

# 薄肉リングにおける肉厚の応力－荷重，撓み－荷重に及ぼす影響

松 尾 征 夫\*・野 口 勉\*\*

## The Effect of Thickness on Stress/Load and Deflection/Load Relationships in Thin Ring

Yukio Matsuo and Tsutomu Noguchi

### 要 旨

荷重変換器等によく用いられるリング構造の荷重－応力特性，荷重－撓み特性の基礎的研究として，本論文では，一定な外径に対してリングの肉厚を段階的に薄くして圧縮試験を行い考察を加えた。

### Abstract

As a basic study on stress/load and deflection/load relationships, in thin ring widely used for load cells operating at low and medium level, the behavior of a circular ring subjected to compressive load is discussed in this paper.

### 1. 緒 言

リング構造は小容量，中容量，の精密な荷重変換器として広く使用されている。又，理論的には曲り梁の問題として研究が続けられている。

本研究では，真円のリングを作る為にジグを作製し，リングの外径を 100 mm として，肉厚を 24.2 mm から 1.725 mm まで，内外径比を 0.51 より 0.965 まで 7 種類のテストピースについて行った。実験は光弾性装置を使い，結果は解析解と比較した。

### 2. 実 験 方 法

試験片材料として，アラルダイト CY 230 とハードナー HY 956 を 10 対 1 の割合いで混合し，290×220×6 mm の型枠の中に鋳込み 40℃ 6 時間で硬化させてエポキシ板を作った。エポキシ板は分子を安定させる為に一ヶ月間放置してから実験に使われた。光弾性感度  $\alpha$  は 4 点曲げ法で行い平均で  $\alpha = 0.754 \text{ mm/kg}$  であった。ヤング率  $E$  及びポアソン比  $\nu$  は JIS のプラスチック引張試験に基づいて行い，ひずみゲージ (KFP-5-

CI-65) をテストピースに貼付してひずみを測定し，ヤング率  $E = 286.5 \text{ kg/mm}^2$ ，ポアソン比  $\nu = 0.388$  であった。

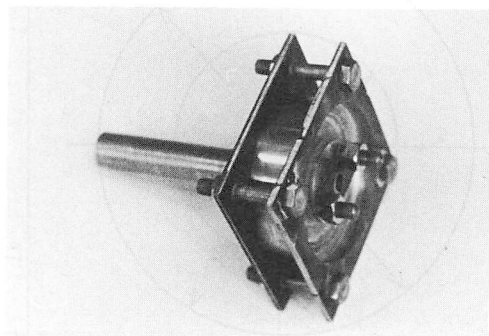


Photo 1 リング作製用ジグ

リングの製作は，初めにエポキシ板に仕上げ代を残してケガキ線を入れ，ケガキ線近くまでの部分を糸鋸盤で切り落とし，これを Fig. 1, Photo 1 のジグに取り付け旋盤で切削した。リングの外周は Fig. 1 の (2), (4) を使い 3 本のボルトでテストピース (3) を固定して切削した。内周は (1), (2), (5) を取り付け，4 本のボルトでテストピースを固定して切削した。切削は全周にわたりバイト先端を

\* 助教授 機械工学科

\*\* 助 手 //

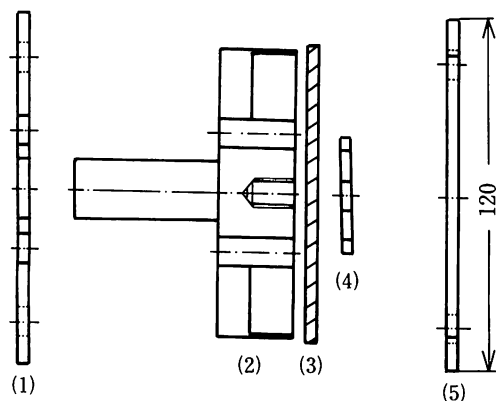


Fig. 1 リング作製用ジグ

ケガキ線に合せ、旋盤の回転数は 270 r. p. m., 切り込み量は順次下げて最後は 4/100 mm である。テストピースの形状は Fig. 2, 寸法は Table 1 の通りである。リングに加工されたテストピースは実験前に、125℃で 40 分間保持し徐冷する焼鈍を行った。又、光弾性感度  $\alpha$  はテストピースと同一母材のエポキシ板を使って測定した。

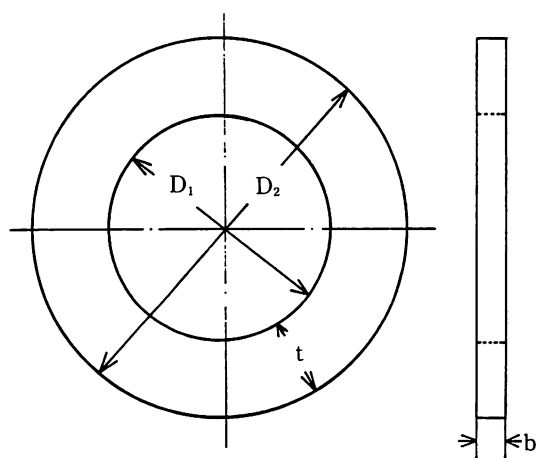


Fig. 2 テストピース形状

| NO | D <sub>1</sub> mm | D <sub>2</sub> mm | D <sub>1</sub> /D <sub>2</sub> | t/D <sub>2</sub> | b mm |
|----|-------------------|-------------------|--------------------------------|------------------|------|
| 1  | 50.400            | 98.800            | 0.510                          | 0.245            | 6.02 |
| 2  | 64.800            | 99.900            | 0.649                          | 0.176            | 6.02 |
| 3  | 76.225            | 99.675            | 0.765                          | 0.118            | 6.03 |
| 4  | 80.000            | 99.000            | 0.808                          | 0.096            | 6.03 |
| 5  | 86.000            | 99.975            | 0.860                          | 0.070            | 6.99 |
| 6  | 90.975            | 99.950            | 0.910                          | 0.045            | 6.04 |
| 7  | 96.500            | 99.950            | 0.965                          | 0.018            | 6.07 |

Table 1 テストピース寸法

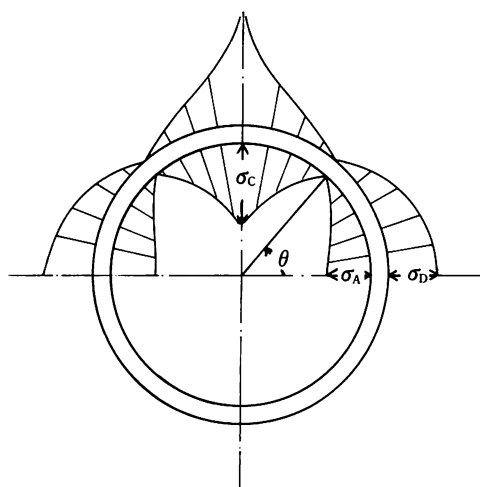


Fig. 3 リングの応力分布概念図

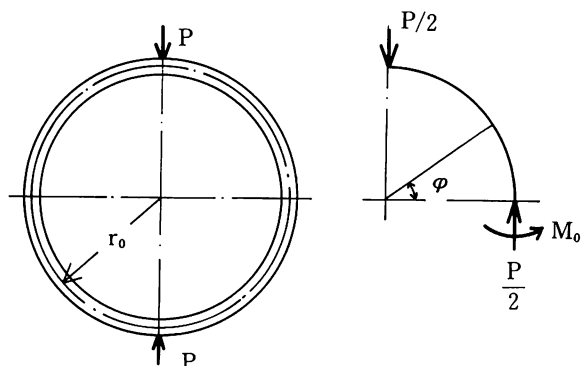


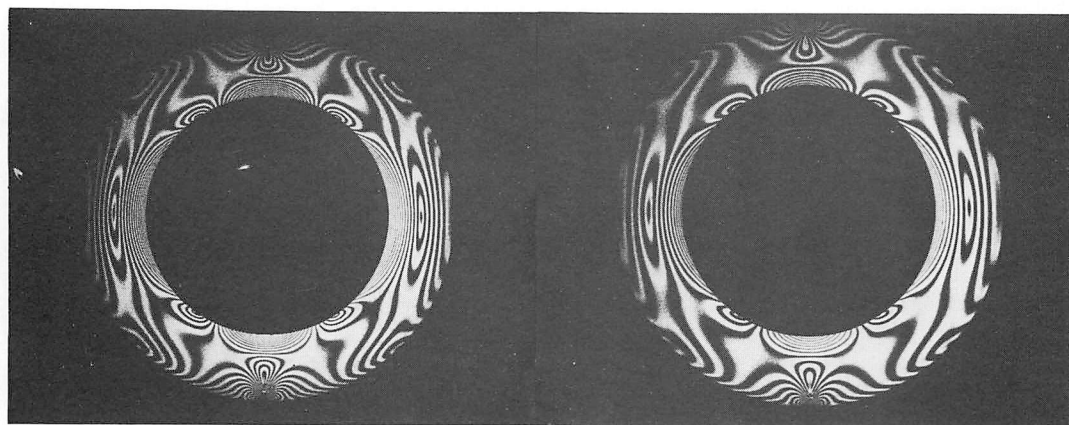
Fig. 4

### 3. 実験結果及び考察

応力の測定は光弾性実験装置により等色線 (Photo 2), 等傾線により求めた。内周, 外周の一般的なリングの応力分布は Fig. 3 のようになるので, 水平断面の内周の応力を  $\sigma_A$ , 外周の応力を  $\sigma_B$  及び垂直断面の内周の応力を  $\sigma_c$  とし, 周上で応力が 0 になる角度を  $\theta$  として考察した。圧縮荷重は 8~10 次の縞が表われるまでかけた。垂直撓み  $\delta$  はテストピースの両側にダイヤルゲージを取り付け平均を取って求めた。本論文で用いた解析解は Fig. 4 に於いて, 水平断面より  $\varphi$  の位置のモーメントを  $M$  とすると,

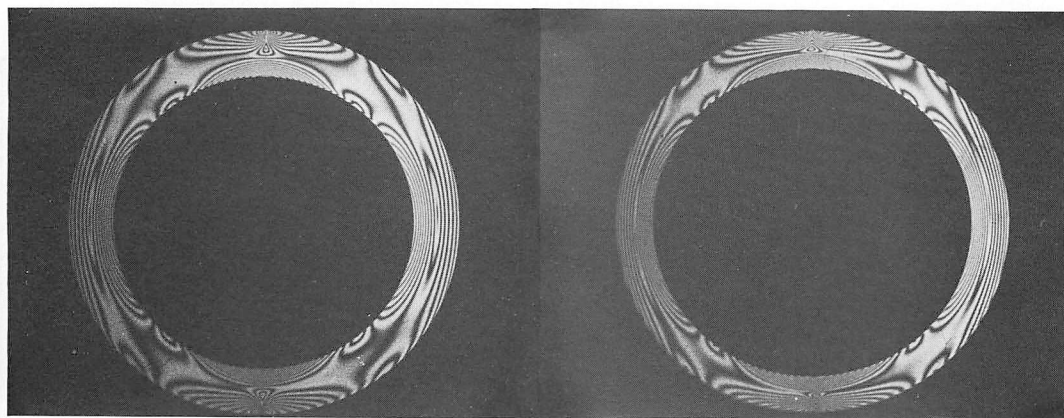
$$M = -M_0 - \frac{1}{2} Pr_0 (1 - \cos \varphi)$$

水平断面, 垂直断面では変形中も直角を維持するという条件より, 傾き角は  $i$  の変化は



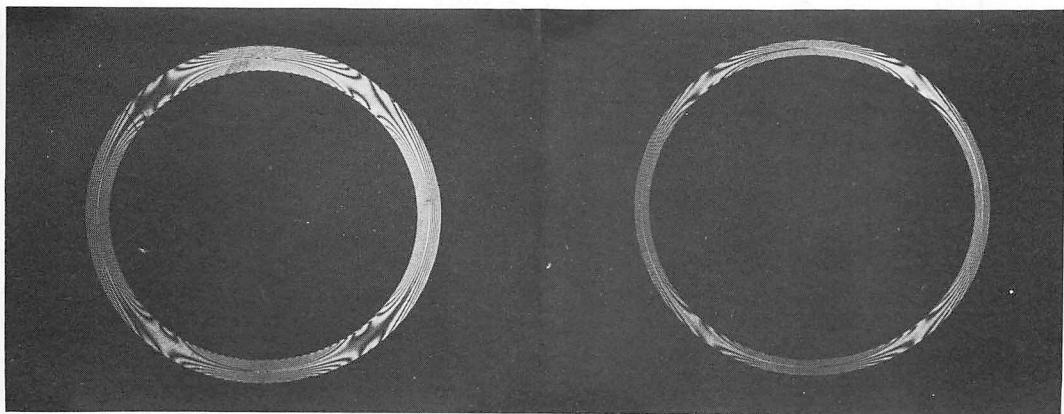
No. 1 試験片 ( $P=80$  kg)

No. 2 試験片 ( $p=54$  kg)



No. 3 試験片 ( $p=32$  kg)

No. 4 試験片 ( $p=20$  kg)



No. 5 試験片 ( $p=10$  kg)

No. 6 試験片 ( $p=2$  kg)

Photo 2 リングの等色線

$$i = \frac{1}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} M r_0 d\varphi = -\frac{r_0}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ M_0 + \frac{1}{2} P r_0 (1 - \cos \varphi) \right\} d\varphi = 0$$

これより

$$M_0 = -P r_0 \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \right)$$

$$M = -P r_0 \left( \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \cos \varphi \right)$$

応力  $\sigma$  は

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{M}{A r_0} + \frac{M}{I} \frac{y}{1 + (y/r_0)} \\ &= -\frac{P}{A} \left( \frac{1}{\pi} - \cos \varphi \right) \left( 1 + \frac{A r_0^2}{I} \frac{y}{r_0 + y} \right) \end{aligned}$$

水平断面では

$$\sigma = -\frac{P}{2A} - \frac{P}{A} \left( \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \right) \left( 1 + \frac{A r_0^2}{I} \frac{y}{r_0 + y} \right) \quad \dots\dots(1)$$

ここで、

$A$ : リングの断面積 ( $\text{mm}^2$ )

$I$ : リングの断面2次モーメント ( $\text{mm}^4$ )

$y$ : リングの断面主軸から外向きにとった距離 ( $\text{mm}$ )

又、垂直撓み  $\delta$  は

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{2}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} M r_0 (\cos \varphi) r_0 d\varphi \\ &= \frac{2 P r_0^3}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \cos \varphi \right) \cos \varphi d\varphi \\ &= -\frac{P r_0^3}{EI} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \right) \\ &= 0.1488 \frac{P r_0^3}{EI} \quad \dots\dots(2) \end{aligned}$$

実験値との比較は(1)式と(2)式によった。

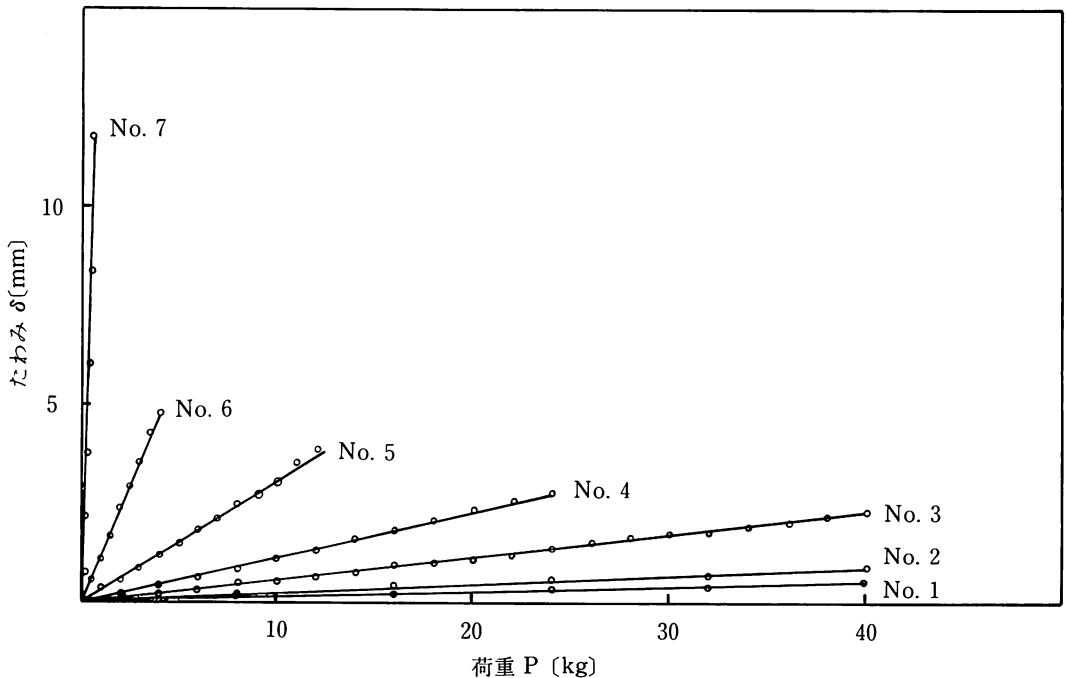


Fig. 5 荷重-撓み曲線

### 3-1 荷重 $P$ と撓み $\delta$ の関係

Fig. 5 に荷重  $P$  と撓み  $\delta$  の曲線を示す。

各試験片共に、荷重の増加に伴い撓みが直線的に増加していることがわかる。(2)式の理論値との比較の為に誤差を次のように定義する。

$$\text{誤差} = \frac{\text{実験値} - \text{理論値}}{\text{理論値}} \times 100(\%)$$

荷重と撓みが比例関係にあるので、各テストピースの最大荷重で比較すると Table 2 の結果を得

た。この表で、リングの肉厚が大きい時は実験値と理論値の誤差が大きく(2)式の適用は出来ないが、厚さと外径比が0.118より小さくなる薄いリングでは誤差が小さく(2)式の適合性が存在している。しかし、更に薄い  $t/D_2 = 0.018$  では誤差が大きくなっている。これは肉厚が非常に薄いリングの撓みでは、高次の微小項をも考慮に入れなければならないことを示唆しているものと思われる。

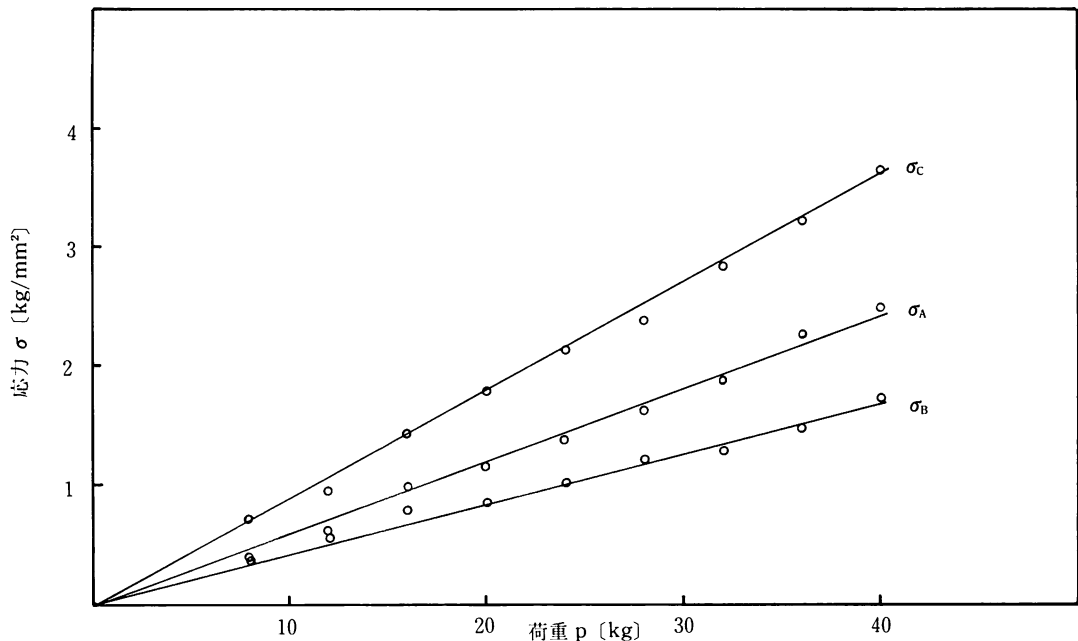
| NO | $t/D_2$ | たわみ量 $\delta$ mm |       |       |
|----|---------|------------------|-------|-------|
|    |         | 実験値              | 理論値   | 誤差    |
| 1  | 0.245   | 1.84             | 0.61  | 201.6 |
| 2  | 0.176   | 1.69             | 1.07  | 55.9  |
| 3  | 0.118   | 2.38             | 2.08  | 14.4  |
| 4  | 0.096   | 2.59             | 2.88  | -9.8  |
| 5  | 0.070   | 3.90             | 3.64  | 7.3   |
| 6  | 0.045   | 4.76             | 4.95  | -3.9  |
| 7  | 0.018   | 11.73            | 13.63 | -13.9 |

Table 2

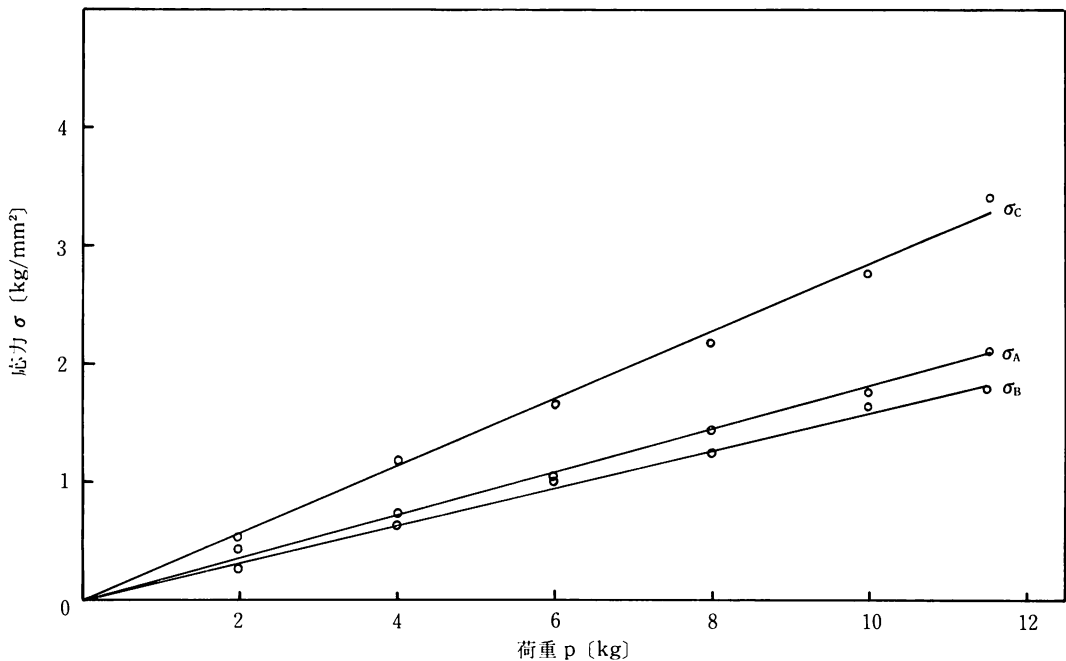
3-2 荷重  $P$  と応力  $\sigma$  の関係

Fig. 6 に荷重  $P$  と応力  $\sigma$  の曲線を示す。

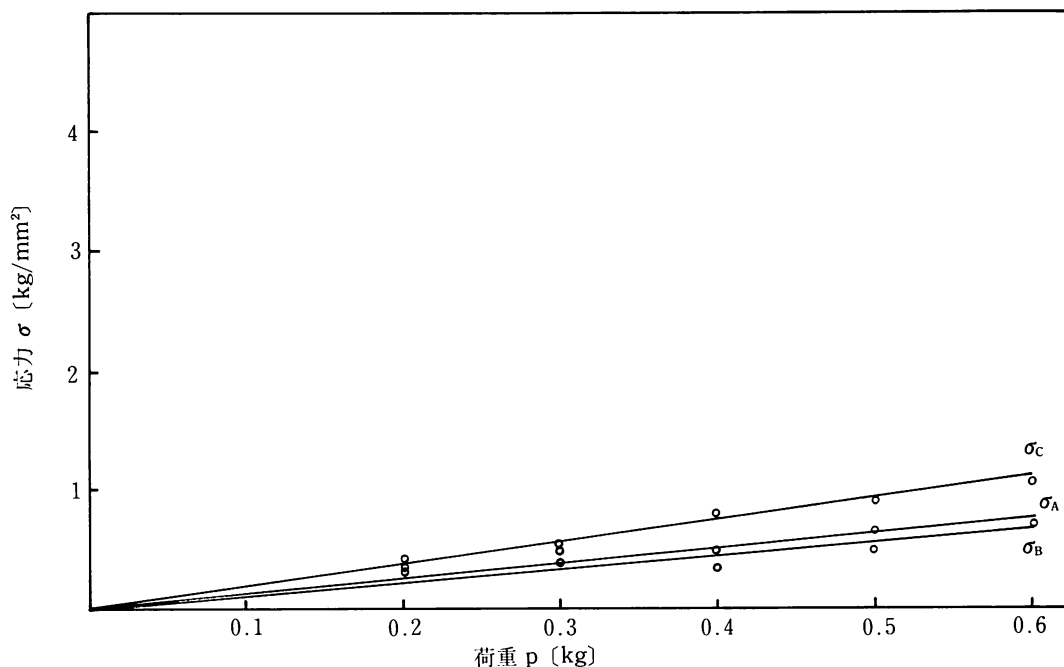
Fig. 6 に示すように、リングの場合、荷重の増加に伴い応力が直線的に増加している。今回注目した3ヶ所の応力の中では、垂直断面の内周の応力  $\sigma_c$  が一番大きく、次に水平断面の内周の応力  $\sigma_A$  が大きくなっている。今回の実験範囲内では  $\sigma_A$  は  $\sigma_c$  の65%~70%の間にあり、水平断面外周の応力  $\sigma_B$  は、リングの肉厚が薄くなると  $\sigma_A$  に近づく傾向にあった。実験値と(1)式で求めた理論値と



(1) No. 3 テストピース



(2) No. 5 テストピース



(3) No. 7 テストピース

Fig. 6 荷重-応力曲線

| No | t/D <sub>2</sub> | σ <sub>A</sub> kg/mm <sup>2</sup> |       |       | σ <sub>B</sub> kg/mm <sup>2</sup> |      |       |
|----|------------------|-----------------------------------|-------|-------|-----------------------------------|------|-------|
|    |                  | 実験値                               | 理論値   | 誤差    | 実験値                               | 理論値  | 誤差    |
| 1  | 0.245            | -3.09                             | -3.08 | 0.3   | 1.10                              | 1.04 | 5.8   |
| 2  | 0.176            | -3.21                             | -2.70 | 18.9  | 1.19                              | 1.35 | -11.9 |
| 3  | 0.118            | -2.50                             | -2.81 | -11.0 | 1.70                              | 1.82 | -6.6  |
| 4  | 0.096            | -2.20                             | -2.43 | -9.5  | 1.95                              | 1.81 | 7.7   |
| 5  | 0.070            | -2.10                             | -2.31 | -9.1  | 1.80                              | 1.82 | 1.1   |
| 6  | 0.045            | -1.58                             | -1.84 | -14.1 | 1.40                              | 1.58 | -11.4 |
| 7  | 0.018            | -0.67                             | -1.78 | 62.3  | 0.67                              | 1.67 | -60.0 |

Table 3

の比較を Table 3 に示す。この結果から(1)で求めた応力の理論解は、撓みの場合に比べて、全体的には良く一致している。t/D<sub>2</sub>=0.070 で両者の誤差が一番小さくなり、更に肉厚が薄くなると誤差が大きくなっている。これはリングの肉厚が非常に薄い時は、断面の変形の2次の微小項、剪断力の影響なども考慮に入れた理論解を考えていかなければならないことを示している。尚、厚肉リングの応力を求める式

$$\sigma = -\frac{N}{2A} - \frac{M}{Ar_0} \left( 1 + \frac{1}{x} \frac{y}{r_0 + y} \right) \dots\dots\dots(3)$$

と比較すると、一番肉厚の厚い No.1 テストピースで実験値と 55%の誤差が生じ、この誤差は肉厚が薄くなるに従い大きくなった。

#### 4. 結 言

薄肉リングの肉厚を変えて行った今回の実験研究で以下の結果が得られた。

- (1) 肉厚が非常に薄い場合を含めて、荷重と撓みには比例関係が存在している。
- (2) 撓みの実験値と理論値は t/D<sub>2</sub>=0.096~0.045 の範囲では一致しているが、肉厚が厚い場合と非常に薄い場合は誤差が大きい。
- (3) 荷重とリング内各部の応力は比例関係にあるが、実験値と理論値の比較では肉厚が非常に薄くなると誤差が大きくなる。

#### 5. 参 考 文 献

- (1) 光弾性実験用材料製作の手引, 山本他, フソー株式会社出版部
- (2) 光弾性実験法, 辻他, 日刊工業新聞
- (3) 入門光弾性実験, 益田義治, 日刊工業新聞
- (4) “平面主応力の決定”, 湯浅亀一, 応力と歪 Vol. 13, No. 1
- (5) “Critical Stress in a Circular Ring”, E. A. Ripperger A.S.C.E. Paper No. 2308
- (6) 材料力学, 川田雄一, 裳華房  
(昭和 60 年 11 月 30 日受理)