LP 問題による道路網容量の算定について

Calculation of the Road Network Capacity by Linear Programming Problem

桝　谷　有　三*
By
Yuzo MASUYA

要　旨

本研究は，既存道路網の交通処理能力を表わす道路網容量を LP 問題によって算定するとともに，双対問題を通して道路網容量を規定する最小カットおよび最小カットを通過する OD 交通等について考察した。

1. ま　え　が　き

ネットワーク構造をもつシステムは現実の社会においても数多く見出されており，ネットワーク上を流れるフローが水，電気，情報あるいは自動車などであるとき，それぞれのフローが流れるネットワークを水道網，電気回路網，通信網あるいは道路網などという。これら各種のフローがネットワーク上を流れるときの問題としては，フローがネットワークを構成する各枝をどのように流れるかという配分問題，各フローがどのように流れればよいかという最適フロー問題，さらには与えられたネットワークでどれ程のフローを流し得るかという最大フロー問題などがある。これらのネットワークフロー問題はネットワークを構成する各枝（リンク）に物理的な機能としての流れの大きさを制限する枝容量あるいは枝を流れるのに要する費用，時間，距離などが与えられることからそれぞれ考えられる。自動車が流れる道路網においても，各リンク（道路区間）に交通容量あるいはリンクを走行するのに要する時間，距離などが物理的な機能として与えられていることから，前述の各種のネットワークフロー問題が考えられる[1),2)]。道路網において，配分問題，最適フロー問題は交通量配分問題であり，最大フロー問題は道路網容量問題となる。本研究においてはこの道路網容量問題について考察する。

道路網容量は，各種の道路網計画を行うときの量的評価要因として，また道路網の運用効率を表わす要因として重要な要因であると考えられているが，実際に次のような各種の問題に実用的な意義がある。(1)増大する自動交通需要の増大に対して既存道路網においてはどの程度まで処理できるのか。(2)各種の災害に伴って各リンクの交通容量が減少したとき，道路網の交通処理能力はどの程度低下するのか。(3)一方通行システム，右・左折の禁止などの各種の交通規則を導入したとき，道路網の運用面からはどのような効果を発揮するのか。(4)住宅地開発，工業団地開発あるいは都市活動施設の移転が，既存道路網の交通処理能力にどのような影響を与えるか，などである。また，これら各種の問題を考えるとき道路交通の面からはどのような対策を講ずることができるのかについても合わせて検討することができる。

道路網容量に関する従来の研究は，実際の交通流に則したときの最大容量を求めようという点から各種の交通量配分手法を利用した方法[3),4)]と LP 法[5)]あるいはカット法[4)]のように交通量配分を経ないで唯一の最適解を得る方法がある。これらの研究に対して，本研究は各 OD 交通の配分交通量に関する変数としてルート交通量を用いた LP 問題（線形計画問題）として定式化した。その結果，LP 問題の双対問題より道路網容量を規定する最小カットおよび最小カットを通過する OD 交通を容易に探索することができた。また，各 OD 交通の配分対象経路の与え方が道路網容量に及ぼす影響についても考察することができた。さらに，環境要因を考慮した道路網容量の算定を LP 問題を基礎とした目標計画法によって定式化した。

＊　助教授　土木工学科

2．線形計画問題による問題の定式化

いま，対象とする道路網がm本のリンクとn個のノードからなるネットワークで，そのネットワーク上にq個のOD交通が存在するものとし，k番目のOD構成比をP_kとする。このとき，各OD交通の配分交通量の変数としてはルート交通量あるいはリンク交通量が考えられるが，次の点からルート交通量を用いる。①すでに多くのOD交通が既存道路網において走行経験を有していること，②ルート交通量はリンク交通量に比べて取り扱う変数を大幅に減少させることができる，③さらに，事前にOD交通の走行経路の探索という手間を要するが，配分対象経路を指定できるため各OD交通の走行便益を考慮することができる，などである。また，各OD交通の配分対象経路の与え方によっては各OD交通の走行形態を考えない絶対最大容量（道路網容量の上限）から実際の交通の流れを考慮した道路網容量（道路網容量の下限）を求めることもできるので，いわゆるモデルの操作性を高めることができる。k番目のOD交通の走行可能な経路の本数をn_k，そのうちあるルートrに配分される交通量を$Y^k{}_r$とする。

制約条件としては，まず式(1)のOD交通に関する連続条件が考えられる。

$$\sum_{r=1}^{n_k} Y_r^k = P_k \cdot F \quad (k=1,2,\cdots,q) \qquad \cdots(1)$$

次に，式(2)で表わされる各リンクの容量制限式および式(4)の配分交通量の変数に関する条件も考えられる。

$$\sum_{k=1}^{q}\sum_{r=1}^{n_k} {}_i\delta_r^k \cdot Y_r^k \leqq C_i \quad (i=1,2,\cdots,m) \qquad \cdots(2)$$

$$Y_r^k \geqq 0 \quad \begin{pmatrix} k=1,2,\cdots,q \\ r=1,2,\cdots,n_k \end{pmatrix} \qquad \cdots(3)$$

ここで

${}_i\delta_r^k$；　k番目のOD交通のr番目のルート交通量がリンクiを通過するとき1，そうでないとき0をとる定数

C_i；　リンクiの交通容量

そして，目的関数は式(4)の処理可能交通量（道路網容量）Fを最大化することとなる。

$$F \rightarrow \text{最大化} \qquad (4)$$

式(1)〜(4)の定式化による道路網容量の算定は，各OD交通の走行可能な経路を与えたときの，既存道路網において物理的に処理可能な交通量である。しかし，式(4)で求められる道路網容量が物理的に処理可能としても，自動車交通の増加に伴う大気汚染，騒音あるいは振動などによる沿道環境の悪化，地域住民の生活環境の保持等を考えたとき，実際にこの交通量を流し得るかどうかについても考えてゆかなければならない。環境要因の本問題への導入としては，交通量と環境評価要因とを線形あるいは非線形関数で表わすことか，道路環境レベルは交通量に依存することから各リンクに環境交通容量を設定することなどが考えられる。ここでは，排出汚染物質量が総走行台距離と一般に線形関係にあることから，式(5)を新らたな制約条件として考える。

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{q}\sum_{r=1}^{n_k} {}_i\delta_r^k \cdot Y_r^k \cdot d_i \leqq TD \qquad \cdots(5)$$

ここで

d_i；リンクiの距離

TD；許容される総走行台距離

そうすると，既存道路網の容量Fは式(1)〜(3)あるいは式(5)の制約条件のもとで，式(4)の目的関数を最大化するLP問題として定式化して求めることができる。そして，このとき各OD交通の配分交通量（ルート交通量）をも同時に求めることができる。したがって，各リンクの区間交通量も各OD交通の配分量から求めることができるので，区間交通量が交通容量に達しているかどうかによって各リンクの混雑状況を把握することも可能である。しかし，この区間交通量はLP問題（主問題）の結果から得られるひとつの配分結果を通して求められるので，配分のされ方によっては交通容量以下に納まるリンクもある。それ故，道路網容量を規定するようなリンク，いわゆる隘路区間の選定にあたってはかならずしも正確な選定をすることができない。そこで，本研究においては次章で述べる双対問題を通して隘路区間の選定および隘路区間をかならず通過しなければならないOD交通などについて考察する。

3．双対問題による最小カットの探索

(1)　LP問題の相補性定理[6),7)]

一般のLP問題では，1つの問題に対して，これと表裏の関係にあるもう1つのLP問題が必ずある。そして，1つの問題の解が求められるとき，それは同時に他方の解と密接な関係がある。このような1対の問題を双対問題という。

いま，式(6)のLP問題をここで主問題とよび，この主問題に対して，行ベクトル**y**を変数とする式(7)の問題を双対問題という。

$$P:\quad \left.\begin{array}{l} z=\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{x} \rightarrow \text{最小化} \\ \boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{x}\geqq\boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{x}\geqq 0 \end{array}\right\}\quad\cdots(6)$$

$$D:\quad \left.\begin{array}{l} w=\boldsymbol{y}\cdot\boldsymbol{b} \rightarrow \text{最大化} \\ \boldsymbol{y}\cdot\boldsymbol{A}\leqq\boldsymbol{c} \\ \boldsymbol{y}\geqq 0 \end{array}\right\}\quad\cdots(7)$$

ここで，変数 y_i は双対変数であり，主問題の制約式にそれぞれ対応している。そして，この変数 y_i は，経済的な意味において主問題の右辺ベクトル $\mathbf{b}$ の潜在価格 (Shadow price) と呼ばれ，右辺ベクトルの特定の 1 つの b_i だけを 1 単位 (少しだけ) だけ制約を緩和したときの目的関数値 w の増加量を示している。

式(6), (7)の LP 問題にそれぞれ余裕変数(Slack variable) $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\mu}$ を導入して制約式を等式条件にすると，式(8), (9)となる。

$$P':\quad \left.\begin{array}{l} z=\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{x} \rightarrow \text{最小化} \\ \boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\lambda}=\boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{x}\geqq 0,\ \boldsymbol{\lambda}\geqq 0 \end{array}\right\}\quad\cdots(8)$$

$$D':\quad \left.\begin{array}{l} w=\boldsymbol{y}\cdot\boldsymbol{b} \rightarrow \text{最大化} \\ \boldsymbol{y}\cdot\boldsymbol{A}+\boldsymbol{\mu}=\boldsymbol{c} \\ \boldsymbol{y}\geqq 0,\ \boldsymbol{\mu}\geqq 0 \end{array}\right\}\quad\cdots(9)$$

そして，これら主問題と双対問題の各変数間における双対定理の最適性の条件は，次のような相補性定理 (Complementary theorem) にいいかえることができる。

［相補性定理］ 主問題の可能解 ($\boldsymbol{\chi}$, $\boldsymbol{\lambda}$) と双対問題の可能解 (y, μ) が式(10)を満たすとき，かつそのときのみ，($\boldsymbol{\chi}$, $\boldsymbol{\lambda}$) は主問題は最適解であり，(y, μ) は双対問題の最適解である。

$$\boldsymbol{\mu}\cdot\boldsymbol{x}=\boldsymbol{y}\cdot\boldsymbol{\lambda}=0 \quad\cdots(10)$$

この相補性定理は式(10)からも理解できるように，各変数の非負性もあることから主問題と双対問題において，対応する変数のどちらか少なくとも一方は 0 でなければならないという条件を示している。そして，相補性定理は経済的には一般に次のような意味をもっていると理解されている。

(1) 最適解において余裕のある制約式 ($\boldsymbol{\lambda}_i$ が正値を取る制約式) で制約を緩和しても目的関数値を何んら増加させることはできない。

(2) 潜在価格が正の値を取る制約式 ($y_i>0$ に対応する制約式) の制約を緩和させると，目的関数値を増加させることができる。

(2) 最小カットの探索

いま，式(1)～(4)の道路網容量問題 (主問題) の双対問題の定式化を考える。y_k を式(1), w_i を式(2)に対するそれぞれの双対変数とすると，双対問題式(11)～(13)の制約条件のもとで，式(14)の目的関数を最大化する問題として定式化することができる。

$$y_k-\sum_{i=1}^{m} {}_i\delta_r^k\cdot w_i\leqq 0 \quad \begin{pmatrix} k=1,2,\cdots,q \\ r=1,2,\cdots,n_k \end{pmatrix}\cdots(11)$$

$$\sum_{k=1}^{q} p_k\cdot y_k\leqq 1 \quad\cdots(12)$$

$$w_i\geqq 0 \quad (i=1,2,\cdots,m) \quad\cdots(13)$$

$$\sum_{i=1}^{m} C_i\cdot w_i \rightarrow \text{最大化} \quad\cdots(14)$$

ここで，y_k は正，負いずれも取り得る自由変数である。そして，式(2)の余裕変数を $\boldsymbol{\lambda}_i$ とすると，相補性定理の式(10)より双対変数 w_j との間には式(15)の関係式を得る。

$$\lambda_i\cdot w_i=0 \quad (i=1,2,\cdots,m) \quad\cdots(15)$$

この式(15)より，前述のように $\boldsymbol{\lambda}_i$, w_i のうちいずれか一方はかならず 0 を取らなければならない。そして，各リンクの $\boldsymbol{\lambda}_i$ と w_i の取り方としては，式(16)に示す 3 つの組合せが考えられる。

$$\left.\begin{array}{ll} \text{(i)} & \lambda_i=0,\ w_i>0 \\ \text{(ii)} & \lambda_i>0,\ w_i=0 \\ \text{(iii)} & \lambda_i=w_i=0 \end{array}\right\}\quad\cdots(16)$$

双対変数および相補性定理のもつ経済的な意味から，交通容量一杯に配分交通量が流れて隘路区間として選定されるリンクは，双対変数 w_i が正値を取る式(16)の(i)の場合である。そして，(ii), (iii)の各リンクは交通容量以下しか流れていない，あるいは配分のされかたによっては交通容量以下に区間交通量を抑えることができるリンクである。特に，(iii)のリンクは主問題だけからでは判断できないリンクであり，双対問題を通して隘路区間を正確に選定するのもこのようなリンクが多く存在する場合もあるからである。

双対変数 w_i が正値を取るリンクは，どのような配分の仕方を考えても交通容量以下に抑えることが不可能なリンクであるとともに，これら正値を取りリンクの集合がカットセットを構成して道路網容量を規定することになる。本研究では，この道路網容量を規定するカットを最小カットという。そして，前述の相補性定理のもつ経済的な意味を考えると，これら最小カットを構成するリンクを対象にしたリンク交通容量の増加は道路網容量を増強させることが可能である。一方，最小カットに含まれていないリンク，いわゆる双対変数が 0 を取るリンクを対象に容量増加を図っても道路

網容量の増強にはつながらないことになる。このような議論は，式(1)に対する双対変数 y_k に対しても同様に行うことができるので，この双対変数 y_k から最小カットをかならず通過しなければならない，あるいは同じカットを2度通過しなければならないOD交通を求めることができる。すなわち，y_k が正値を取るOD交通は，最小カットを構成するリンクを通過しないでは目的地に到達することができないOD交通である。そして，この最小カットをかならず通過するOD交通の発生・集中交通量を抑制すると，リンク交通容量の増加と同様に道路網容量をより増強させることも可能である。一方，最小カットを通過しないで目的地に到達可能なOD交通を対象に発生・集中の抑制を考えても道路網容量には影響しないこととなる。また，OD交通の走行可能な経路の与え方によっては最小カットを2度通過しなければならないOD交通も考えられるが，このようなOD交通も双対変数から容易に判断することができる。すなわち，同じカットを2度通過するOD交通に対応する双対変数は，最小カットを構成するリンクに対応する双対変数 w_i の2倍の値を取ることになるからである。

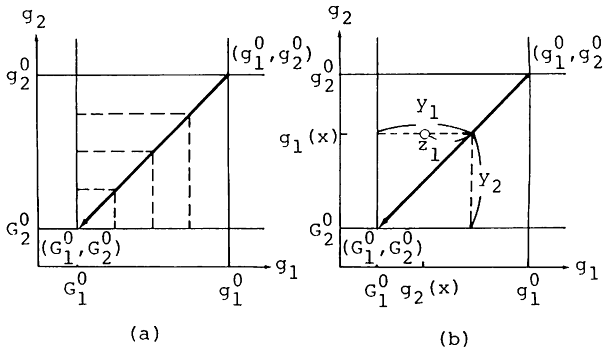
このように，双対問題を解いて各リンクの容量制限式あるいは各OD交通の連続条件式に対応する双対変数を求めると，道路網容量を規定する最小カットおよび最小カットを通過するOD交通などについて考察することができる。そして，これら最小カットあるいは最小カットを通過するOD交通の探索は，自動車交通需要の増大に伴って生ずる各種の道路交通問題に対して道路交通の面から検討し，また種々の対策を講ずるうえでも有用となってくる。

4．目標計画法による問題の定式化

(1) 目標計画法[8),9)]

複数目標の達成度をある均衡（バランス）を保ちながら増大させることを目的とした計画問題を数学的に定式化する方法のひとつとして目標計画法 (Goal Propamming) がある。ここでは伏見・山口らによる目標計画法の概要について述べる。

いま，m種の目標 G_1，G_2，…，G_m のそれぞれが状態 x_j（$j=1$，2，…n）によって達成されている水準 g_i (x_1，…x_n)（$i=1$，2，…，n）とする。さらに，m 種の目標のそれぞれに「これ以下になれば満足だ」と考えられる水準（満足水準）を設け，これを G°_1，…，G°_m とする。通常は，技術的・物理的な制約条件が存在するために，これらの複数目標をすべて満足水準以下にすることはできない。そこで，目標の不達成による不満足の程度を最小にするように x_j（$j=1$，2，…，n）を決定することが問題となる。いま，m種の目標について「これ以上になることは避けたい」という最低の水準(許容水準)を設け，これを g°_1，g°_2，…，g°_m とする。そして，1組の目標の達成水準 (g_1，g_2，…，g_m) を軸とする直交座標系を考え，この空間上に目標全体の望ましい改善の方向を示すGベクトル $\overrightarrow{g^\circ G^\circ}$ を考える。目標が2つの場合については図－1(a)に示した。さらに，Gベクトル上の任意の1つの点の効用と等しい効用をもつ点の集合をn次元空間の中に決めることを目的として，目標計画法ではL字型効用関数とよばれる関数を用いて規範的に等効用点を規定する。このようなL字型効用関数は各目標の達成水準のうち最も低い水準にあるものをできる限り引き上げてゆき，結果的に目標全体の水準を引き上げるというMax－Min計画法の考え方に基づいている。したがって，そのメカニズムも直観的に理解しやすく，また数理計画問題として容易に定式化し得るという利点をもっている。そして，L字型効用関数を数学的に表現するために，図－1(b)に示すような満足水準からのかい離を示す補助変数y，zを導入する。このとき，L字型効用関数は次のように定式化することができる。



図－1　L字型効用関数

$$g_i(x_1, x_2, \cdots, x_n) - y_i + Z_i = G_i^0 \quad (i=1,2,\cdots,m) \cdots(17)$$

$$g_i(x_1, x_2, \cdots, x_n) \leqq g_i^0 \quad (i=1,2,\cdots,m) \cdots(18)$$

$$\frac{y_1}{\lambda_1} = \frac{y_2}{\lambda_2} = \cdots\cdots = \frac{y_m}{\lambda_m} \quad \cdots(19)$$

ただし，$\lambda_i = g^\circ_i - G^\circ_i$ である。そして，y_i の中の任意の1つの最小化を図ることによって，目標全体

の達成度を G ベクトルに沿ってできる限り増大させることができる。

(2) 問題の定式化

道路網容量問題を目標計画法として定式化する場合，道路網を評価し得る各種の要因を通しての定式化が考えられるが，ここでは計画目標として道路網容量，総走行台距離を取り上げる。そして，道路網容量はできるだけ多く（逓増），総走行台距離はできるだけ少なく（逓減）するような目標水準を定めた。道路網容量の逓増は式(20)，(21)で，総走行台距離の逓減は式(22)，(23)で定式化され，さらに各目標の達成度の均衡をはかる制約条件として式(24)が定式化される。

$$F+y_F-z_F=G_F^0 \qquad \cdots(20)$$

$$F\geqq g_F^0 \qquad \cdots(21)$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{q}\sum_{r=1}^{n_k} {}_i\delta_r^k \cdot Y_r^k \cdot d_i-y_T+z_T=G_T^0 \cdots(22)$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{q}\sum_{r=1}^{n_k} {}_i\delta_r^k \cdot Y_r^k \cdot d_i\leqq g_T^0 \qquad \cdots(23)$$

$$\frac{y_F}{G_F^0-g_F^0}=\frac{y_T}{g_T^0-G_T^0} \qquad \cdots(24)$$

ここで，G°_{F}，G°_{T} はそれぞれ目標の満足水準であり，g°_{F}，g°_{T} は許容水準である。また，y，z はL字型効用関数を数学的に表現するために満足水準からのかい離を示す補助変数である。そうすると，問題は式(1)，(2)，(3)，(20)～(24)の制約条件の下で式(25)の補助変数 $\mathrm{y_F}$ あるいは $\mathrm{y_T}$ を目的関数とする LP 問題として定式化することができる。

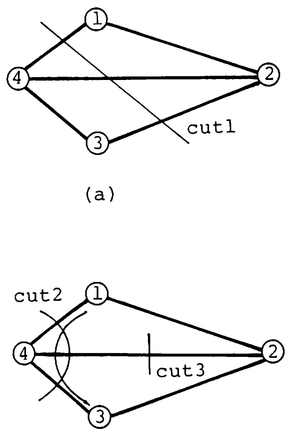
$$y_{\mathrm{F}} \rightarrow \text{最小化} \quad \text{あるいは} \quad y_{\mathrm{T}} \rightarrow \text{最小化} \qquad (25)$$

ここで，道路網容量の満足水準は 2．のLP問題を通して得られるが，道路網容量の許容水準あるいは総走行台距離の満足水準，許容水準についてはかならずしも明確な設定値はない。この場合は環境要因としての総走行台距離（前述のように排出汚染物質量が総走行台距離に比例するとしたことから）を考えているので，環境保全の立場からはどの程度の範囲で環境汚染物質量を許すかによって設定値もおのずと定まってくると思われる。このように，道路網容量の算定も単に物理的に処理可能な交通量を求めるだけではなく，自動車交通の増加による各種の交通公害とのバランスを考慮して求めることも可能である。

5．配分対象経路の与え方が道路網容量に及ぼす影響について

自動車 OD 交通は，運転者の個々の主観的な判断によって運転者が最も好都合なような経路を走行すると思われる。したがって，道路網容量の算定も各 OD 交通の経路選択挙動について十分踏えて考えなければならない。この各 OD 交通の経路選択挙動についても，道路網容量以下程度の交通需要に対しては従来から各種の交通量配分手法において最短経路を中心に考えられてきた。しかし，道路網容量に達する程まで交通需要が増加したとき，各 OD 交通がどの程度の範囲までの経路を選択するのか，すなわちどの程度まで迂回を強いられても走行するのかについてはかならずしも明確にされていない。一般に各 OD 交通に過酷な迂回を強いるような経路まで配分対象経路として与えたときには道路網容量の上限値が，迂回制約を考慮して最短経路を中心に経路を与えたときには道路網容量の下限がそれぞれ求められるとされている。そして，過酷な迂回を強いるような経路をすべての OD 交通に与えたとき，道路網容量を規定する最小カットはノードを排他的な 2 つの集合に完全に分割するリンクの集合によって求められる。しかし，最短経路を中心にした経路だけを与えたときには，交通容量に達したリンクの集合がノードを排他的な 2 つの集合に完全に分割しないで走行不可能な OD 交通を出現させ，最小カットもこれら容量に達したリンクの集合として求められることもある。また，カットによっては当該カットを 2 度通過する経路しか与えられない OD 交通によってフロー水準（カット容量とカットを通過する OD 構成比との比）が低下して，当該カットが最小カットとなり引いては道路網容量を低下させる場合もある。

このように，各 OD 交通の走行可能な経路の与え方によっては探索される最小カットがかならずしもノードを排他的な 2 つの集合に完全に分割しないこともあり，また道路網容量もそれぞれ異なった値が得られる。本研究において，配分交通量としてルート交通量を用いたのも，各 OD 交通の経路選択挙が，いわゆる配分対象経路の与え方が道路網容量にどのような影響を及ぼすかを考察するためでもある。そして，このような配分対象経路に関する問題も，道路網容量の算定を LP 問題として定式化したことによって前述のように相補性定理等から容易に考察することができる。



(a)

(b)

図－2　簡単な道路網

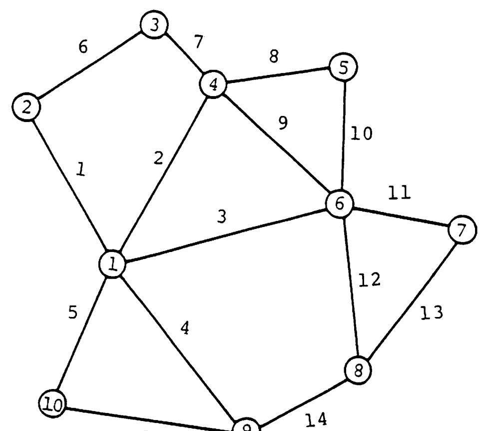
表－1　簡単な道路網におけるOD構成比とリンク距離（km）

	1	2	3	4
1		0	0.3	0
2	4		0	0.7
3	∞	4	∞	0
4	1	3	1	

ここでは，図－2に示す簡単な道路網を通して考察する。なお，表－1には各OD交通の構成比（右上半分）およびリンク距離（左下半分）を与えている。また，各リンクの交通容量を1000台とする。この道路網において，OD 1－3に経路1－4－3（2 km）と1－2－3（8 km），OD 2－4に経路2－4（3 km），2－1－4（5 km），2－3－4（5 km）をそれぞれ走行可能な経路として与えている。そして，このとき道路網容量は図－2(a)に示すカット1が最小カットとして発生して3000台となる。次に，OD 1－3の2つの経路の距離比が4倍であることから，OD 1－3は経路1－4－3しか走行しないとしたときには，図－2(b)のカット2が最小カットとなって道路網容量は2307台（3000/（0.3×2＋0.7）に低下する。このとき，OD 1－3はカット2を2度通過する経路しか与えられない。さらに，OD 2－4にリンク2－4だけしか走行経路を与えなかった場合には，図－2(b)に示すカット3が発生して道路網容量は1428台（1000/0.7）に低下する。このように，各OD交通の走行可能な経路の与え方によって道路網容量が影響を受けることがうかがえる。

6．計　算　例

簡単な例題を通して道路網容量の算定について考察する。図－3の既存道路網と表－2のOD構成比（右上半分）（OD交通パターン1）リンク距離（左下半分）を与えて行う。なお，OD交通は対称性を仮定して三角OD交通のみについて考え，



図－3　既存道路網とリンク番号

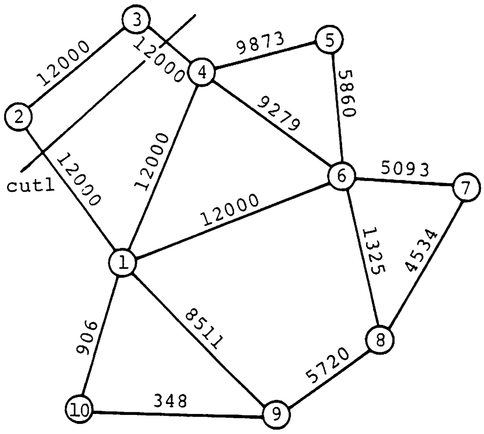
表－2　OD交通パターン1のOD構成比とリンク距離（km）

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		0.095	0.077	0.095	0.084	0.104	0.056	0.014	0.017	0.005
2	5.0		0.038	0.022	0.012	0.013'	0.006	0.0	0.024	0.001
3	8.0	5.0		0.050	0.016	0.015	0.005	0.005	0.0	0.003
4	8.0	6.0	3.0		0.029	0.022	0.007	0.004	0.020	0.001
5	∞	∞	4.0	3.0		0.068	0.013	0.003	0.0	0.0
6	6.0	∞	∞	6.0	4.0		0.032	0.003	0.004	0.002
7	∞	∞	∞	∞	6.0	2.0		0.013	0.005	0.001
8	10.0	∞	∞	∞	∞	5.0	6.0		0.011	0.001
9	6.0	∞	∞	∞	∞	7.0	∞	5.0		0.004
10	4.0	8.0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	7.0	

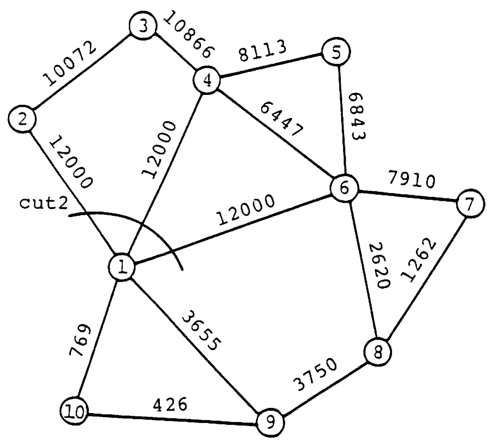
計算結果の数値も各リンクの片側の値を示す。各OD 交通の走行可能な経路，いわゆる配分対象経路は表－2の各リンクの距離から求めた最短，次最短経路を中心に2～4本選定した。また，各リンクの車線数は1車線とし，交通容量は12000台とする。

式(1)～(4)で定式化された LP 問題を通して道路網容量を求めると69767台となった。このとき，この道路網容量を規定する最小カットを求めるため式(11)～(14)の双対問題を解くと，リンク1，7に対応する双対変数 y_1，y_7 がそれぞれ 2.907 となり，図－4に示すリンク1，7からなるカット1が最小カットとなる。カット1はノード2，3と他のノードとを完全に分割することから，得られた道路網容量69767台はこの既存道路網で処理可能な道路網容量の上限値でもある。図－4には道路網容量に達したときの各リンクの配分交通量（区間交通量）の結果も示した。この各リンクの配分結果からは，リンク1，2，リンク6，7からなるカットも考えられるように見えるが，双対変数から求められる最小カットはカット1だけである。3(2)で述べたように，交通容量に達しているリンク2，3，6に対応する双対変数の値は0なので，これらのリンクの区間交通量は当該リンクを流れている OD 交通を他のリンクに配分することによって容量以下にすることが可能なリンクである。また，このとき各 OD 交通の連続条件に対する双対変数からカット1を通過する OD 交通も同時に求められた。なお，図－4に示す配分結果の総走行台距離は51648台・km である。

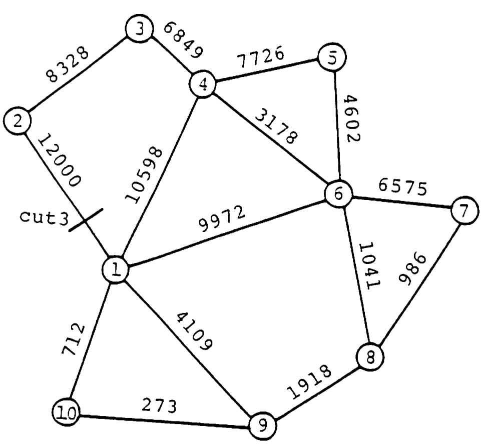
次に，この問題に式(5)の総走行距離を制約条件として組込むと，総走行台距離が 5×10^5，4.5×10^5 台・km のときそれぞれ 68246，62671 台となり，さきに求められた道路網容量より減少する。さらに，4．で定式化された目標計画法を通して道路網容量の算定を試みる。ここで，道路網容量，総走行台距離の満足水準をそれぞれ69767台，4.5×10^5 台・km，許容水準を62671台，516483台・km として設定して解くと，道路網容量は66472台，総走行台距離は480866台・km となった。このときは図－5に示すカット2が発生している。また，図－5には各リンクと配分結果も示した。このように，道路網容量は問題の設定によって種々異なってくるので，各種の道路網計画あるいは運用計画を行なおうとするとき，どの程度の既存道路網の容量を対象とするのかについては十分把握される必要がある。



図－4　既存道路網の容量を規定する最小カット（カット1）と各リンクの配分交通量



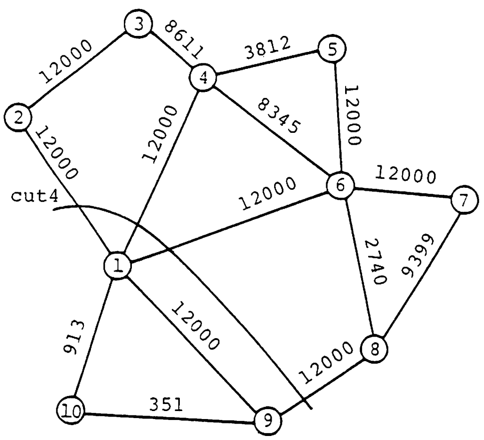
図－5　目標計画法として定式化したときの最小カットと配分結果



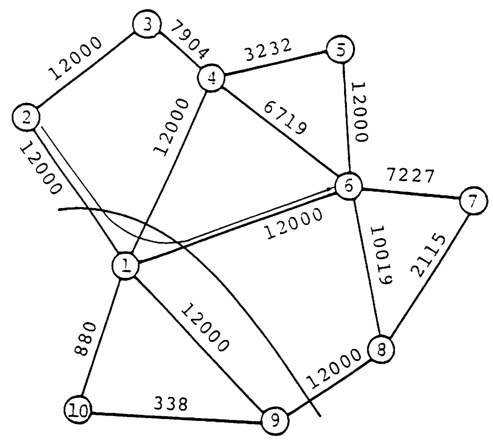
図－6　配分対象経路をすべて最短経路としたときの最小カットと配分結果

表－3　OD交通パターン2のOD構成比

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	0.095	0.097	0.135	0.104	0.109	0.056	0.014	0.017	0.005
		0.038	0.022	0.002	0.013	0.006	0.0	0.024	0.001
			0.010	0.006	0.005	0.005	0.005	0.0	0.003
				0.029	0.022	0.007	0.004	0.020	0.001
					0.068	0.013	0.003	0.0	0.0
						0.032	0.003	0.004	0.002
							0.013	0.005	0.001
								0.011	0.001
									0.004



図－7　OD交通パターン2に対する最小カットと配分結果



図－8　OD交通2－6が最短経路だけを走行するとしたときの配分結果

配分対象経路の与え方が道路網容量にどのような影響を及ぼすかについて考察する。さきに定式化した問題では，各OD交通に最短，次最短経路を中心2～4本選定したが，ここで各OD交通は最短経路だけを走行することとしたときには図－6に示すリンク1だけからなるカット3が発生して，道路網容量は54794台となる。このとき，最短経路としてリンク1を通過するOD交通はOD 1－2，1－3，2－6，2－7，2－9，2－10，3－10の7個のOD交通であるが，カット3の探索とともにこれらのOD交通についても双対変数から確認することができた。ここで求められた道路網容量は，実際に各OD交通がこのような経路が走行しないかどうかはともかくとして、配分対象経路を最短経路のみとしているので，いわゆる道路網容量の下限値を示すものである。道路網容量は前述の問題設定によっても異なるが，一般にこの下限値の54794台と物理的に処理可能な値を示す上限値69767台の間に存在する。次に，同じカットを2度通過するOD交通によって当該カットのフロー水準が低下する場合につい考える。この問題を考えるため，ここでは表－2のOD構成比を表－4に示すようにさらにノード1を発生・集中させるOD交通パターン（OD交通パターン2）とした。各OD交通に前述のように2～4本の経路を与えたときには，図－7に示すカット4が発生して道路網容量は70278台となった。OD交通2－6を対象に同じカットを2度通過する問題について考える。OD 2－6には配分対象経路としてリンク1，3（11 km），リンク6，7，9（14 km），リンク6，7，8，10（15 km）の3本の経路を与えている。そして，道路網容量が70278台のときには次最短経路のリンク6，7，9の経路にしか配分されていない。そこで，最短経路であるリンク1，3だけに配分されるとすると，発生する最小カットは図－7と同じであるが，図－8に示す各リンクの配分交通量を得て道路網容量は67700台となる。すなわち，道路網容量を規定するカットは同じであるが，当該カットを通過するOD構成比がOD 2－6の新らた通過に

よって 0.683 から 0.709 (0.683+0.013× 2) に変化することから，フロー水準が低下し引いては道路網容量も低下する。このように，配分対象経路の与え方によって道路網容量は異なった値が得られる。したがって，道路網容量の算定にあたっては，既存道路網において各 OD 交通がどれ程までの迂回を強いられても走行するかという経路選択特性について十分把握される必要がある。

7. あ と が き

以上，本研究は各 OD 交通の配分交通量に関する変数としてルート交通量を用いて，道路網容量の算定を LP 問題として定式化したが，本研究をまとめると以下のようになる。

(1) 各 OD 交通の配分交通量としてルート交通量を用いたため，各 OD 交通の走行便益を考慮できるとともに，モデルの操作性を高めることができる。

(2) LP 問題の双対問題を定式化したことによって，各リンク容量制限式および各 OD の連続条件式に対応する双対変数から道路網容量を規定する最小カットおよび最小カットを通過する OD 交通も容易に探索することができる。

(3) 各 OD 交通の配分対象経路の与え方が道路網容量に及ぼす影響についても考察できるとともに，経路の与え方によって道路網容量の上限値と下限値を合わせて求めることができる。

(4) 自動交通の増加に伴う道路環境の悪化に対しても，環境要因が交通量と線形関係で仮定できれば環境要因をも問題に組み込むことができる。

今後はさらに，道路網容量に達する程交通需要が増加したとき，各 OD 交通はどれ程までの迂回を強いられても走行するのかという経路選択特性について考察してゆく。この事は，特に大規模な道路網に対しては考慮してゆかなければならないので，大規模な道路網の容量算定手法とともに考察を進めて行く。また，自動車交通需要が増加したとき，道路交通の面からは具体的にどのような対策を講ずることができるかについても本研究を踏えて考察して行く予定である。

最後に，本研究を進めるにあたり御指導いただいた北海道大学工学部加来照俊教授に深く感謝の意を表わす。

参 考 文 献

1) 服部・小沢：グラフ理論解説，昭晃堂，1974
2) 志水清孝：システム最適化理論，コロナ社，1976
3) 飯田恭敬：道路網の最大容量の評価法，土木学会論文報告集，第 205 号，1972
4) 西村　昂：道路網容量理論に関する一考察，土木学会論文報告集，第 249 号，1976
5) 三好・山村：道路網における最大総トリップ数について，第 23 回土木学会年講，第IV部，1968
6) 刀根　薫：数理計画，朝倉書店，1978
7) Bazaraa, M. S and J. J. Jarvis : Linear Programming and Network Flows, John Wily & Sons, 1977
8) 伏見・山口：複数の目標をバランスをよく達成するための数理計画手法，経営科学，第 19 巻，第 2 号，1976
9) 吉川・春名・小林：バイパス道路計画のための計画情報の作成に関する研究，土木学会論文報告集，第 298 号，1980

(昭和 59 年 12 月 3 日受理)