

限界状態に向かわない応力経路での 異方圧密粘土の応力－ひずみ関係

池 浦 勲*

Stress-strain Relationships of Clay under Stress Pass not approach the Critical States.

Isao IKEURA

要 旨

異方圧密粘土に、排水条件のもとで限界状態に向かわない応力経路を与えたときの応力－ひずみ関係を実験的に考察し、応力－ひずみ式中のパラメータが計算結果におよぼす影響について検討を加えた。

Abstract

This paper presents the experimental studies on the stress-strain relationships of anisotropically consolidated clay subjected to stress which does not approach the critical states under drained condition. The influence of soil parameter values used in the constitutive equations on predicted strain values is evaluated.

1. ま え が き

軟弱地盤上の盛土の施工など悪条件下での工事が増加する一方で、有限要素法などの数値解析手法が発達し、地盤の変形問題を解析するための土の構成式の研究が重要になってきている。

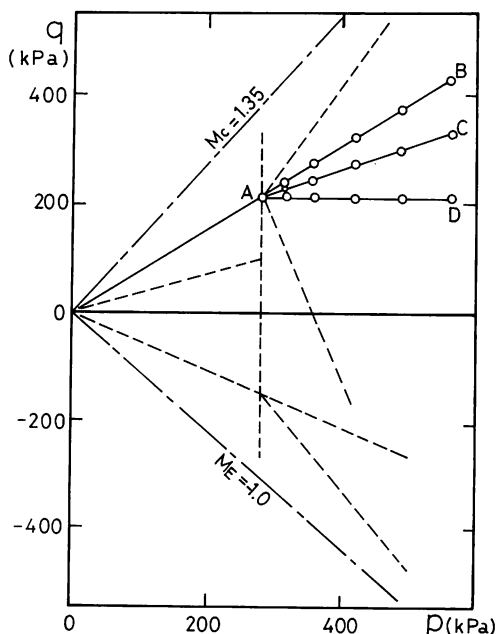
そこで本研究においては、試料を自然堆積地盤の状態に近似させるために、横方向変位を拘束した、いわゆる K_0 圧密を行い、その後に排水状態で種々の方向の応力経路を与えることによって、異方圧密粘土の応力－ひずみ関係を考察した。

同様の目的の研究は発表済であるが¹⁾、今回は限界状態に向かわない応力経路での実験である。また、異方圧密過程については前報⁵⁾に報告したのでここでは省略する。

2. 実 験 方 法

試料、実験装置および実験方法は前報⁵⁾の通りであり、試料の物理的性質は $L.L.=63\%$ 、 $P.I.=$

30、 $G_s=2.65$ である。実験は図－1の実線に示すように、平均有効主応力 $p=280$ kPa まで側方変



図－1 実験に用いた応力経路

* 助教授 土木工学科

位を許さない圧密(以下 K_0 圧密と記す。図-1の経路 OA) を行った試料についての応力比一定試験(C η テストと称する。経路 AB), 応力増分比一定試験(CIR テスト, 経路 AC), 偏差応力一定試験(CQ テスト, 経路 AD) の3種類である。

K_0 圧密は, 側圧を段階的に増加させながら側方ひずみが生じないように軸圧を調整するもので, 6日間を要した。

せん断は全て排水条件下で実施し, 図-1に記してある応力点を通るように応力を制御し, 12時間間隔で次の応力点に向かった。所定の応力点に達したなら, 初期応力点まで載荷と同一経路で除荷を行った。この除荷はひずみを可逆(弾性)と非可逆(塑性)成分に分離するために行うものである。

なお, 図-1に破線で示した経路は既報¹⁾³⁾⁴⁾の実験におけるものであり, 本報告の考察の一部においてはそれらの結果も用いた。

3. 応力-ひずみ式の誘導

3. 1 応力およびひずみパラメータ

以下において用いる応力パラメータは平均有効主応力 p , 偏差応力 q , 応力比 η であって次式で表わされる。

$$p = \frac{\sigma_a + 2\sigma_r}{3}, \quad q = \sigma_a - \sigma_r, \quad \eta = \frac{q}{p} \quad \cdots(1)$$

ここに σ_a , σ_r : 有効軸圧, 有効側圧

ひずみパラメータは体積ひずみ v とせん断ひずみ ε であって次式で定義される。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_a &= 100 \ln\left(\frac{H_0}{H}\right), \quad v = 100 \ln\left(\frac{V_0}{V}\right) = \varepsilon_a + 2\varepsilon_r \\ \varepsilon &= \varepsilon_a - \frac{v}{3} \end{aligned} \right\} \quad \cdots(2)$$

ここに ε_a , ε_r : 供試体軸方向および半径方向ひずみ

H_0 , H : 初期およびせん断中の供試体高さ

V_0 , V : 初期およびせん断中の供試体体積

またひずみにおいて上添字 r は可逆成分を, p は塑性成分であることを示す。

3. 2 応力-ひずみ式の誘導

筆者らは, Roscoe らの Cam-clay 理論式²⁾を実験結果に照して修正し, 異方圧密粘土にも適用し得る新しい応力-ひずみ式を提案している⁴⁾。その

誘導に際して用いた主な仮定を列挙すると次の通りである。

i) 粘土の体積変化は η -一定成分すなわち圧密成分と, p -一定成分すなわちダイレイタンスーとの和と考える。

ii) 圧密成分に関しては載荷, 除荷時ともに間隙比 e と $\ln p$ とが直線関係にあり, その傾き λ , κ は η の大きさに無関係である。

iii) ダイレイタンスーは応力増分比 $\Delta q/\Delta p$ の影響を受け, またダイレイタンスーには可逆成分が存在しない。

iv) 塑性ひずみ増分比と η との関係は応力増分比の影響を受ける。

v) 塑性論における関連流れ則は異方圧密粘土においては必ずしも成立しない。

以上の仮定を式で示すと, まず v , v^p のうち圧密成分は次のように表示される。(仮定 ii))

$$dv = \frac{-de}{1+e} = \frac{\lambda}{1+e} \frac{dp}{p} \quad \cdots(3)$$

$$dv^p = dv - dv^p = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \cdot \frac{dp}{p} \quad \cdots(4)$$

粘土をひずみ硬化塑性体と考え, 硬化パラメータを v^p とするとき, 降伏曲面 $f=0$ は v^p の発生と共に (p, q) 平面上を拡大していく。主応力軸と主ひずみ軸とが一致すると仮定して (p, q) 軸と平行に (v^p, ε^p) 軸をとった場合, (p, q) なる応力状態にある粘土が降伏曲面に接するか外側に向かうような応力増分 (dp, dq) を受けて降伏し塑性ひずみ増分 dv^p , $d\varepsilon^p$ を生じるとき, 塑性ひずみ増分ベクトルの向きは塑性ひずみ増分比 $d\varepsilon^p/dv^p$ で表示される。

$d\varepsilon^p/dv^p$ は実験的には次式で表されたとする。

(仮定 iv))

$$\frac{d\varepsilon^p}{dv^p} = \frac{a\eta}{(M-b)^2 - (\eta-b)^2} \quad \cdots(5)$$

ここで a : $\Delta q/\Delta p$ によって変化する係数

b : 圧密履歴を表すパラメータ

M : 限界状態 ($\varepsilon^p = \infty$) の η ($=\eta_{max}$)

塑性ひずみ増分ベクトルが降伏曲面と成す角度を表すパラメータとして A を導入する。(仮定 v))

ここでパラメータ A を, せん断初期 ($\eta = \eta_0$, η_0 : せん断開始時の η) において $A = 1$ すなわち塑性ひずみ増分ベクトルと降伏曲面との直交性を満足し, 限界状態において $d\varepsilon^p = \infty$ 即ち $A = 0$ となるように, 次式のように仮定する。

$$A = \frac{1}{1 - b \cdot d\varepsilon^p/dv^p} \quad \cdots(7)$$

(7)式を(5)式に代入すると次式が得られる。

$$A = \frac{(M-b)^2 - (\eta-b)^2}{(M-b)^2 - (\eta-b)^2 - ab(\eta-b)} \quad \dots(8)$$

(8)式を(6)式に代入して

$$\frac{dq}{dp} = \frac{ab(\eta-b) - (M-b)^2 + (\eta-b)^2}{a(\eta-b)} \dots(9)$$

ここで $q = \eta p$ より

$$\frac{dq}{dp} = \eta + p \frac{d\eta}{dp} \quad \dots(10)$$

(10)式を(9)式に代入して降伏曲線 f は次式となる。

$$df = \frac{dp}{p} + \frac{a(\eta-b)d\eta}{(a-1)(\eta-b)^2 + (M-b)^2} \quad \dots(11)$$

せん断開始時の応力 (p_0, η_0) から応力 (p, η) に至る場合の降伏曲線は(11)式を積分して得られる。

$$f = \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + \int_{\eta_0}^{\eta} \frac{a(\eta-b)d\eta}{(a-1)(\eta-b)^2 + (M-b)^2} = 0 \quad \dots(12)$$

一方, p_0 を変数と考えると(12)式より

$$\frac{dp_0}{p_0} = \frac{dp}{p} + \frac{a(\eta-b)d\eta}{(a-1)(\eta-b)^2 + (M-b)^2} \quad \dots(13)$$

(13)式は降伏曲線が圧密やせん断につれて拡大していく様子を表す。ここで, ある降伏面上の応力点 (p, η) から次の降伏面上の点 ($p+dp, \eta+d\eta$) に移動する際の dv^p が, (p_0, η_0) から (p_0+dp_0, η_0) に至るまでの dv^p に等しいと仮定すると, (4)式より

$$dv^p = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \cdot \frac{dp_0}{p_0} \quad \dots(14)$$

(6), (13), (14)式より塑性ひずみ増分は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} dv^p &= \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \left[\frac{dp}{p} + \frac{a(\eta-b)d\eta}{(a-1)(\eta-b)^2 + (M-b)^2} \right] \\ d\varepsilon^p &= \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \cdot \frac{a(\eta-b)}{(M-b)^2 - (\eta-b)^2} \left[\frac{dp}{p} + \frac{a(\eta-b)d\eta}{(a-1)(\eta-b)^2 + (M-b)^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad \dots(15)$$

また塑性ポテンシャル g は(6)で $A = 1$ と置き, さらに(10)式の関係を用いることにより次式で表される。

$$g = \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + \int_{\eta_0}^{\eta} \frac{a(\eta-b)d\eta}{(a-1)(\eta-b)^2 + ab(\eta-b) + (M-b)^2} = 0 \quad \dots(16)$$

等価圧密圧力 p_e を

$$p_e = p_0 \exp\left(\frac{e_0 - e}{\lambda}\right) \quad \dots(17)$$

とするとき, p_e で正規化した応力経路すなわち状態経路は次式となる。

$$\ln\left(\frac{p}{p_e}\right) = \left(\frac{\kappa}{\lambda} - 1\right) \int_{\eta_0}^{\eta} \frac{a(\eta-b)d\eta}{(a-1)(\eta-b)^2 + (M-b)^2} \quad \dots(18)$$

4. 実験結果と考察

4. 1 考察の観点

前章で誘導した応力-ひずみ式は Modified Cam-clay 理論を基本とし, それにダイレイタシーの応力経路依存性, 異方圧密の際の移動硬化などの実験事実に基づいて修正や拡張を加えたものであり, いわば実験式の性格を持つ。したがって, そこで用いられている各種パラメータの持つ物理的意味を明確にすること, パラメータの決定方法を明確にすること, およびその値がひずみなどの計算結果におよぼす影響を明らかにすることなどが必要と思われる。以下においては, そのうちパラメータ値が計算結果におよぼす影響を中心に考察する。なお計算においては, λ, κ, M_c (圧縮試験における M), M_E (伸張試験における M) は既報と同様の値を用いた。即ち $\lambda = 0.133, \kappa = 0.029, M_c = 1.35, M_E = -1.0$ とした。

4. 2 間隙比 e について

提案している応力-ひずみ式 (たとえば(15)式) を検討する直接的な方法は, (15)式を積分して得られる累加ひずみと実測ひずみとを比較することである。(15)式は e を一定 ($=e_0$) とすれば積分は容易である。しかしながら, 本研究におけるひずみとしては自然ひずみを採用 ((2)式) しているから, たとえば v については(19)式に示す関係があり, (15)式の e はせん断につれて変化するものとして扱うべきである。

$$dv = \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta V_v}{V} = \frac{de}{1+e} \quad \dots(19)$$

V_v : 間隙体積

しかしながら, e を一定値として扱うことが, 従来の土質工学上の計算の慣例でもある。そこで e の変化が結果におよぼす影響を調べるために, 以下の方法でひずみの計算を行った。

- i) $e = e_0$ として(15)式から v ($=v_i$) を計算する。
- ii) v_i に対応する e ($=e_i$) を計算する。

- iii) $e = (e_0 + e_i) / 2$ により v_{i+1} , e_{i+1} を求める。
- iv) 以上の計算を e_{i+1} の変化が無くなるまで繰り返す。

図-2は $c\eta$ テストの計算結果を示す。この経路では $d\eta = 0$ であるから、実線で示したように e が一定の場合の計算結果が実測値と良く対応するという事は、 λ を等方圧密試験から求めた ($\lambda = 0.133$) ことが妥当であることを示している。 e が変化するものとして計算した場合 (破線) は $p = 600 \text{ kPa}$ においても約4%大きくなるだけであり、したがって実測値との対応において e —定法との優劣は付け難い。しかしながら、より大きな v の生じるような応力経路や応力範囲では、 e の扱いによって大きな差が生じるものと考えられ、本報告においては、すべて e が変化するものとして扱うこととする。

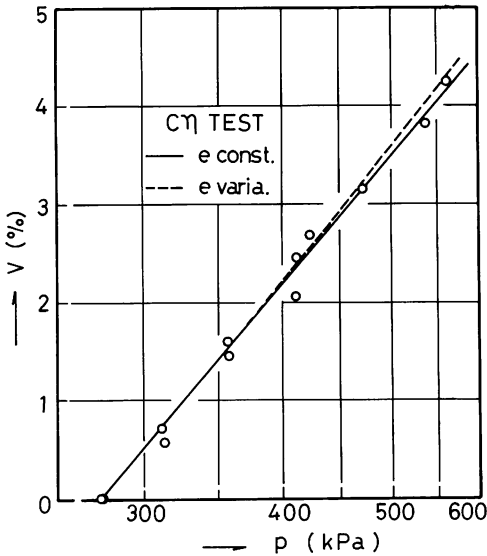


図-2 平均主応力と体積ひずみの関係

4. 3 パラメータ b について

パラメータ b は応力—ひずみ式の誘導の根幹を成す(5)式において導入されている。筆者らはこの b を、異方圧密履歴を表示するパラメータと考え、応力方向が圧密時と同方向であるせん断では $b = 0$ 、反転するようなせん断では $b = \eta_0$ と想定しているが⁴⁾、本報告におけるような破壊状態に向かわないような応力経路の場合の結論は得ていない。

図-3は状態経路 (18式) の計算例 ($a = 1$) であり、実線は $M = M_c$ 、破線は $M = M_E$ とした場合の結果を表す。土構造が等方的であることを示す $b = 0$ の場合は p/p_e 軸に関して上下対称な曲

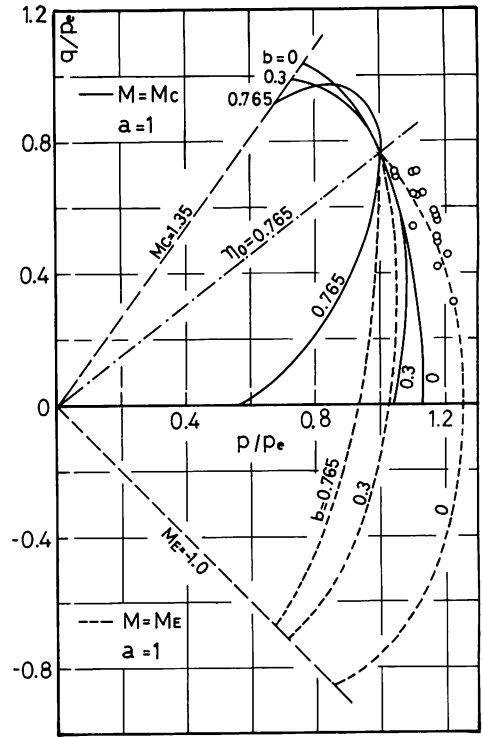


図-3 状態経路

線であり、 b が増すにつれて原点側に移動していく。そして圧縮側 (実線) においては b が大きくなると、軸が圧密軸 ($\eta = \eta_0$) 側に移動した長円状の状態経路となる。図中には CQ テストの実測値も併記したが、 $M = M_c$, $M = M_E$ としていずれの場合にも $b = 0$ とみなす方が妥当なようである。

図-4は実験で得られた v^p と ϵ^p の関係の一例を示す。このような図の傾きを $d\epsilon^p / dv^p$ と定義し、それと η との関係を検討してみる。図-5は横軸に (a) $\eta / (M_c^2 - \eta^2)$, (b) $\eta / (M_E^2 - \eta^2)$, (c) $1 / (M - \eta)$ をとったものである。(c)図の場合 CQ, CIR テストとも原点を通る直線は見出せず、従って Original Cam-clay 理論で用いられている次式は成立しないと考えられる。

$$\frac{d\epsilon^p}{dv^p} = \frac{1}{M - \eta} \quad \dots(20)$$

(a), (b)図の CQ テストでは原点を通る直線で近似することが可能と思われる。すなわち(5)式において $b = 0$, $a = 0.64 (M = M_c)$, $a = 0.29 (M = M_E)$ とすることが妥当である。CIR テストでは(a), (b)図共に原点を通る直線とはみなせない。これは、今回の載荷時隔 (12 時間) では間げき水圧の消散あるいは v^p の発生が十分ではなく、載荷後半部にその影響が蓄積されてきたためと推察される。

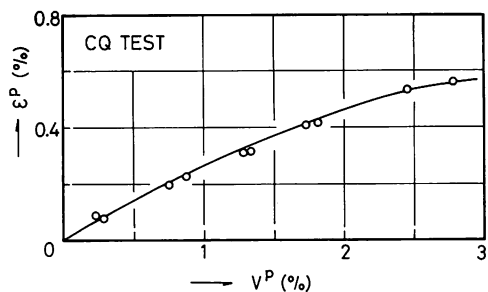


図-4 塑性体積ひずみとせん断ひずみの関係 (例)

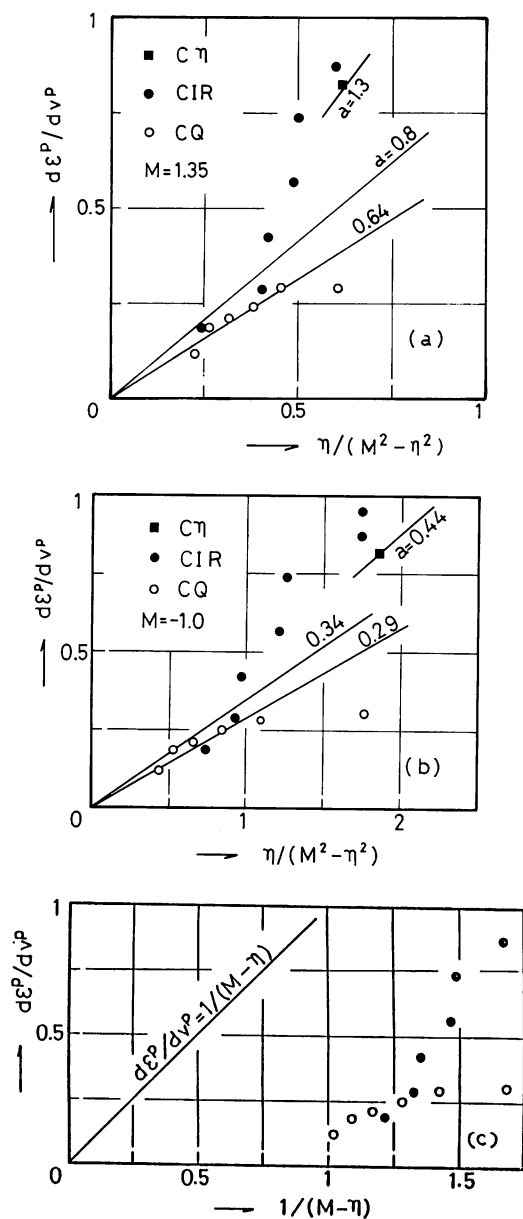


図-5 応力比と塑性ひずみ増分比の関係

図-6はCPテスト($\Delta q/\Delta p = \infty$), CPEテスト($\Delta q/\Delta p = -\infty$)の場合の, 種々の b のとり方による応力-ひずみの計算結果である。実線はCPテストでは $b = 0$, $a = 2$, CPEテストでは $b = \eta_0$, $a = 1.5$ とした場合であり, 破線は b がせん断初期においては上述の $b = 0$ (CP), $b = \eta_0$ (CPE)をとり, 限界状態においては $b = \eta_0$ (CP), $b = 0$ (CPE)になるものとし, その間は η と1次の関係(次式)で結ばれると仮定した場合の結果である。

$$\left. \begin{aligned} b &= \eta_0 \cdot \frac{\eta - \eta_0}{M_c - \eta_0} \dots \text{CP テスト} \\ &= \eta_0 \cdot \frac{M - \eta}{M - \eta_0} \dots \text{CPE テスト} \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

b が変化するとした時の計算は, $\Delta \eta = 0.005$ 毎に(21)式の b を(15)式に代入することによりひずみ増分 Δv^P , $\Delta \epsilon^P$ を求め, それらを逐次累加していく手法を採用した。図-6(a)図は v^P と η との関係を示すものであるが, CPテストにおいては $b = 0$, CPEテストにおいては $b = \eta_0$ と, それぞれ一定値を採用の方が実測値との対応が良い。(b)図は ϵ^P と η との関係を示すが, この場合も v^P の場合と同様に b として一定値を採用することが妥当と思われる。

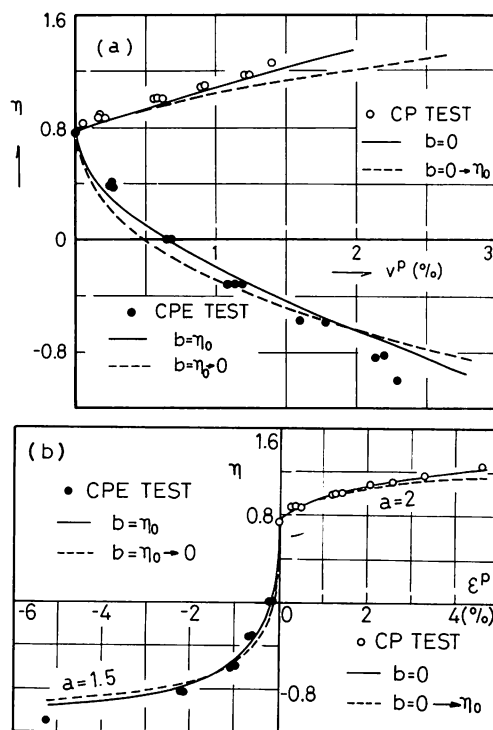


図-6 応力比と塑性ひずみの関係

図-7はCQ, CIRテストの場合に同様の検討を施したものである。 v の場合(a)図は b の可変の影響は図に示し得ないほど小さい。なおCIRテストの v はCQテストの v と極めて近接しているため図示していない。 ϵ^p (b)図の場合は $M=M_c$, $b=0$ とすることが妥当と思われる。

以上パラメータ b についての検討結果をまとめると、 $\Delta q \geq 0$ である応力経路の場合には、状態経路、ひずみ、塑性ひずみ増分比の検討によって、 $b=0$ ($M=M_c$) とすることが妥当であり、CPEテスト ($M=M_E$) の場合には b を可変と考えるより、既報のように一定値($=\eta_0$)として扱うことが妥当であるといえよう。

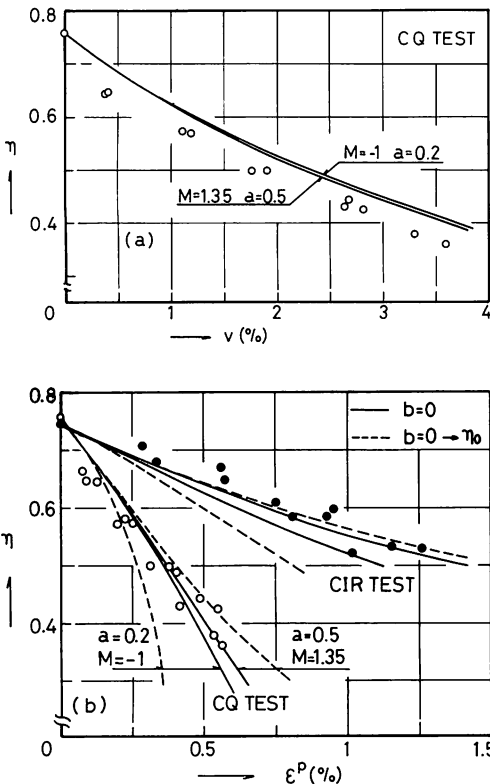


図-7 応力比と塑性ひずみの関係 (CQ, CIR)

4. 4 パラメータ a について

図-8はパラメータ a を変化させた時の(15)式の計算結果を実測値と共に示した。前節の考察に従って、計算においては全て $b=0$, $M=M_c$ としている。CQテスト(実線)の場合、 a を0.2から0.8まで変化させても $\eta \sim v$ 関係はさほど変化せず(15)式は v をや、過大に評価するようである。 ϵ^p ($=\epsilon$, (b)図)については、 a を変化させると η -

ϵ^p 関係は大きく変化し、CQテスト(実線)では $a=0.5$, CIRテスト(破線)では $a=0.7$ とすると実測値との対応が良いようである。これらの a の値が、塑性ひずみ増分比から求められる値(図-5(a))とほぼ一致していることは興味深い。即ち(15)式の a は単にひずみの予測に最適な係数というだけではなく、図-5(a)の傾きと定義することができよう。

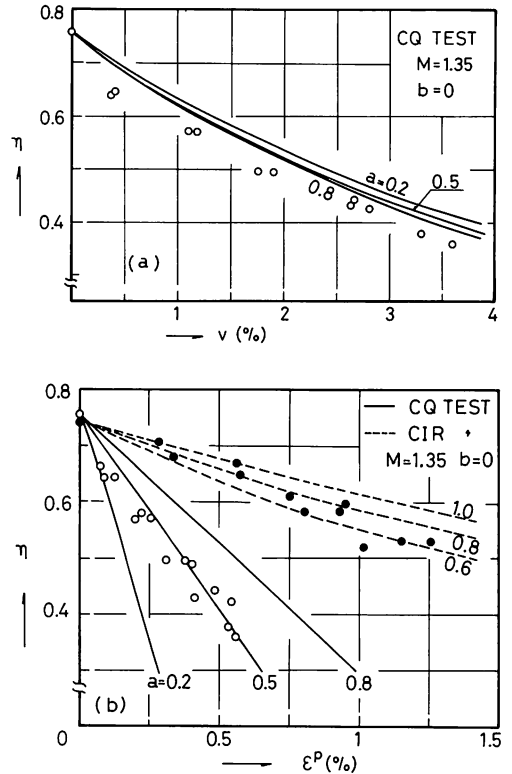


図-8 パラメータ a の影響

5. ま と め

K_0 圧密粘土に各種応力経路を与えたときの変形特性を考察し次のような結果を得た。

- (1) 応力比一定試験における圧縮指数 λ は等方圧密の場合と等しい。
- (2) 限界状態に向かわないようなせん断 ($\Delta q \geq 0$) では M を圧縮状態における値(M_c)にとることが妥当である。
- (3) パラメータ a は塑性ひずみ増分比の応力増分比依存性を表す値と考えることができる。
- (4) パラメータ b は、今回の応力範囲ではせん断中一定と考えることが妥当である。

パラメータ a , b についてはその物理的意味を明確にすることや、応力経路依存性の定量的表示などが課題であり、今後さらに実験を進めていく必要があろう。

おわりに、日頃御指導いただいている北海道大学北郷繁名誉教授、三田地利之教授に深甚の謝意を表します。また実験およびデータの整理にあたっては本校卒業生小倉満雄、架谷幸弘、武田耕一、谷中人司、丹羽毅之、山口等の諸君に、とりまとめにおいては本校柳谷豊技官の協力に負うところが大きい。記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 北郷繁, 池浦勲, 三田地利之, 下越仁: 異方圧密粘土の変形特性について, 技術報告集, 第 22 号, 土質工学会北海道支部, 1982
- 2) Roscoe, K. H. and Burland, J. B. ; On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clay, Engineering Plasticity, Cambridge at the Univ. Press, 1968
- 3) 池浦勲, 北郷繁, 三田地利之, 下越仁: 伸張状態における異方圧密粘土の変形特性について, 土木学会第 38 回年次学術講演会講演概要集, 1982
- 4) 池浦勲, 三田地利之: 異方圧密粘土の応力-ひずみ関係 (第 2 報), 土木学会第 40 回年次学術講演会講演概要集, 1985
- 5) 池浦勲: 飽和粘土の K_0 圧密特性について, 苫小牧工業高等専門学校紀要, 第 20 号, 1985
(昭和 60 年 11 月 30 日受理)

