

繰返し偏心負荷を受けるボルト締結体接合面における 摩擦現象に関する研究

(締結体の変形と接合面の摩擦損失エネルギーに対する解析法の整理と考察)

野 口 勉*・星 野 悟**

Studies on Frictional Phenomenon Generated on Contact Surface of Bolted Joint under Cyclic and Eccentric Load

(Organization of Analytical Method and Its Consideration for Deflection
and Dissipated Energy of the Joint)

Tsutomu NOGUCHI and Satoru HOSHINO

要 旨

2本のボルトによる締結体に対し、Z方向の偏心外力が作用した場合の微小すべり現象と締結体の変形挙動を理論的に解析し締結部の変形・摩擦損失エネルギーに与える各パラメータの影響を調べた。得られた結果は次の通りである。1)初期締付け軸力 F_{vi} を大きくし、負荷外力 F_B^* を高く設計することにより損失エネルギーが増大する。2) 締結体の断面寸法の大きい場合にはボルトの呼び径を小さくすると変形量が大きくなる傾向が顕著になる。3)接触面の突起半径を大きくすることにより損失エネルギーが増加する。4) 全すべり外力 F_{Bg} は、ボルトの初期締付け力 F_{vi} と接触面の摩擦係数 μ により大きく変化する。

Abstract

In this paper, the effect of several parameters, initial tightening force, pitch length between the bolts, coefficient of friction and so on, on the deflection and frictional dissipated energy of bolted joint under the conditions of the cyclic and eccentric load is theoretically considered in the consideration with the roughness of the contact surface by modelling with spherical asperities. The results obtained are as follows : 1) By the tightening with high initial tightening force, high design force F_B^* can be established. As a consequence, frictional dissipated energy between bolted members increase. 2) When dimensions of cross section of clamped member is large, the deflection takes a remarkable tendency to large by using the thinner bolts. 3) Frictional dissipated energy increase as radius of spherical asperities of the contact surface increase. 4) The external force which transmits to gross slip F_{Bg} is influenced significantly by initial tightening force and coefficient of friction.

* 助手 機械工学科

** 教授 室蘭工業大学 機械工学科

1. 緒 言

機械構造物においてボルト締結は従来から多用されており、今後もその状況は変わらないと思われる。現在、構造物は小型・軽量・大規模・ち密・高速などの極端化が進むなかで工作機械などではサブミクロンオーダー、あるいはそれ以下の「加工精度」、「位置決め」の要求が高まっている。しかし、ボルトやボルト締結部に対する設計基準は主に強度と静剛性についてのものであり、加工精度などの向上には吸振性（動剛性）をも考慮した設計が重要となる。

本研究においては、2本のボルトによる締結体に対し、その突き出し部にZ方向の外力が作用した場合の接合面における微小すべり現象と締結体の変形挙動に対する解析法を与え、締結体の変形・摩擦損失エネルギーに与える各パラメータの影響を調べ、上記設計に資することを目的とした。

解析にあたっては、ボルト締結部をはりとばねにモデル化し、接合面はHerzの接触理論を用いて球状突起の微小すべりを考慮し接線剛性を解析したMindlinら¹⁾の考えを発展・整理し、また締結体下面の変形量と接合面に存在する球状突起の接線変位とが適合する、という条件を与えて行った。

記 号

本文中において使用する主な記号は次に示すとおりである。

F_B ：外力

F_{Bg} ：全すべり外力

$i = 1, 2$ ：ボルトの番号

Z_i ：ボルト i の中心位置におけるはりのZ方向のたわみ

Z_x ：ボルト 2 から距離 X におけるはりのZ方向のたわみ

F_{si} ：ボルト i の軸力

F_{ki} ：ボルト i の中心位置の接触面に働く反力

F_{vi} ：ボルト i の初期締付け力

El_1 ：着力点からボルト 1 中心位置までのはりの曲げ剛さ

El_2 ：ボルト 1 とボルト 2 の中心位置間のはりの曲げ剛さ

k_b ：ボルトの引張ばね定数

k_c ：被締結体の圧縮ばね定数

k_f ：接合部突起および固定台の合成圧縮ばね定数

$K_s = \frac{2k_b \cdot k_c}{k_b + 2k_c}$ ：ボルトと被締結体との合成ばね定数

$K_p = \frac{2k_c \cdot k_f}{2k_c + k_f}$ ：被締結体と固定台との合成ばね定数

L ：ボルト 1 から着力点までの距離

m ：ボルト軸間距離

h ：はりの高さ

b ：はりの幅

E ：被締結体のヤング率

ν ：被締結体のポアソン比

R ：接合面に分布する突起先端の平均曲率半径

a ：突起接触面の半径

n_i ：ボルト i の位置で接合面に存在する接触突起の数

f_k ：一つの突起が受け持つ反力

σ_c ：接触突起が受ける最大圧縮応力

μ ：突起接触面の摩擦係数

T ：接合面に生ずる摩擦力

δ_B ：外力および摩擦力による被締結体接合面のボルト軸間の伸び

δ_c ：摩擦力による被締結体接合面のボルト軸間の縮み

δ_i ：ボルト i の接触面における突起のせん断変形量

2. 理 論 解 析

解析にあたっては以下の仮定を行う。

1) 接合面における接触は、「なじみ」を終えた後の弾性接触状態とする。

2) 接合面は、ボルト回りの表面に存在する突起の平均丸み半径 R でモデル化し、接触する球状突起数は法線力に比例する。

3) 突起の変形は Mindlin ら¹⁾の理論に従い、各突起の変形は全て同じ変形挙動を示す。

4) ボルト軸力、接合面に生ずる反力、および摩擦力は集中力とする。

5) 外力の作用による反力点の移動は考慮しない。

6) 接合面における接線変位は、締結体の曲げによる弾性変形の成分と接合面の弾性球突起の微小すべり変位を考慮する。

2. 1 弾性球突起の接線変位

図1に1接触突起対の変形状態の概略図を示した。

各ボルト接合面に存在する n_i 個の突起は、それぞれ F_{ki}/n_i の法線力を受けながら、接線力 T_i/n_i を受ける。この場合、 $T_i/n_i < \mu F_{ki}/n_i$ の範囲においては図1に示したとおり部分すべり (Partial slip) 状態となっている。

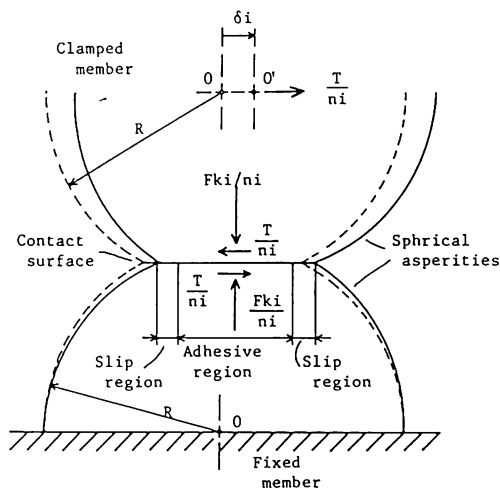


図1 接触突起の接線変位

ここで、接触面に固着領域とすべり領域とが共存している微小すべり状態を部分すべり (partial slip), 固着領域が縮小して消失した状態を全すべり (gross slip) とした。

法線力 $f_k = F_{ki}/n_i$ を受ける一つの突起接触面半径 a は次式に示されるように、一定とした。

$$a = \left\{ \frac{3(1-\nu^2)R \cdot f_k}{4E} \right\}^{1/3}$$

また、解析は静剛性の極端な低下を招く全すべり (Gross slip) を生じない範囲に限定した。

2. 1. 1 接線力の負荷過程

接線力 T_i/n_i が増加していく過程 (外力 F_B の負荷過程) において、突起の接線変位 δ_i は

$$\delta_i = [\delta] \left\{ 1 - \left(1 - \frac{T_i}{\mu F_{ki}} \right)^{2/3} \right\} \quad (1)$$

この場合の接触面における接線応力の分布を図2に示す。すべり領域は $a-c$ まで進行し、半径 c は次式で示される。また、接線力と接線変位との関係は図5の曲線 A-B に示したように非線形性をもつ。

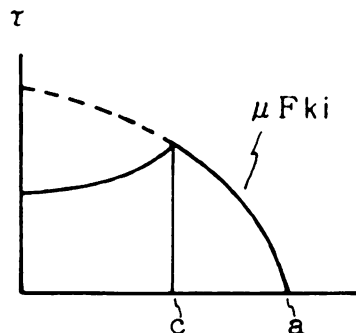


図2 負荷時の接線応力分布

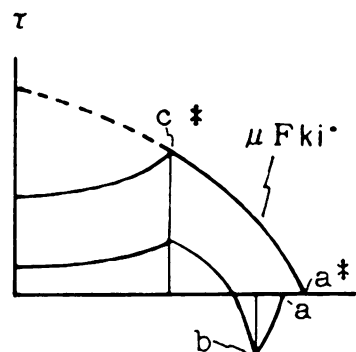


図3 除荷時の接線応力分布

$$c = a \cdot \left(1 - \frac{T}{\mu F_{ki}} \right)^{1/3}$$

2. 1. 2 接線力の除荷過程

部分すべり状態からの接線力の減少過程 (外力 F_B の除荷過程) に対しては、

$$\delta_i' = [\delta] \left\{ 2 \left(1 - \frac{T_i^* - T_i'}{2\mu F_{ki}'} \right)^{2/3} - \left(1 - \frac{T_i^*}{\mu F_{ki}'} \right)^{2/3} - 1 \right\} \quad (2)$$

で表される。

この場合の接触面における接線応力の分布を図3に示す。負荷時とは逆方向のすべりが生じて、その境界 b は次式で示される。また、接線力と接線変位との関係は図5の曲線 B-C-D を経過する。

$$b = a \cdot \left(1 - \frac{T^* - T_i'}{2\mu F_{ki}'} \right)^{1/3}$$

2. 1. 3 接線力の再負荷過程

再び、接線力を増加させる場合(外力 F_B の再負荷過程)に対しては、

$$\begin{aligned} \delta i'' = [\delta] & \left\{ 1 - 2 \left(1 - \frac{T_i'' - T_i^{**}}{2\mu F k i''} \right)^{2/3} \right. \\ & \left. + 2 \left(1 - \frac{T_i^* - T_i^{**}}{2\mu F k i''} \right)^{2/3} - \left(1 - \frac{T_i^*}{\mu F k i''} \right)^{2/3} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

再負荷過程における接線応力分布は図4、力と変位との関係は図5の曲線D-E-Bで示される。負荷時と同方向のすべり領域の境界dは次のようになる。

$$d = a \cdot \left(1 - \frac{T'' - T^{**}}{2\mu F k i''} \right)^{1/3}$$

以上、 $[\delta]$ は全すべり開始時の限界変位量を表し、次式により示される。また、肩符 $*$ 、 $**$ 、 $'$ 、 $''$ はそれぞれ負荷の最終値、除荷の最終値、除荷過程の諸値、再負荷過程の諸値を表わす。

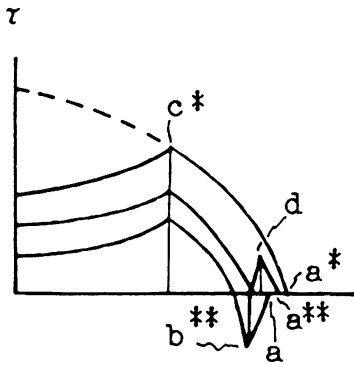


図4 再負荷時の接線応力分布

$$[\delta] = \frac{(2-\nu) \cdot \mu}{(1-\nu) \cdot R} \left\{ \frac{3R(1-\nu^2)}{4\sqrt{2} \cdot E} f k \right\}^{2/3} \quad (4)$$

ここで、

$$f k = F k i / n i = \left(\frac{2\pi p}{3} \right)^3 \cdot \left\{ \frac{3R(1-\nu^2)}{2E} \right\}^2$$

：一つの突起が受ける反力

上述の解析により、繰返し負荷を受ける場合突起接触面における摩擦現象によって図5のヒステリシスループ(曲線B-C-D-E)で示されるエルルギが散逸し吸振性を高めることが分かる。

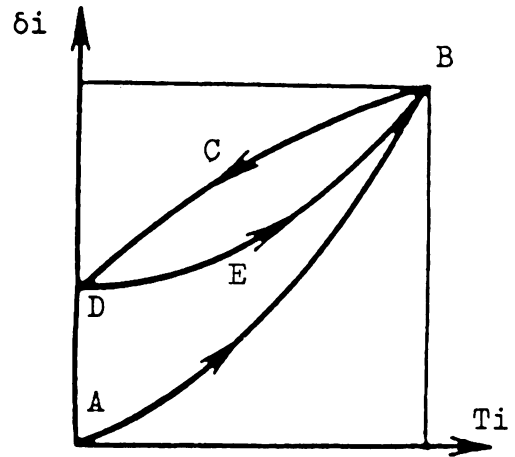


図5 突起に加わる接線力 T_i と接線変位 δi の関係

2. 2 被締結体の変形モデル

図6に示す2本のボルトにより締付けられた被締結体の右端に外力 F_B が加わるときの解析モデルを図7に示す。

外力 F_B により、ボルト中心位置におけるはりのたわみ Z_i が生じ、各ボルトの軸力および反力が次式で与えられる。

$$\begin{aligned} F_{S1} &= F_{V1} + K_S \cdot Z_1, & F_{S2} &= F_{V2} + K_S \cdot Z_2 \\ F_{K1} &= F_{V1} - K_P \cdot Z_1, & F_{K2} &= F_{V2} - K_P \cdot Z_2 \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)と、つりあい式から、各ボルト位置におけるはりのたわみ Z_i は、次式に示されるように外力に比例する。

$$Z_1 = \frac{(L+m) \cdot F_B}{m(K_S + K_P)}, \quad Z_2 = -\frac{L \cdot F_B}{m(K_S + K_P)} \quad (6)$$

図7の $x (> m)$ におけるはりのたわみ量は次式によって示される。

$$Z_x = \left[\frac{\{ 3(L+m)x^2 - x^3 \} F_B}{6} + C_1 x + C_2 \right] / EI \quad (7)$$

ここで、式(7)の定数 C_1 、 C_2 は、

$$\begin{aligned} C_1 &= \left[\frac{LmEI}{CEI^2} \frac{m(2L+m)}{2} \right. \\ & \quad \left. + \frac{(2L+m)EI}{m^2(K_S + K_P)} \right] FB - \frac{hm^2EI}{4EI} T \\ C_2 &= \left[-\frac{Lm^2EI}{3EI} \frac{1}{2} + \frac{m^2(3L+m)}{6} \right. \\ & \quad \left. - \frac{LEI}{m(K_S + K_P)} \right] FB + \frac{hm^2EI}{4EI} T \end{aligned}$$

となる。

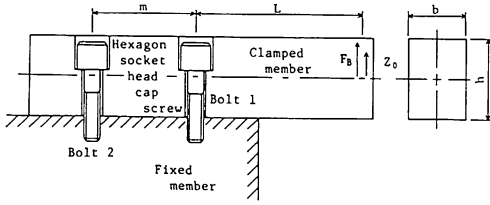


図6 ボルト締結体

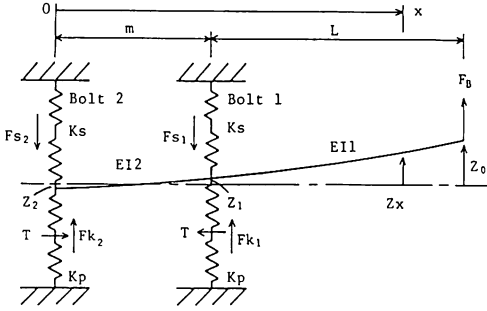


図7 解析モデル

2. 2. 1 負荷過程の場合

被締結体接合面のボルト軸間における伸びは、外力 F_B および摩擦力 T の曲げ作用による伸び δ_B 、摩擦力 T による縮み δ_C からなり、次式により示される。

$$\begin{aligned}\delta_B - \delta_C &= \frac{3m(F_B \cdot L - Th)}{Ebh^2} - \frac{m}{Ebh} T \\ &= \frac{m(3F_B L - 4Th)}{bh^2 E}\end{aligned}\quad (8)$$

また、接合面の各反力点に分布する n_i 個の接触突起の変形による相対変位は、2. 1 により次式で示される。

$$\begin{aligned}\delta_1 + \delta_2 &= [\delta] \left\{ 1 - \left(1 - \frac{T_1}{\mu F_{k1}} \right)^{2/3} \right\} \\ &\quad + [\delta] \left\{ 1 - \left(1 - \frac{T_2}{\mu F_{k2}} \right)^{2/3} \right\}\end{aligned}\quad (9)$$

ただし、図7から明らかとおり $T_1 = T_2$ である。よって部分すべり状態における摩擦力 T は、固着領域を有するので、次式から求められる。

$$\delta_B - \delta_C = \delta_1 + \delta_2 \quad (10)$$

また、図7のモデルのような外力の加わり方では、 $F_{k1} \leq F_{k2}$ が常に成立し、ボルト1の突起接触面が全すべりを起こしても、ボルト2の突起接触面は部分すべり状態を続けるので、摩擦力 T は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}T &= \mu \cdot F_{k1} \\ &= \mu \cdot \left\{ F_{V1} - \frac{K_P(L+m)}{m(K_S + K_P)} F_B \right\}\end{aligned}\quad (11)$$

すなわち、設計の基準となる全すべり移行外力 F_{B8} は式(10)と式(11)とを同時に満足させることにより求めることができる。

式(10)から、外力 F_B と摩擦力 T との関係が求まれば、はりのたわみ量は式(7)によって求められる。

2. 2. 2 除荷過程の場合

部分すべり状態から外力 F_B を除荷する場合は、除荷開始直前の状態により異なる。

接線力 T の減少による突起変形の相対変位 $\delta_1' + \delta_2'$ とはりの接合面側変位 $\delta_B' - \delta_C'$ を等しく置くことにより、外力 F_B と摩擦力 T の関係が求められる。

$$\delta_B' - \delta_C' = \delta_1' + \delta_2' \quad (12)$$

以上、除荷過程においては式(12)により得られる摩擦力 T を用いて、外力とはりのたわみの関係が式(7)から求まる。

2. 2. 3 再負荷過程の場合

除荷終了後、再び外力 F_B を負荷する場合は、除荷開始直前と再負荷開始直前の状態により異なる。

接線力の再負荷による突起変形の相対変位 $\delta_1'' + \delta_2''$ とはりの接合面側変位 $\delta_B'' - \delta_C''$ を等しく置くことにより、外力 F_B と摩擦力 T の関係が求められる。

$$\delta_B'' - \delta_C'' = \delta_1'' + \delta_2'' \quad (13)$$

以上、再負荷過程においては式(13)により得られる摩擦力 T を用いて、外力とはりのたわみの関係が式(7)から求まる。

3. 解析結果

解析に用いた諸数値は、次のとおりである。

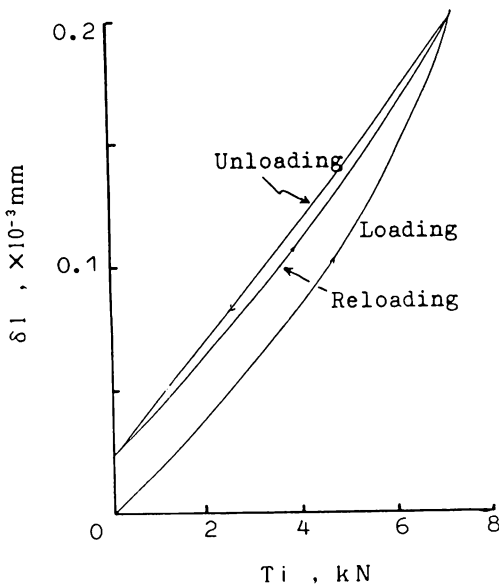
$h \times b = 50 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$ および $h \times b = 175 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$, $L = 100 \text{ mm}$, $m = 70 \text{ mm}$, 140 mm , 210 mm , $\mu = 0.1, 0.15, 0.2$, 被締結体は FC 20 製、平面研削仕上げを想定しており、 $E = 98 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$, $R = 0.5 \text{ mm}$, 1.0 mm , 1.5 mm , $\sigma_c = 1470 \text{ MPa}$ とした。ボルトは六角穴付きボルト M 10, M 12, M 14, M 18 (各々推奨締付け力 $F_{vi} = 36.2 \text{ kN}$, 52.9 kN , 72.5 kN , 121.5 kN) で締付け

長さは 20 mm。また、各ばね定数は文献²⁾および³⁾により求め、 k_f については、 $1/k_f = 0$ とした。

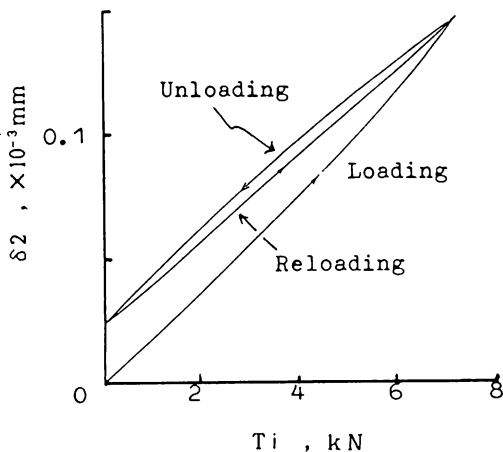
3. 1 ボルト接合面に存在する突起の変位

図 8(a), (b)に負荷－除荷－再負荷過程のボルト 1 およびボルト 2 接合面に存在する突起の変位と接線力との関係の一例を示した。

同じ接線力に対し δ_2 の方が δ_1 に比べて小さくなっている。このことは締結体モデルから明らかとなり常に $Fk_1 \leq Fk_2$ となるためにボルト 2 接合面に存在する突起数 n_2 が多くなり突起群



(a) ボルト 1 接合面に存在する突起



(b) ボルト 2 接合面に存在する突起

図 8 接線力 T_i と接線変位 δ_i

全体として接線剛性が高くなることから理解し得る。また、2. 1 で述べたとおり δ_1-T 、 δ_2-T のヒステリシスループで示される損失エネルギーの和が締結部の動剛性に寄与する。

3. 2 たわみ（静剛性）および損失エネルギー（動剛性）に与える各パラメータの影響

以下に示す線図は、横軸に外力の最大値 F_B^* 、縦軸上部には F_B^* に対応する接合面での摩擦損失エネルギー Δw を、下部には対応する締結体突出し部のたわみ Z_x を各々示しており、締結体に加えられる繰り返し外力に対する動剛性と静剛性の大小が同時に分かる形とした。また、加える外力の最大許容値 F_{B^*max} は全すべり外力 F_{Bg} の $1/2$ としてあり、曲線の右端はそれに対応する。

3. 2. 1 断面寸法 h , b について

図 9 には部材の断面寸法が $h \times b = 50 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$ 、図 10 には $h \times b = 175 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$ の場合の結果を示してある。断面寸法の大きい場合、図 9 と比べて加えた外力が大きいにも関わらず損失エネルギーが小さくなっている。

締結体の変形に関しては断面寸法の小さい場合、曲げ剛さの小さいことから、4 倍前後静剛性が低下している。

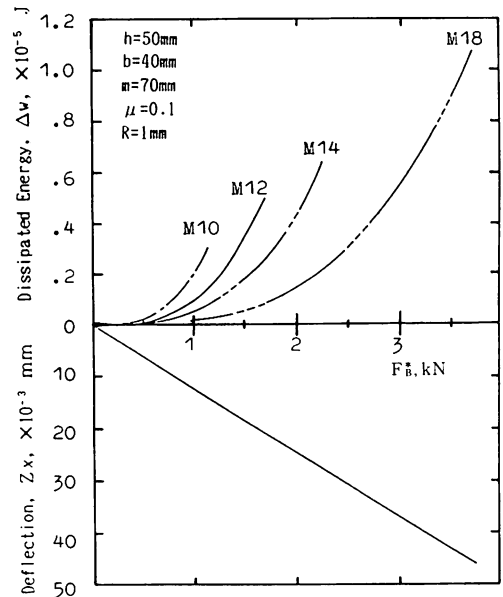


図 9 解析結果(1)断面が小さい場合

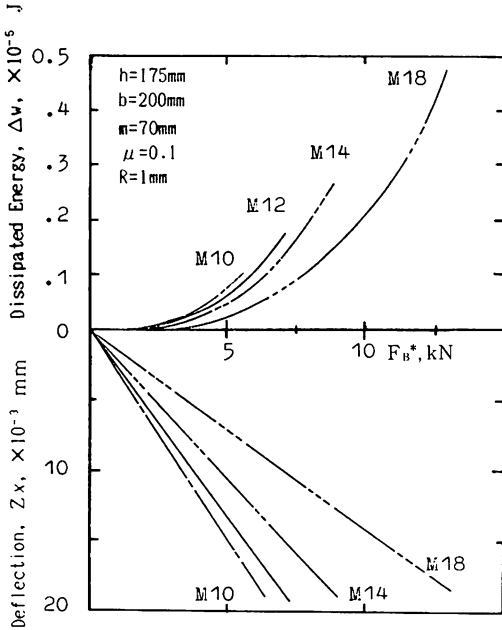


図10 解析線(2)断面が大きい場合

3. 2. 2 ボルトの呼び径(初期締付け力 F_{vi}) について

図9, 10ともにボルトの呼び径, すなわち初期締付け軸力を変化させた場合について示してある。

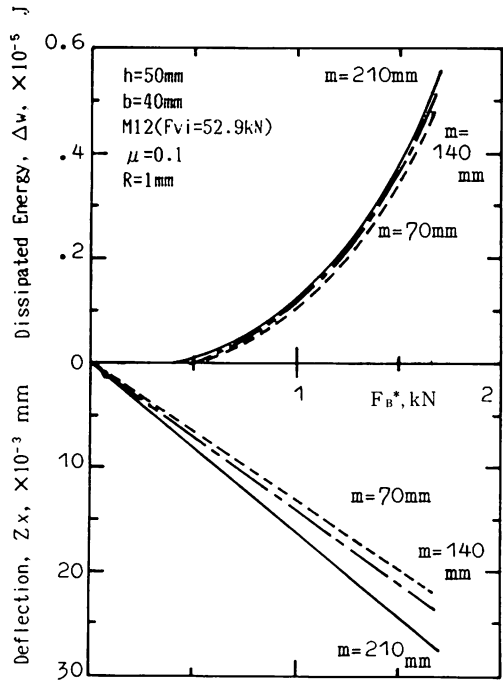
両図ともに同一外力 F_B^* に対してボルトの呼び径(初期締付け軸力)の低い方が損失エネルギーは大きくなっていることが分かる。このことは接触面圧力が低いために接触突起数が少なくなり, 接合面の接線剛性が低下し, すべり領域の占める割合が大きくなることから理解できる。しかしながら, 初期締付け軸力が低い場合, 全すべりに移行する外力値も低くなるため, 設計外力としての適用範囲も狭くなる。

たわみについて, 図9では図示できるほどの差異は現れなかったのに対して, 一方, 図10に示した断面寸法の大きい場合にはボルトの呼び径を小さくすると静剛性が低下する傾向が現れた。このことは, 断面寸法が大きくなることにより被締結体の弾性変形が小さくなり, 相対的に接触面の接線変位が影響をおよぼすためである。

3. 2. 3 ボルト間距離 m について

図11に3種類の m について計算結果を示した。この場合たわみ, 損失エネルギーともに差異は僅かではあるが, m の長い方がボルト間での変形

能が増加するためたわみも損失エネルギーも大きくなる。

図11 解析結果(3)ボルト間距離 m の違い

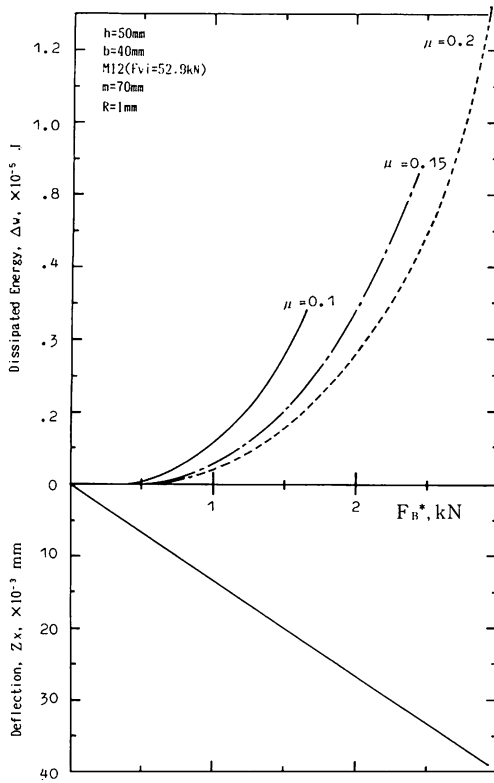
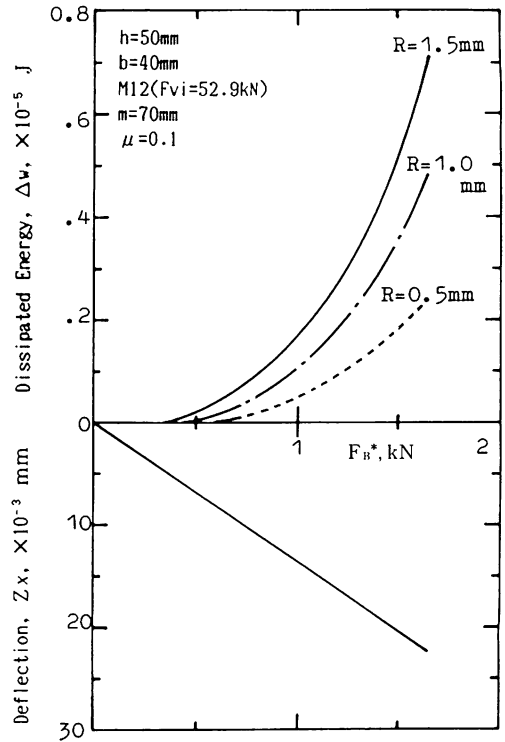
3. 2. 4 摩擦係数 μ について

図12には摩擦係数の差異を示した。摩擦係数が大きくなると, 3. 2. 2と同様に, 同一外力に対する損失エネルギーは小さくなるが, 外力の適用範囲が広がる。また, たわみの差異は非常に小さい。

3. 2. 5 突起半径 R について

この場合, 図13から分かるとおり突起半径が大きいときの方, すなわち表面が滑らかな方が損失エネルギーが大きくなる。また, それに伴う外力の適用範囲の変化は余り大きくはない。

接触突起の剛性低下は締結体全体の剛性とも深く係わることから⁴⁾, 接触突起の剛性が線型と見なし得る範囲で締結部を設計することが必要である。一般には全すべり外力を高めることが静剛性の向上につながるが, 摩擦係数を大きくすると動剛性が極端に低下する場合もあり⁵⁾, 高い剛性を実現するための最適な条件を求めるには, 今後実験による確認も行い総合的な検討を必要とする。

図12 解析結果(4)摩擦係数 μ の違い図13 解析結果(5)突起半径 R の違い
感謝の意を表する。

4. 結 言

本研究により行った解析から以下の結果が得られた。

1) 初期締付け軸力を大きくし、負荷外力を高く設計することにより損失エネルギー(動剛性)を増大させることができる。

2) 断面寸法の大きい場合にはボルトの呼び径を小さくすると相対的に静剛性が低下する傾向が現れる。

3) 突起の半径を大きくすることにより、負荷外力の増加なしに損失エネルギー(動剛性)が増加することがわかった。

4) 全すべり外力 F_{Bg} は、ボルトの初期締付け力 F_{vi} と接触面の摩擦係数 μ により大きく変化し、ボルト間距離 m による影響もあることが分かった。

謝 辞

本研究の一部は昭和60年度北海道科学研究費の補助を受けて行ったものであることを付記し、

参 考 文 献

- 1) Mindlin, Deresiewicz : Elastic Spheres in Contact Under Varying Oblique Forces, Trans. ASME, J. Appl. Mech. 1953, 9, p327.
- 2) 山本晃：ねじ締結の理論と計算, 養賢堂, p 55 - p 60.
- 3) VDI 2230-Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen, VDI-Verlag, (1977) (訳：日本ねじ研究協会, 高強度ねじ結合の体系的計算法, (1982) p 8 - p 10)。
- 4) 野口, 星野：偏心傾射外力を受ける複数ボルト締結部の変形挙動, 昭和60年度精機学会道支部学術講演会講論集, p 118.
- 5) 野口, 伊藤, 星野：接合面粗さを考慮した複数ボルト締結部のすべり挙動(一列2本のボルトによる被締結体に曲げ荷重を加えた場合), 日本機械学会道支部第27期総合講演会講論集, 1986.3.

(昭和61年11月29日受理)