

同期発電機の最適制御

佐藤 義則*・長谷川博一**・村井 国昭***

Optimal Control of A Synchronous Machine

Yoshinori SATO, Hirokazu HASEGAWA and Kuniaki MURAI

要旨

自動電圧調整器 (AVR) と調速機 (ガバナー) を含む発電機ユニットの線形化モデルに対して現代制御理論を適用することにより、目標時間内に発電機の状態偏差と制御動作の和を最小化し、同時にモデル系を安定化することができる。

最適制御は行列リカッテル微分方程式を逆時間に数値積分して求め、また、制御入力としての AVR とガバナーの有効性の比較を数値例を用いて行なっている。

Synopsis

Recently, modern control theory has been applied to various fields of engineering problems. Particularly, optimal controls aided by digital computers, such as Direct Digital Control (DDC), have been widely spread among highly automated industries.

We applied Optimal Regulators with quadratic cost functionals to linearized synchronous machine models including automatic voltage regulators and speed governors and then demonstrates that optimal control transfers original unstable systems to a stable states and simultaneously minimizes cost functionals such as states deviations from steady states and excessive control efforts.

Comparisons between AVR and Governors as control inputs are also given with numerical data.

1. まえがき

最近の電力系統においては、発電所ユニットの大形化に加えて、その制御系が複雑、高速化したことや送電系統を有効に活用するために、その能力限界まで負荷を増大することが望まれるようになったことなどから、安定度問題が従前にも増して重要となっている。

発電機ユニットの安定化制御についても、従来の AVR・ガバナー系のアナログ形 PID 制御に対してサイリスタを用いた速応励磁方式の一般化、電気ガバナーの普及、バルブ操作の高速化等によ

り高速な制御動作が可能となっている。さらに、高信頼度運用を図るために系統事故時の安定化や動態安定領域の拡大を目指して PID 制御に代つて現代制御理論を積極的に導入した高度な制御アルゴリズムの適用が提案されている。⁽¹⁾⁽²⁾ このような新しいアルゴリズムを用いた制御を実施するには必然的にデジタル計算機を中核としたデジタル制御方式が必要となり、ミニコンピュータやマイクロコンピュータを用いたいわゆるデジタル AVR やデジタルガバナーの開発研究が進められている⁽³⁾。

本論文は動態安定領域の改善を目的として、AVR・ガバナーを考慮した同期発電機の線形化モデルに対して、2 次形式の状態偏差値を目標時間内に最小化するいわゆる線形最適レギュレータ問題を連続時間系で解析したものである。

* 助教授 電気工学科

** 助手 電気工学科

*** 教授 電気工学科

2. 問題の定式化

(1) 発電機ユニットモデル

動態安定度は中間領域安定度とも呼ばれ、考察する時間も数秒から数分間にわたる解析が必要である。このため、発電機の制御ユニットであるAVRとガバナーの動特性を考察することが不可欠である。本解析においては、以下のように発電機はPark氏の2反作用モデルを用い、AVR・ガバナーは1次遅れ系で表わす。⁽⁴⁾

$$\left. \begin{aligned} \nu_d &= s \phi_d - \psi_q s \theta : \nu_t = \sqrt{\nu_d^2 + \nu_q^2} \\ \nu_q &= s \phi_q + \psi_d s \theta : \nu_{bd} = V_b \sin \delta \\ \nu_d &= s X_e i_d - X_e i_q s \theta + \nu_{bd} : \nu_{bq} = V_b \cos \delta \\ \nu_q &= s X_e i_q + X_e i_d s \theta + \nu_{bq} : V_b = \sqrt{\nu_{bd}^2 + \nu_{bq}^2} \\ \phi_d &= i_f - X_d i_d : \phi_{fd} = i_f - (X_d - X'_d) i_d \\ \phi_q &= -X_q i_q : e_{fd} = i_f + T_{db} s \phi_{fd} \\ M s^2 \delta &= T_m - T_e \\ T_e &= \phi_d i_q - \phi_q i_d + D s \delta \end{aligned} \right\} (1)$$

(1)式を定常運転状態の回りで線形化し、微少項を無視すると次のような発電機ユニットの線形化モデルが得られる。

$$\left[\begin{array}{ccccc} 0, & M s^2 + D s + K_1, & K_2, & 0 \\ 0, & \frac{K_4}{1+s T'_d}, & 1, & -\frac{K_3}{1+s T'_d} \\ 0, & -K_5, & -K_6, & 0 \\ \frac{F_o}{1+s T_v}, & 0, & 0, & 1 \\ 0, & \frac{s G_o}{1+s T_G}, & 0, & 0 \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta V_t \\ \Delta \delta \\ \Delta \phi_{fd} \\ \Delta T_m \\ \Delta e_{fd} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2)$$

ただし、各変数名および定数は付録を参照されたい。K₁～K₆の同期機特性定数は初期運転状態から計算することができる。図-1にモデルユニットの概念図を、図-2には(2)式で表わされるブロック線図を示す。

(2)式のモデルは同期機の状態(state)を表わす状態変数、Δδ, ΔVt, Δϕfdに関する連立微分方程式であり、Δe_{fd}, ΔT_mはそれぞれ、AVR, ガバナーによって制御される制御変数と考えること

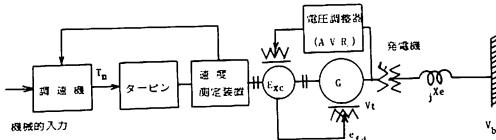


図-1 発電機ユニットモデル

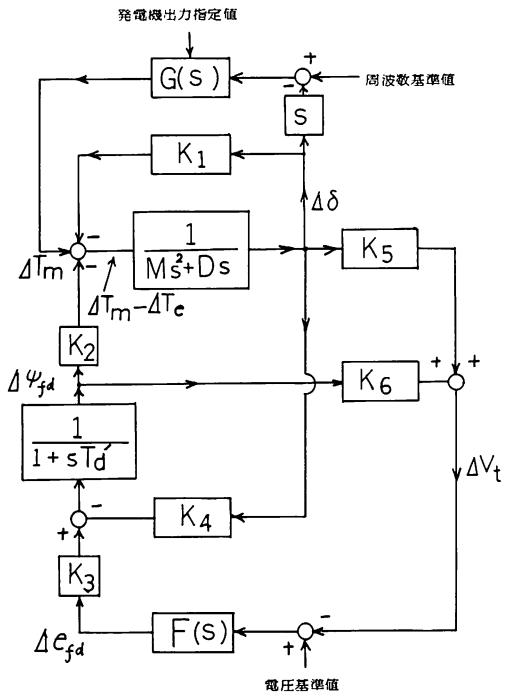


図-2 モデルブロック線図

ができる。従って、いま、状態変数X、制御変数Uを、

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \dot{\delta} \\ \Delta \phi_{fd} \end{bmatrix} \quad \dots \quad (3)$$

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta T_m \\ \Delta e_{fd} \end{bmatrix} \quad \dots \quad (4)$$

とおけば(2)式は次のように表わすことができる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, 1, 0 \\ -\frac{K_1}{M}, -\frac{1}{M}, -\frac{K_2}{M} \\ -\frac{K_4}{T'_d}, 0, -\frac{1}{T'_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0, 0 \\ \frac{1}{M}, 0 \\ 0, \frac{K_3}{T'_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad \dots \quad (5)$$

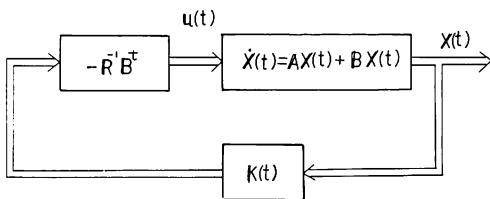


図-3 最適フィードバック制御系ブロック図

- ③ K の値が収束するまで、繰り返し計算を実行する。すなわち、 $K(t) = \bar{K} = \text{const}$
- ④ 最適制御 $u^*(t) = -R^{-1}B^t K(t)X(t)$ を求める。
- また、最適制御系の係数行列 $G = A - BR^{-1}B^t\bar{K}$ を計算する。
- ⑤ Runge-Kutta-Gill 法により最適制御系を順時間で解く。
- 以上の手順を図-4 のフローチャートに示す。

(2) 数値計算

制御アルゴリズムの数値計算上必要なのは、微分方程式の数値解法と行列演算であるが、この他に特性方程式の根を求める必要がある。このためこの論文では高次代数方程式の解法であるBairstow 法を改良した McAuley 法を用いた⁽⁶⁾。これによって、複素数を扱えない BASIC によっても容易に複素根の処理が可能である。

また、行列のランク (rank) の計算は、あらかじめ定めた微少正数 ϵ と絶対値最大の要素から計容限度を設定し、枢軸要素の交換によって順次大きさの順に並べ換えを実行して、計容限度より大きい絶対値をもつ要素の数をこの行列のランクとしている。

4. 数 值 例

(2)式の発電機ユニットモデルより次の3つの場合について数値解析を行なった。即ち、(5)式で与えられる3次系、機械トルクのみを制御変数とし、励磁電圧は状態変数と考えたモデル、及び機械トルクを状態変数と考え、励磁電圧を制御入力と考えたモデルである。

モデル系の数値データを表-1に示す。表-1において、運転状態Iは固有的に安定、運転状態IIとIIIは固有的に不安定である。

また、解析は系が定常運転状態にある時、角速度 $\Delta\omega = X_z(t)$ に $0.1 [p.u]$ のステップじょう乱が加わったものとして行なった。制御の目標時間 T は、発電機制御系の応答を考慮して7.5秒とし

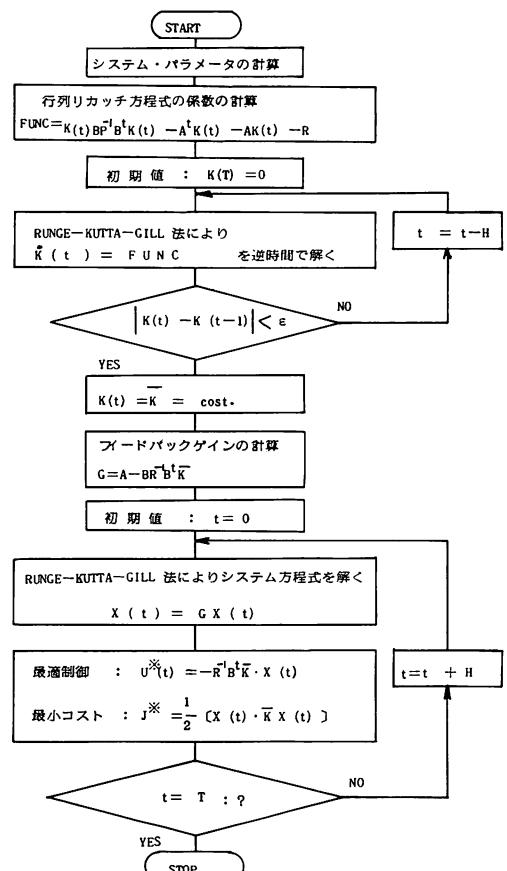


図-4 概略フローチャート

た。

(1) 3次系モデル

この場合のシステム方程式は次式のようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & 1, & 0 \\ -0.24469, & -0.5, & -0.45304 \\ -1.05104, & 0, & -2.13725 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0, & 0 \\ 0.25, & 0 \\ 0, & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_m \\ \Delta e_{fd} \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (18)$$

2次形式評価関数 J は次式を用い、状態量と制御量の重み Q と R は単位行列とした。

$$J = \int_0^T \left\{ X(t)^T Q X(t) + u(t)^T R u(t) \right\} dt \quad \dots \dots \dots (19)$$

表-1

	運転状態 I	運転状態 II	運転状態 III
	$Q = -0.6$	$Q = -0.8$	$Q = -1.0$
V_{t0}	0.873115	0.8261256	0.7705655
i_{q0}	1.200248	1.290312	1.262775
v_{d0}	0.732151	0.7870901	0.7702929
v_{q0}	0.475694	0.2509435	0.02049827
i_{d0}	0.5860126	0.8591232	-1.331813
E_{q0}	0.8331617	0.7750086	-0.7919125
δ_0	67.54	83.49	76.08
K1	0.9787663	0.7677783	0.3857288
K2	1.812139	1.948117	1.906543
K3	0.4678901	0.4678901	0.4678901
K4	0.4917715	0.5286729	0.5173905
K5	-0.09188306	-0.1214609	0.1672342
K6	0.1709251	0.0952971	0.0033435
$P = 1.0 \quad V_b = 1.0 \quad X_d = 0.93 \quad X_q = 0.61 \quad X_d = 0.35 \quad X_e = 0.16$			

(18式の系の運転状態 II)に対応する解析結果を表-2及び図-5～図-7に示す。表-2からわかるように、この系の固有値のうち最後の1個の実数部が正のため、この系は制御なしでは不安定であり、このことは図-5(a)からも確認できる。この系にAVRとガバナーによる最適制御を適用すると、図-6、図-7のように目標時間内にはほぼ安定化されることがわかる。図-5(b)

は各時点における行列リカッチ微分方程式の解であり、どの状態変数に対してフィードバック利得が大きいか、その寄与率を表わしている。

(2) 4次系モデルー制御変数： Δe_{fd} の場合

この場合は機械的入力 ΔT_m も状態とみなし、制御系はAVRのみと考えた場合であり、システム方程式は次のようになる。

```
*A-MATRIX*
 0.00000  1.00000  0.00000
-0.24469 -0.50000 -0.45304
-1.05104  0.00000 -2.13725

*B-MATRIX*
 0.00000  0.00000
 0.25000  0.00000
 0.00000  1.00000

*Vc-MATRIX*
 0.00000  0.00000  0.25000
 0.25000  0.00000 -0.12500
 0.00000  1.00000  0.00000

CONTROLLABLE; RANK Vc= 3 =DIM(X)
Ok

N= 3
A( 0 )= 1
A( 1 )= 2.63725
A( 2 )= 1.813315
A( 3 )=-.046801

***** EIGEN-VALUES *****
-7.1837D-01 +J 0.0000D+00 ( EPS.=0.1D-08 )
-1.9523D+00 +J 0.0000D+00 ( EPS.=0.1D-08 )
3.3371D-02 +J 0.0000D+00 ( EPS.=0.0D+00 )
```

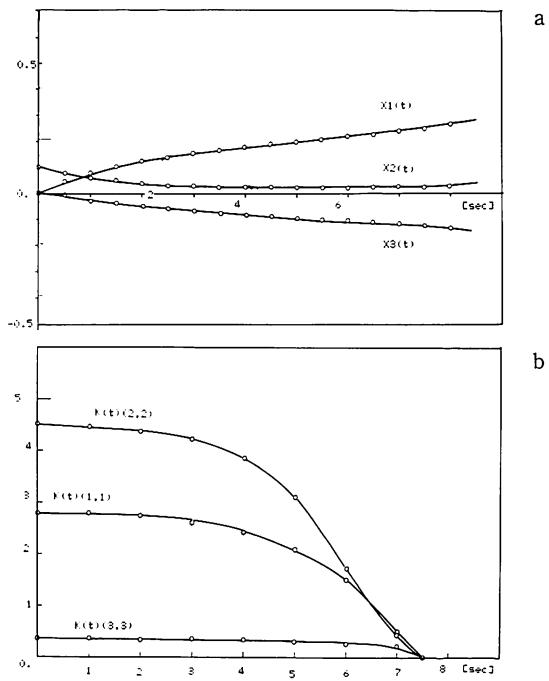
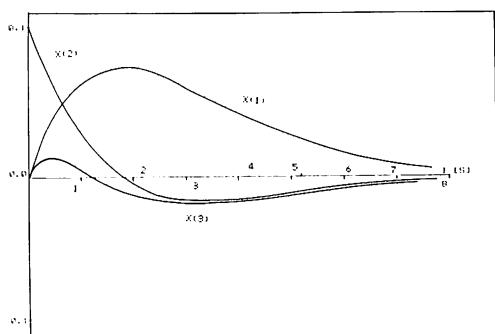
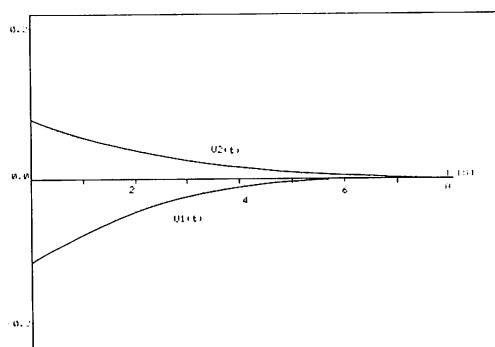


図-5



— 6



四 - 7

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.19195 & -0.5 & -0.48703 & 0.25 \\ -1.12991 & 0 & -2.13725 & 0 \\ 0 & -0.2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta e_{fd} \quad \dots \dots \dots \quad (20)$$

評価関数は(19)式を用い、運転状態はIIである。表-3に示すように、この系もまた正の実部を持つ根が1個あり、制御なしでは不安定である。図-8参照。この系に対してAVRによる最適制御を適用すると図-9、図-10のように安定化されることが観察される。ただし、この場合は目標時間で制御動作を打ち切っても位相角偏差 $\Delta\delta$ が他の偏差に比較して大きく残るうらみがあり、重み行列 Q を適当に選択する必要があると考えられる。図-11はこの系の $K(t)$ の時間解である。

(3) 4 次系モデル一制御変数： ΔT_m の場合

この場合は AVR 出力の Δe_{fd} を状態変数とみな
し、機械的入力 ΔT_m を制御変数としてガバナ

表-3

A-MATRIX

0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
-0.19195	-0.50000	-0.48703	0.25000
-1.12991	0.00000	-2.13725	0.00000
0.00000	-2.00000	0.00000	-2.00000

B-MATRIX

0.00000
0.00000
1.00000
0.00000

VC-MATRIX

0.00000	0.00000	-0.48703	1.28442
0.00000	-0.48703	1.28442	-2.52988
1.00000	-2.13725	4.56784	-9.21231
0.00000	0.00000	0.97406	-4.51696

CONTROLLABLE; RANK Vc= 4 =DIM(X)

N= 4

$$A(0) =$$

$$A(-1) = -4.63725$$

$$A(2) = 7.035075$$

$$A(3) = 3.4497$$

$$A(-4) = -.53011$$

***** EIGEN-VALUES *****

```

-1.2754D+00 +J -5.9495D-01 ( EPS.=0.1D-08 )
-1.2754D+00 +J 5.9495D-01 ( EPS.=0.1D-08 )
 1.2124D-01 +J 0.00000D+00 ( EPS.=0.1D-08 )
-2.2077D+00 +J 0.00000D+00 ( EPS.=0.1D-08 )

```

Ok

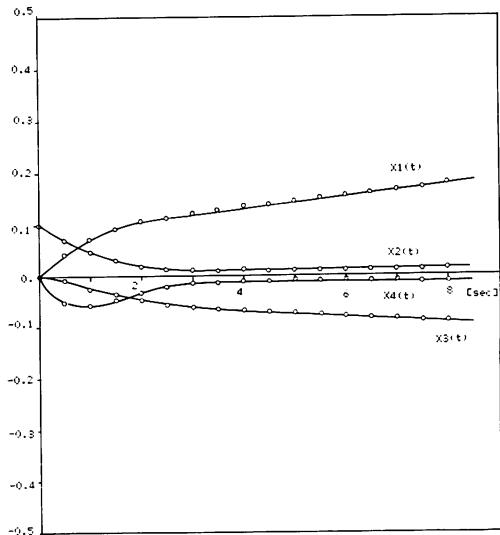


図-8

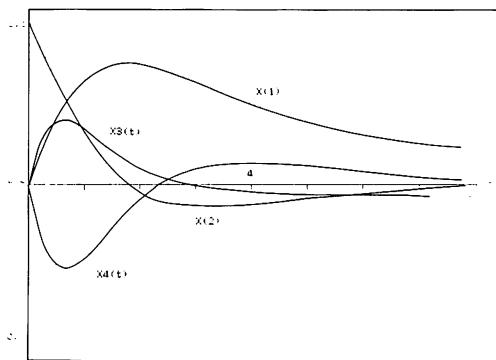


図-9

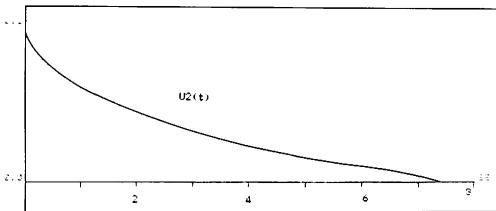


図-10

のみによる最適制御を考える。評価関数は前2者と同じで、運転状態も同じくIIである。この場合、システム方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.19195 & -0.5 & -0.48703 & 0 \\ -1.12991 & 0 & -2.13725 & 1 \\ 2.42921 & 0 & -1.90594 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.25 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_m \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

この系は表-4に示すように2組の実数部が正の共役複素根をもち安定である。図-12参照。(3)の場合と比較すると、この場合は状態変数に Δe_{fd} を導入することで $\Delta \omega$ の 0.1 [p.u] のステップじょう乱に対しても固有的に安定となる証で、換言すれば AVR の安定化効果を示している。

この安定な系に対しても、 ΔT_m を制御入力とした最適制御を実行すると図-13～図-15の結果が得られた。

同じ(4)次系で初期運転状態IIIでは、シミュレーションの結果図-16に示すように発散し、AVRを考慮しても不安定であることがわかった。運転状態IIIで同様に ΔT_m を入力として最適制御を実行した結果が図-17であり、良好な結果が得られている。

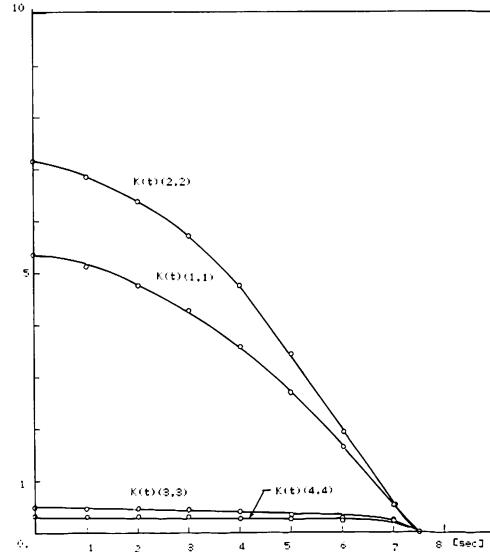


図-11

表-4

A-MATRIX			
0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
-0.19195	-0.50000	-0.48703	0.00000
-1.12991	0.00000	-2.13725	1.00000
2.42921	0.00000	-1.90594	-2.00000
B-MATRIX			
0.00000			
0.25000			
0.00000			
0.00000			
Vc-MATRIX			
0.00000	0.25000	-0.12500	0.01451
0.25000	-0.12500	0.01451	0.15431
0.00000	0.00000	-0.28248	1.35227
0.00000	0.00000	0.60730	-0.97987
CONTROLLABLE: RANK Vc= 4 =DIM(X)			

N= 4
A(0)= 1
A(1)= 4.637255
A(2)= 8.4409946
A(3)= 8.33405
A(4)= 1.268807

***** EIGEN-VALUES *****

```
-2.1287D+00 +J -1.44950D+00 ( EPS.=0.10-08 )
-2.1287D+00 +J 1.44950D+00 ( EPS.=0.10-08 )
-1.89950D-01 +J -3.9399D-01 ( EPS.=0.10-08 )
-1.89950D-01 +J 3.9399D-01 ( EPS.=0.10-08 )
Ok
```

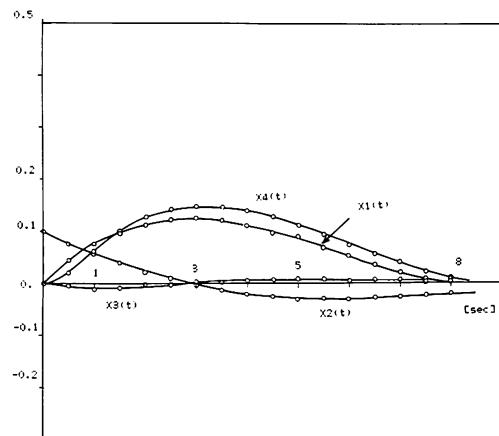


図-12

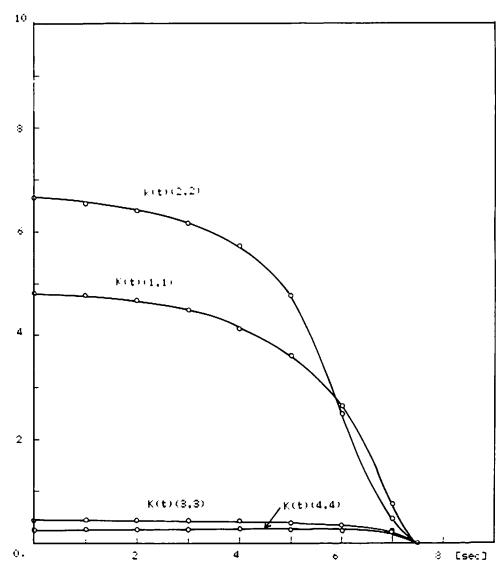


図-15

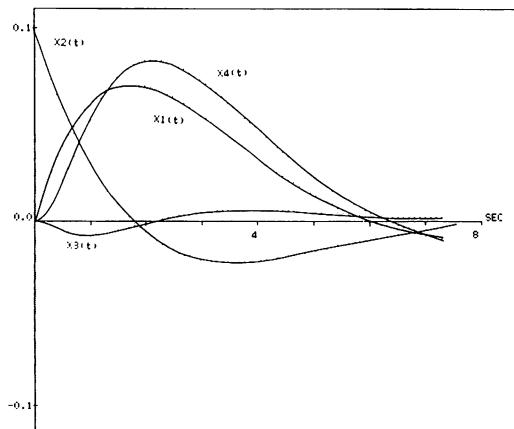


図-13

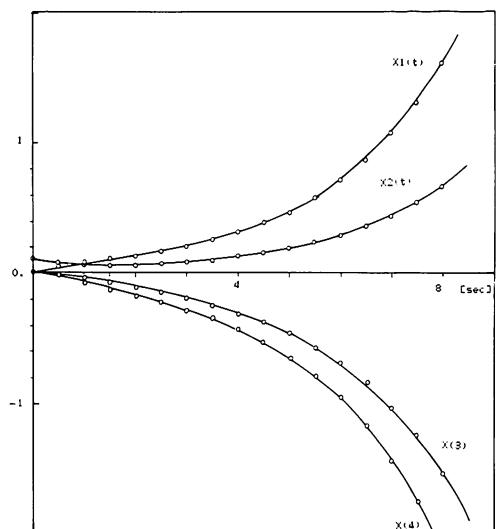


図-16

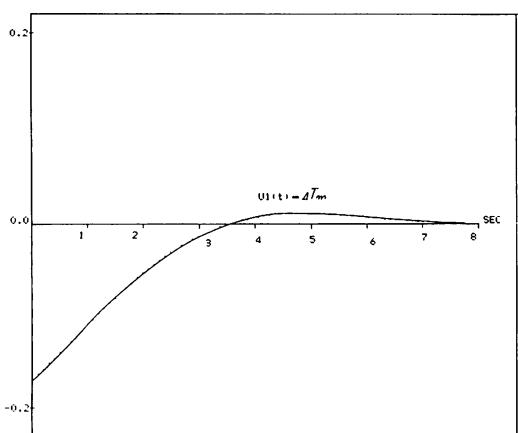


図-14

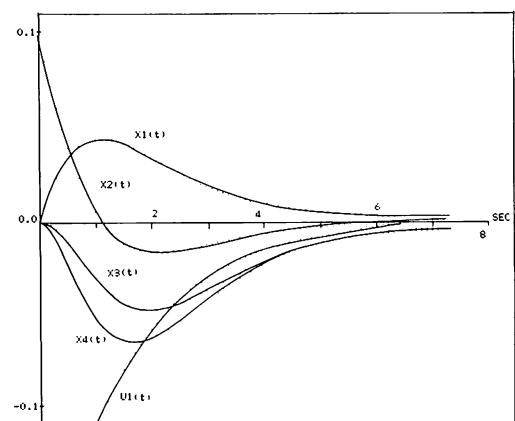


図-17

5. 結 論

以上のシミュレーションの結果から、AVR、ガバナーを考慮した同期発電機ユニットモデルへの外部じょう乱に対して、行列リカッチ微分方程式を解いて得られた状態最適フィードバック制御を適用し、制御なしでは不安定な系を目標時間内に安定な状態へ推移させることができた。目標時間内の状態偏差が大きい場合でも重み行列を大きくすることや、逆に目標時間を延長することによって満足できる最適制御が可能である。

今後はさらに多機系統への拡張、パラメータ感度を評価関数として最小化する最適制御系の構成の他、最短時間制問題や離散値系における解析に考察を進めたい。

尚、本研究の数値計算は卒研生の村田英司君(16期)の協力をいただいた。記して謝意を表する。

付 錄

(1) 定数と変数名

ψ_d, ψ_q	: 電機子磁束鎮交数の直軸及び横軸成分
ψ_{fd}	: 界磁巻線の磁束鎮交数
i_d, i_q	: 電機子電流の直軸及び横軸成分
V_d, V_q	: " 端子電圧の直軸及び横軸成分
V_t	: " 卷線端子電圧
V_{bd}, V_{bq}	: 無限大母線電圧の直軸及び横軸成分
V_b	: 無限大母線電圧
e_{fd}	: 発電機界磁電圧
i_f	: 界磁電流
X_d, X_q	: 電機子巻線の直軸及び横軸リアクタンス
X'_d	: " の過渡リアクタンス
T'_{do}	: 開路時定数
X_e	: 外部系統のリアクタンス
δ	: 電機子横軸と無限大母線間の相差角
ω	: 回転子角速度
θ	: " 位置
M	: 発電機慣性定数
D	: " 制動係数
T_m	: " の機械的入力トルク
T_e	: " の電気的出力 "
S	: ラプラス演算子

(2) 同期機特性定数 $K_1 \sim K_6$ (本文(2)式)

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \frac{E_{q0} V_b}{X_e + X_q} \cos \delta_o + \frac{X_q - X'_d}{X_q} \cdot \\
 &\quad \frac{U_{do} V_b}{X'_d + X_e} \sin \delta_o \\
 K_2 &= \frac{V_b}{X'_d + X_e} \sin \delta_o \\
 K_3 &= \frac{X'_d + X_e}{X_d + X_e} \\
 K_4 &= \frac{X_d - X'_d}{X_d + X_e} V_b \sin \delta_o \\
 K_5 &= \frac{X_q}{X_d + X_e} \cdot \frac{V_{do}}{V_{to}} \cdot V_b \cos \delta_o \\
 &\quad - \frac{X'_d}{X'_d + X_e} \cdot \frac{V_{q0}}{V_{to}} \cdot V_b \sin \delta_o \\
 K_6 &= \frac{X_e}{X'_d + X_e} \cdot \frac{V_{q0}}{V_{to}}
 \end{aligned}$$

添字の 0 は初期値を表す。

$K_1 \sim K_6$ は本文表-1 の初期運転状態が与えられれば計算できる。

参 考 文 献

- (1) 高橋安人 : システムと制御 ; 岩波書店
- (2) 成田誠之助 : ディジタルシステム制御 ; 昭晃堂
- (3) D. M. Auslander, Y. TAKAHASHI, M. Tomizuka; Direct Digital process Control; Proc. IEEE, Vol. 66, No 2. 1978
- (4) 関根泰次 ; 電力系統解析理論 ; 電気書院
- (5) M. Athans, P. L. Falb; Optimal Control; pp. 750 McGraw-Hill Book.
- (6) 山内, 森口, 一松 ; 電子計算機のための数値計算法 (I) ; 培風館

(昭和 58 年 12 月 5 日受理)

