293	0.513
x_{29}	0.677	0.645	0.460	0.555	0.528	0.582	0.187	0.269	0.795	0.543	0.501
x_{210}	0.444	0.501	0.360	0.458	0.581	0.670	0.127	0.255	0.943	0.501	0.412
x_{211}	0.258	0.235	0.272	0.428	0.260	0.390	0.061	0.490	0.269	0.365	0.327

	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{210}	x_{211}
x_{21}	1.000										
x_{22}	0.542	1.000									
x_{23}	0.692	0.588	1.000								
x_{24}	0.661	0.192	0.419	1.000							
x_{25}	0.709	0.373	0.428	0.613	1.000						
x_{26}	0.651	0.387	0.460	0.684	0.713	1.000					
x_{27}	0.352	0.223	0.284	0.221	0.077	0.337	1.000				
x_{28}	0.240	0.327	0.185	0.210	0.309	0.188	0.245	1.000			
x_{29}	0.778	0.586	0.692	0.634	0.642	0.589	0.336	0.441	1.000		
x_{210}	0.579	0.429	0.401	0.456	0.579	0.677	0.547	0.253	0.598	1.000	
x_{211}	0.222	0.294	0.180	0.319	0.471	0.460	0.018	0.492	0.455	0.204	1.000

標準化したものにより点(y_0, y_1)，(y_1, y_2)，(y_2', y_3) を座標平面上にプロットして得られた相関図が図1，図2，図3である。

図3で左下に大きく離れた2名を除いて計算すると y_2' では平均75.3標準偏差5.86, y_3 ではそれぞれ74.9, 4.96であり，相関係数は0.867で，各数値に大きな影響を与えていることがわかる。

§1でも触れたが，正準相関分析での基礎資料は各変量とも標準化したものを用いる。これは正準変量の条件を満たすものであり，このとき分散共分散行列Σは相関行列$\boldsymbol{R}$となるので，$\boldsymbol{R}$より出発して正準相関係数λ，係数ベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ を求めればよい。正準評点は標準化されているので，正準評点を組とする相関図は先に求めた相関図と比較できる。

各変量の相関行列は正準相関分析にとって重要な基礎であり，これをもとに必要な計算が行われる。これを表3，表4，表5に示す。

表3からは，入試科目間での相関はかなり低く，無相関検定を行うと内申と数学，理科，英語でそれぞれ5%，5％，1％有意，数学と理科で1％有意であることがみられる。1学年科目との関係で

表５　相関行列(２学年，３学年)

	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{210}	x_{211}	x_{31}
x_{21}	1.000											
x_{22}	0.537	1.000										
x_{23}	0.677	0.585	1.000									
x_{24}	0.652	0.171	0.370	1.000								
x_{25}	0.697	0.364	0.403	0.604	1.000							
x_{26}	0.631	0.379	0.427	0.656	0.699	1.000						
x_{27}	0.338	0.215	0.268	0.194	0.057	0.321	1.000					
x_{28}	0.245	0.328	0.188	0.238	0.314	0.194	0.246	1.000				
x_{29}	0.767	0.583	0.677	0.621	0.627	0.565	0.322	0.450	1.000			
x_{210}	0.556	0.421	0.369	0.400	0.559	0.655	0.540	0.259	0.577	1.000		
x_{211}	0.248	0.304	0.204	0.416	0.500	0.505	0.028	0.494	0.487	0.232	1.000	
x_{31}	0.832	0.587	0.770	0.505	0.502	0.541	0.391	0.166	0.687	0.548	0.338	1.000
x_{32}	0.436	0.569	0.628	0.333	0.402	0.546	0.306	0.304	0.587	0.522	0.495	0.584
x_{33}	0.635	0.361	0.580	0.690	0.630	0.680	0.220	0.206	0.597	0.400	0.561	0.653
x_{34}	−0.032	0.126	0.143	−0.061	0.014	0.201	0.374	0.152	0.086	0.283	0.172	0.134
x_{35}	0.644	0.574	0.683	0.530	0.477	0.538	0.352	0.396	0.822	0.486	0.464	0.674
x_{36}	0.227	0.197	0.158	0.330	0.205	0.353	0.247	0.500	0.453	0.320	0.346	0.066
x_{37}	0.618	0.547	0.561	0.495	0.383	0.552	0.263	0.341	0.680	0.425	0.441	0.634
x_{38}	0.589	0.423	0.559	0.535	0.637	0.625	0.196	0.207	0.616	0.584	0.336	0.573
x_{39}	0.575	0.415	0.561	0.548	0.611	0.592	0.142	0.081	0.603	0.605	0.284	0.570
x_{310}	0.254	0.472	0.485	0.149	0.273	0.477	0.420	0.311	0.411	0.572	0.188	0.390
x_{311}	0.573	0.434	0.543	0.533	0.611	0.542	0.289	0.154	0.631	0.597	0.439	0.625
x_{312}	0.311	0.546	0.435	0.272	0.376	0.484	0.338	0.376	0.483	0.411	0.439	0.384
x_{313}	0.269	0.471	0.367	0.334	0.439	0.519	0.244	0.372	0.414	0.413	0.660	0.415

	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	x_{36}	x_{37}	x_{38}	x_{39}	x_{310}	x_{311}	x_{312}	x_{313}
x_{32}	1.000											
x_{33}	0.673	1.000										
x_{34}	0.486	0.218	1.000									
x_{35}	0.755	0.757	0.431	1.000								
x_{36}	0.289	0.250	0.004	0.395	1.000							
x_{37}	0.730	0.713	0.349	0.833	0.320	1.000						
x_{38}	0.732	0.754	0.333	0.746	0.194	0.726	1.000					
x_{39}	0.667	0.681	0.353	0.724	0.305	0.620	0.848	1.000				
x_{310}	0.690	0.425	0.641	0.614	0.231	0.572	0.646	0.593	1.000			
x_{311}	0.636	0.738	0.497	0.786	0.114	0.592	0.765	0.798	0.564	1.000		
x_{312}	0.821	0.629	0.515	0.721	0.263	0.694	0.754	0.620	0.748	0.601	1.000	
x_{313}	0.745	0.682	0.588	0.681	0.239	0.621	0.664	0.599	0.584	0.689	0.812	1.000

は，やはり内申が多くの科目と相関があるのが認められるが他は多くはない。１学年科目間では入試科目間よりは５%，１%有意の相関がかなり多くなっている。

表４，表５については様子が一変し，相関の高いものが多く，無相関と考えられるものが少なくなっているのが見られる。

３．２　正準相関分析の結果

分析処理は北海道大学大型計算機センター施設を利用した。$\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2$ として(入試，１学年)，(１学年，２学年)，(２学年，３学年）の各分析結果は表６，表７，表８の通りである。

表６において，入試成績，１学年成績間ですべての正準相関は０であるとの帰無仮説は１%の有意水準で棄却されたが，第２正準相関以後はすべて０であることの仮説は棄却できない。理論上当然ではあるが，先に求めた単純合計点を基本とした成績間での相関係数よりかなり大きい。

表6 入試，1学年の正準相関分析

正準変量		第 1		第 2	
		z_{01}	z_{11}	z_{02}	z_{12}
正準相関係数		$\lambda_1=0.8455$		$\lambda_2=0.7061$	
x^2		106.37		67.46	
自由度		66		50	
Bartlett検定		1%有意			
正準変量の係数		$\boldsymbol{a}_1$	$\boldsymbol{b}_1$	$\boldsymbol{a}_2$	$\boldsymbol{b}_2$
x_{01}	x_{11}	−0.030	−0.563	−0.404	−0.586
x_{02}	x_{12}	−0.168	0.600	−0.180	−0.200
x_{03}	x_{13}	−0.324	0.111	0.153	−0.181
x_{04}	x_{14}	0.090	−0.344	0.812	0.151
x_{05}	x_{15}	0.533	0.222	−0.147	1.001
x_{06}	x_{16}	0.750	−0.025	−0.032	0.268
	x_{17}		0.337		−0.012
	x_{18}		−0.428		−0.278
	x_{19}		0.902		−0.222
	x_{110}		0.169		0.273
	x_{111}		−0.222		−0.562
正準負荷量		$r(z_{01},x_0)$	$r(z_{11},x_1)$	$r(z_{02},x_0)$	$r(z_{12},x_1)$
x_{01}	x_{11}	0.158	0.473	−0.469	−0.287
x_{02}	x_{12}	0.071	0.576	−0.226	−0.351
x_{03}	x_{13}	0.132	0.375	0.438	−0.236
x_{04}	x_{14}	0.239	0.250	0.856	−0.027
x_{05}	x_{15}	0.752	0.529	−0.071	0.368
x_{06}	x_{16}	0.850	0.392	0.067	0.263
	x_{17}		0.334		−0.236
	x_{18}		−0.194		−0.356
	x_{19}		0.746		−0.161
	x_{110}		0.481		0.085
	x_{111}		0.412		−0.220

表7 1学年，2学年の正準相関分析

正準変量		第 1		第 2	
		z_{11}'	z_{21}	z_{12}'	z_{22}
正準相関係数		$\lambda_1=0.9875$		$\lambda_2=0.9273$	
x^2		272.27		167.02	
自由度		121		100	
Bartlett検定		1%有意		1%有意	
正準変量の係数		$\boldsymbol{a}_1$	$\boldsymbol{b}_1$	$\boldsymbol{a}_2$	$\boldsymbol{b}_2$
x_{11}	x_{21}	0.089	−0.138	0.422	0.307
x_{12}	x_{22}	0.054	0.004	−0.401	−0.015
x_{13}	x_{23}	0.080	−0.012	−0.257	−0.102
x_{14}	x_{24}	0.193	0.148	−0.245	−0.405
x_{15}	x_{25}	−0.048	0.115	0.175	−0.002
x_{16}	x_{26}	0.849	0.936	−0.184	0.237
x_{17}	x_{27}	−0.233	−0.134	0.451	0.659
x_{18}	x_{28}	−0.121	−0.137	0.386	0.658
x_{19}	x_{29}	−0.088	0.108	0.309	0.215
x_{110}	x_{210}	0.083	0.006	−0.030	−0.476
x_{111}	x_{211}	−0.115	−0.122	0.472	−0.083
正準負荷量		$r(z_{11}',x_1)$	$r(z_{21},x_2)$	$r(z_{12}',x_1)$	$r(z_{22},x_2)$
x_{11}	x_{21}	0.589	0.625	0.374	0.376
x_{12}	x_{22}	0.502	0.311	0.243	0.364
x_{13}	x_{23}	0.452	0.428	0.095	0.291
x_{14}	x_{24}	0.753	0.737	0.240	0.090
x_{15}	x_{25}	0.660	0.733	0.431	0.164
x_{16}	x_{26}	0.935	0.966	0.276	0.218
x_{17}	x_{27}	−0.127	0.175	0.272	0.696
x_{18}	x_{28}	0.006	0.028	0.560	0.762
x_{19}	x_{29}	0.546	0.556	0.516	0.445
x_{110}	x_{210}	0.582	0.622	0.444	0.268
x_{111}	x_{211}	0.452	0.359	0.705	0.277

z_{01} での係数ベクトル$\boldsymbol{a}_1$の要素で数値が正で大きいものは x_{05}, x_{06} で，正準負荷量でも大きい。

z_{11} では係数ベクトル $\boldsymbol{b}_1$の要素では x_{12}, x_{19} が正で大きく x_{11} が負で絶対値が大きい。x_{12}, x_{19} は正準負荷量も大きい。

表7で，第2正準相関までとり上げる。z_{11}' の $\boldsymbol{a}_1$ では x_{16} の数値が飛び抜けて大であり z_{21}'の$\boldsymbol{b}_1$ でも x_{26} の数値が大きい他の数値の絶対値が小さいのが特徴である。正準負荷量は z_{11}', z_{21}' とも x_{16}, x_{26} が飛び抜けて大きく，他に 0.5 以上のものが半数含んでいる。z_{12}' で$\boldsymbol{a}_2$の各数値は小さく，z_{22} で x_{27}, x_{28} が大きいだけで他の絶対値は 0.5 以下である。正準負荷量では z_{12}' では x_{111}, z_{22} では x_{27}, x_{28} が大きい。

表8で，第2正準相関までとり上げる。z_{21}'での $\boldsymbol{a}_1$では x_{21} のみ大で他は絶対値が小さい。正準負荷量では x_{21}, x_{23}, x_{29} が大きいのがみられる。z_{31} も $\boldsymbol{b}_1$では x_{31} が大きく他は絶対値が小さい。正準負荷量では x_{31}, x_{33}, x_{35}, x_{37}, x_{311} が 0.7 をこえている。z_{22}' での$\boldsymbol{a}_2$ では x_{29} が大きい。z_{32} での$\boldsymbol{b}_2$では x_{35} が正で大きく，x_{39} が負で絶対値大である。共に正準負荷量が小さい。

第1正準評点の組（z_{01}, z_{11})，(z_{11}', z_{21})(z'_{21}, z_{31}) の分布は相関図として図4，図5，図6に示すが，それぞれ得られた正準相関係数の大きさに相応した分布であることがわかる。

§4 考　察

単純合計点を総合成績とする場合には，それを構成している各科目の評点が大きければ大きい程成績の良さが，数値の大きさで示され，順位もその数値の大きさに対応して決定される。平均点を中心とする数直線上では，平均より高い評点ほど正の方向に進んで位置し，平均より低い評点ほど負の方向に進んで位置する。この正準変量を総合

表8　2学年，3学年の正準相関分析

正準変量		第1		第2	
		z'_{21}	z_{31}	z'_{22}	z_{32}
正準相関係数		$\lambda_1=0.9676$		$\lambda_2=0.9233$	
x^2		267.28		194.33	
自由度		143		120	
Bartlett 検定		1％有意		1％有意	
正準変量の係数		$\boldsymbol{a}_1$	$\boldsymbol{b}_1$	$\boldsymbol{a}_2$	$\boldsymbol{b}_2$
x_{21}	x_{31}	0.693	0.637	−0.163	0.216
x_{22}	x_{32}	0.071	0.181	0.183	−0.096
x_{23}	x_{33}	0.266	−0.097	−0.229	−0.633
x_{24}	x_{34}	0.167	−0.199	−0.522	0.088
x_{25}	x_{35}	−0.248	0.005	−0.624	0.894
x_{26}	x_{36}	−0.296	0.157	0.524	0.345
x_{27}	x_{37}	−0.048	0.208	0.287	0.047
x_{28}	x_{38}	−0.199	−0.042	0.585	−0.118
x_{29}	x_{39}	0.005	−0.019	0.860	−0.768
x_{210}	x_{310}	0.328	−0.143	−0.410	0.218
x_{211}	x_{311}	0.450	0.425	−0.229	−0.250
	x_{312}		−0.060		0.501
	x_{313}		−0.032		−0.068
正準負荷量		$r(z'_{21},x_2)$	$r(z_{31},x_3)$	$r(z'_{22},x_2)$	$r(z_{32},x_3)$
x_{21}	x_{31}	0.894	0.937	−0.049	0.001
x_{22}	x_{32}	0.628	0.646	0.356	0.209
x_{23}	x_{33}	0.778	0.737	0.118	−0.177
x_{24}	x_{34}	0.651	0.077	−0.245	0.259
x_{25}	x_{35}	0.609	0.783	−0.317	0.309
x_{26}	x_{36}	0.609	0.273	−0.079	0.422
x_{27}	x_{37}	0.339	0.726	0.434	0.268
x_{28}	x_{38}	0.246	0.651	0.582	−0.114
x_{29}	x_{39}	0.843	0.671	0.275	−0.228
x_{210}	x_{310}	0.606	0.359	0.026	0.339
x_{211}	x_{311}	0.473	0.725	0.096	−0.155
	x_{312}		0.438		0.313
	x_{313}		0.475		0.114

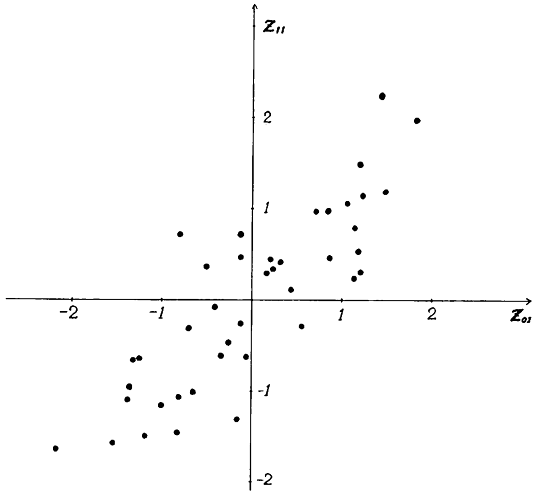

図4　(z_{01}, z_{11}) の相関図

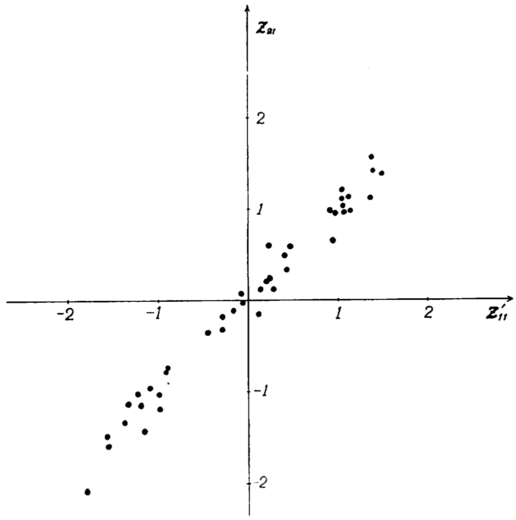

図5　(z'_{11}, z_{21}) の相関図

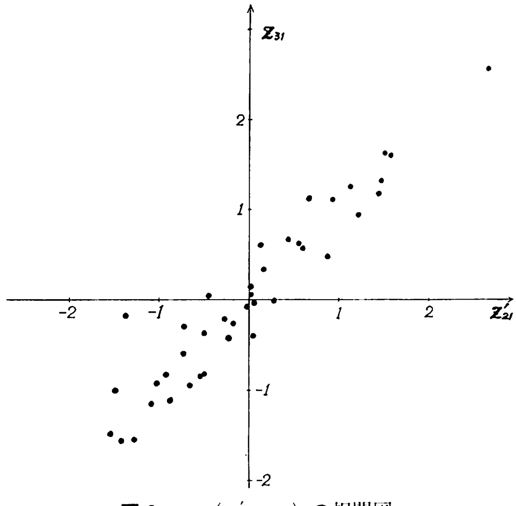

図6　(z'_{21}, z_{31}) の相関図

特性値とした場合，係数ベクトルの要素の数値は負のものも含まれているので，すべての変量が平均値0より大きいからと云って，正準評点が大きくなるとは限らない。係数ベクトルの要素のもつ数値の正負，絶対値の大小によって，評点の大きさが微妙に影響を受ける筈である。すなわち，各正準変量とも係数ベクトルの要素と変量との1次結合であるから，正準変量の正負への変動は正の係数を持つ変量で標準化された数値が正で大きい程，また負の係数を持つ変量で標準化された数値が負で絶対値が大きい程正準評点の正の数値が増大する。平面上では横軸，縦軸とも正の方向で，原点より，より離れた位置の点が対応する。

逆に正の係数を持つ変量で標準化された数値が

負で絶対値が大きい程，負の係数を持つ変量で標準化された数値が正で大きい程正準評点は負の数値で絶対値が増大する。座標軸上では先の場合と逆方向の点が対応する。この他これらの中間的変動や，特定のいくつかの係数の絶対値が大きく他は殆んど0であるような，特定な係数をもつ変量のみ寄与している変動もあり複雑である。この事と変量のもつ特性とを念頭において正準変量の意味を考えることになろう。

正準負荷量は対象となる変量と他の変量との相関係数と係数ベクトルの要素との積和として算出されるから，基礎資料での相関表で対象の変量と他の変量との相関係数と係数ベクトルの要素の数値それぞれの正負，絶対値の大小によつて多様な結果が得られる。概ね，対象の変量と他の変量との相関が高いものが多い変量や，対象の変量の係数の絶対値が大きい変量などは正準負荷量が大きくなるようであるが，絶対的ではなく，0に近い数値を係数にもつ変量でも正準負荷量が大きくなることもある。以上，正準変量のもつ構造上の検討を行つたが，つまるところは係数の数値の絶対値が大で正準負荷量が大である変量は正準変量の変動に対する寄与が大であるというごく常識的な解釈が，数値の内に有する意味の理解を含めて云えそうである。このような観点に立つて，算出された正準変量を見直してみることにする。

z_{01}，は英語，内申が係数，正準負荷量とも正で大きく，これら2変量に関わる特性値と考えられる。

z_{11}は日本史，英語が係数，正準変量とも正で大きく，国語の係数が負で絶対値が大きく逆の動きをしている。英語がz_{01}, z_{11}に共通して寄与しているのが特徴のようである。

z_{11}', z_{21}では化学が係数，正準負荷量とも正で大きく，他の係数の絶対値は小さく化学の評定が正準変量の動きを制している。正準負荷量は半数以上の変量で正の数値が大（0.5以上）である。

z_{12}'では係数の絶対値が0.5以下で特長的なものはない。z_{22}では保体，芸術の係数，正準負荷量ともに大きいが他はそれほどでもなく，これらの影響が強い正準変量である。

z_{21}'では国語の係数，正準負荷量の数値が大きく，他の変量の係数の絶対値が小さい。正準負荷量は保体，芸術，電工実験を除いて0.6以上で大きい。z_{31}も殆んど同じ傾向である。ここでは国語の変動が正準変量に大きく作用するが他の殆んどの変量も似た動きをする特性値である。

z_{22}'では化学，芸術，英語の係数が正で大，数学，物理の係数が負で絶対値大であり，正準負荷量は芸術のみ大きい。

z_{32}では英語の係数が正で大きく，世界史，電気計測で負であり，正準負荷量はすべて絶対値が小さい。z_{22}', z_{32}で英語が共通して変動に寄与している。

次に，先に示した単純合計点を基本とする成績での相関図と正準評点による相関図を同一平面上に描き，各個人の分布の変化を矢線で結んでみたものが，図7，図8，図9である。

○印が単純合計点を基本とする成績での組を表し，●印が正準評点の組を表わしているが，(y_0, y_1) の組では矢線の向きと大きさが多様であるが，傾き1の直線の方向に寄っている様子がみられる。(y_1, y_2) の組ではこの傾向が顕著であり，正準相関係数が大きいことからもうなずける。(y_2', y_3) の組でも同様であるが，矢線の大きさが小さくなっているように思われる。

点(y_0, y_1)，(z_{01}, z_{11})；点(y_1, y_2)，(z_{11}', z_{21})；点（y_2', y_3)，(z_{21}', z_{31}) 間の距離を各個人毎に計算して，それらの平均をそれぞれD_{01}, D_{12}, D_{23}とすると

$$D_{01} = 1.137, \quad D_{12} = 0.815, \quad D_{23} = 0.672$$

であり，確かに変動が小さくなっていることがわかる。学年進行に伴い，単純合計点による成績と正準変量による成績との接近がみられる。

更にy_0, y_1, y_2, z_{01}, z_{11}, z_{11}', z_{21}, z_{21}', z_{31}を総合成績とみて順位の面から検討してみる。順位差

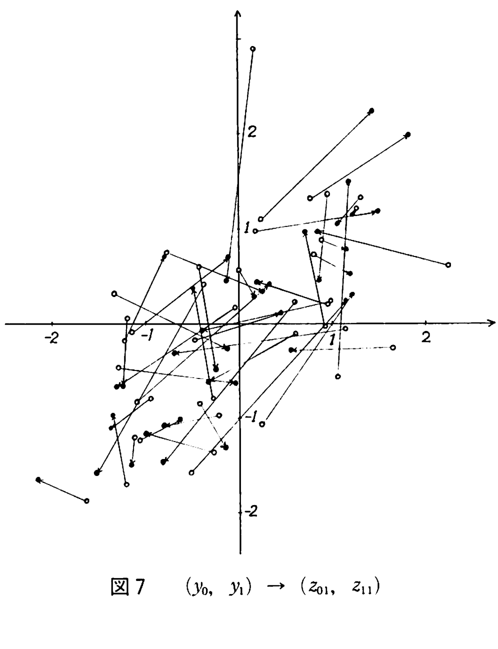

図7　(y_0, y_1) → (z_{01}, z_{11})

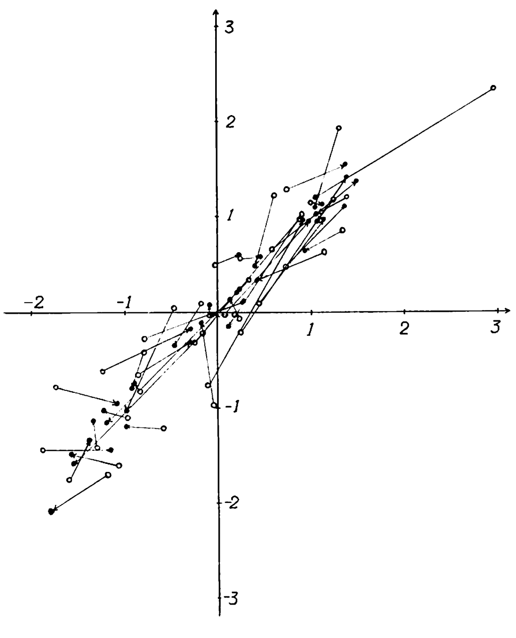

図8 $(y_1, y_2) \rightarrow (z'_{11}, z_{21})$

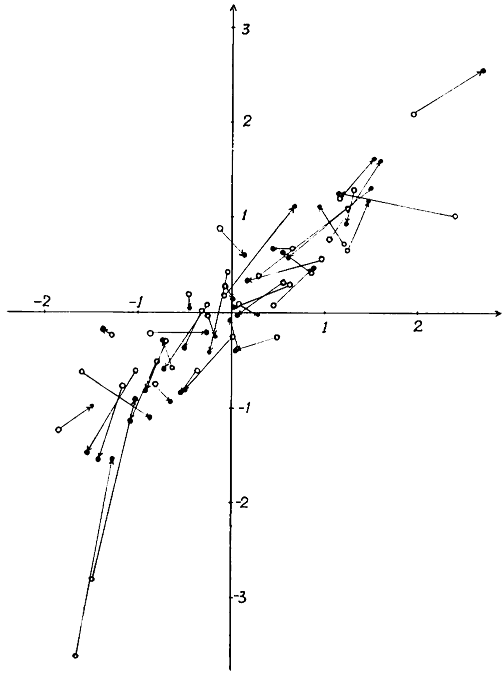

図9 $(y'_2, y_3) \rightarrow (z'_{21}, z_{31})$

の平均は表9の通りであった。

y_0, y_1, y_2間, z_{01}, z_{11}, z_{11}', z_{21}, z_{21}', z_{31} 間では，相関図，図1，2，3，4，5，6の分布状態に対応した数値の変化と考えられる。

y_a, z_{a1} 間では順位差の平均は学年進行に従って変化が小さくなっていることがみられ，図7，8，9の矢線の大きさの平均値の推移と同じ傾向を示している。

以上の検討したことから考えると，正準変量を総合特性値として，主成分の様な意味で考えることには一寸無理な面もあるが係数や負荷量の正準変量に対する解釈や理解の態度は同じと考えてよいと思う。単純合計点による総合特性値とは違った，入学後の教育効果，学習効果を十分に考慮した上で連続する学年の学業成績を同時に取扱うことによりある特殊な変量（科目）に重きをおいた意味での特性値ではないかと考えられる。

通常の総合成績での相関と正準相関との比較では学年進行に伴い接近していく様子が見られたがいずれの場合も連続する学年での総合特性値は学年進行に伴い動きが少なくなって来ているものと理解する。いずれにしても単年度の入学者についてのデータであるからこれらの解釈や理解を強く主張するには資料不足である。何年分もの資料による検討が必要であり，今後の課題と考える。

表9 順位差の平均

総合特性値	平　　　均	差の最大・最小
$y_0 \leftrightarrow y_1$	8.95	0～25
$y_1 \leftrightarrow y_2$	3.76	0～12
$y_2 \leftrightarrow y_3$	4.10	1～17
$z_{01} \leftrightarrow z_{11}$	4.90	0～14
$z'_{11} \leftrightarrow z_{21}$	1.76	0～5
$z'_{21} \leftrightarrow z_{31}$	3.05	0～15
$y_0 \leftrightarrow z_{01}$	8.80	0～25
$y_1 \leftrightarrow z_{11}$	8.09	0～26
$y_1 \leftrightarrow z'_{11}$	6.56	0～20
$y_2 \leftrightarrow z_{21}$	6.44	0～22
$y_2 \leftrightarrow z'_{21}$	4.15	0～12
$y_3 \leftrightarrow z_{31}$	4.00	0～16

§5　あ　と　が　き

本校の入試成績，第1学年，第2学年，第3学年の学業成績に正準相関分析を適用し，得られた正準変量の意味を分析理論に基づいて検討し，単純合計点による入試，学年成績間の相関を比較してみたが，資料が単年度の入学者で1学科のみのものであり，いささか確信を欠くが，当該学科の対象年度学生に限って一応結論らしきものを述べると次のような事になろうかと思う。

(1)　第1正準相関は（入試，1学年）が一番低

く（1学年，2学年）が一番高い。

単純合計点による相関についても傾向は同じである。

(2) 単純合計点による相関図と正準相関図の比較では各個人の占める位置の変化の平均と順位差の平均は同じ傾向を示し，学年進行に伴ってそれらの値は小さくなっている。

(3) 第1正準変量は（入試，1学年）では英語（1学年，2学年）では化学，（2学年，3学年）では国語が係数と正準負荷量の数値が正で絶対値が共に大きくそれぞれ重きをおいているのが特徴的である。

これらの事柄が他の年度でも安定してみられる傾向であるかどうかは更に調査を進める必要がある。離れた学年との関連を考えることも大切ではあるが，連続する学年の関連を考えることもより現実的な意味で重要なことと思われる。正準変量の意味づけはなかなか難しく応用例の少ない理由の1つなのかもしれないが，分析例の累積をもとに，いくらかでもこの点の解決の見通しが得られれば，有用な教育資料を提供できるものと期待したい。

最後に，教育資料作成の示唆と励ましを与えられた本校前教務主事の小野寺隆教授に感謝の意を表するものである。

参　考　文　献

(1) 金田　嶢：「入試成績への主成分分析法の適用について」苫小牧高専第13号（1978）

(2)金田　嶢・今田孝保：「入試データについての一考察」苫小牧高専紀要第13号（1978）

(3) 河口至商：「多変量解析入門Ⅰ」森北出版（1973）

(4) 奥野忠一他：「多変量解析法」日科技連（1971）

(5) *Anderson, T.W*：「*Introduction to Maltivariate Analysis*」*John wiley & Sons(1958)*

(6) *Kendall, M.G.*：「*Multivariate Analysis*」*Charles Griffin(1980)*（奥野忠一。大橋靖雄訳「多変量解析」培風館（1981）

（昭和58年11月30日受理）