

電力系統の確率的過渡安定度評価 —— エネルギー関数法による高速化(1) ——

佐 藤 義 則*・村 井 国 昭**・長谷川 淳***

Probabilistic Evaluation of Transient stability of multi-Machine Power Systems.

—— A Fast Algorithm using Energy Function Method ——

Yoshinori SATO, Kuniaki MURAI, Jun HASEGAWA

要 旨

電力系統内の故障地点、故障の種類、故障除去時間を確率変数として考慮した確率的過渡安定度モデルに対して、エネルギー関数法を導入することによって計算の高速化を図ったので報告する。

Synopsis

Probabilistic evaluation method of power system transient stability reflects the nature of system stability influenced by the probabilistic factors such as fault locations, fault types and fault clearing times.

In this paper, we applied a fast algorithm using the Energy Function Methods to the probabilistic stability models, and a considerable computational time was reduced in comparison with the former step-by-step method models.

Numerical example of 4-machine power system shows the efficiency of this proposed methods.

1. ま え が き

著者等は前報において、従来の決定論的な安定度評価に対して電力系統に内在する確率的要因を考慮した過渡安定度の確率的評価法を提案し、報告してきた。^{(1)~(6)}

この確率的過渡安定度評価法は、確率変数である故障地点、故障の種類、故障除去時間に依存する安定度について、送電線別、想定故障種別の安定度の大小を相対的に比較することができる他、安定度向上対策についても、その効果を定量的に評価できるため系統計画段階での解析に有用であると考えられる。⁽⁵⁾⁽⁷⁾

しかし前報では、全確率空間について詳細発電機モデルによるシミュレーションを反復して安定判別を行なうため、計算時間が多大となる難点があった。モンテ・カルロシミュレーションによる確率的安定度評価法も提案されているが、⁽⁷⁾ 標本数を大きくとる必要があり、やはり計算時間がボトルネックになると思われる。

このような難点を克服することを目的として、本論では近年、その十分条件性が克服されたエネルギー関数法⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾を用いて安定判別を行ない、確率的安定度評価法の高速化を試みたので報告する。

2. 確率的安定度評価

提案されている確率的過渡安定度評価法は、各送電線での故障発生確率が線路亘長に応じて一定

* 助教授 電気工学科

** 教授 電気工学科

*** 教授 北海道大学工学部

という仮定の下で、各送電線、各種の故障或いは系統全体に対する過渡安定度確率を求め、これにより総合的・定量的に安定度を評価する。この手法は従来の決定論的安定度評価法の拡張とみなすことができ、次のような特徴を有している。

- (1) 系統内の個々の送電線の過渡安定度を相対的に比較することができ、対策を必要とする箇所を特定できる。
 - (2) 様々な安定度向上対策の定量的な比較と、これによってどの部分がどの程度安定化されたか、また系統全体としてどの程度の安定度向上に寄与したかを評価することができる。
- この場合、ある特定の故障 K に対する安定度確率 $Pr(K)$ は次式により定義する。⁽⁶⁾

$$Pr(K) = \sum_{l=1}^M [\text{線路 } l \text{ の故障 } K \text{ に対する安定度確率}] \times [\text{線路 } l \text{ で故障 } K \text{ が発生する確率}] \dots (1)$$

また、全ての故障を考慮した系統全体の過渡安定度指標は次式で定義された。

$$P_{sys} = \sum_K^{ALL} [Pr(K) \times (\text{故障 } K \text{ の発生確率})] \dots (2)$$

3. 確率的安定度評価に対するエネルギー関数の導入

(1) 概 要

電力系統の安定度問題に対するエネルギー関数法の応用は、1966年のGless氏⁽¹¹⁾、El-Abiad & Nagappan氏⁽¹²⁾等の研究を嚆矢とする。以来、1970年代にかけてエネルギー関数の一種であるリアプノフ関数の構成法や、新しいリアプノフ関数の開発について多数の研究が様々な分野からなされて来た。⁽¹³⁾ 1978年に至って、Kakimoto氏等⁽⁸⁾、Athay氏等⁽⁹⁾、Pavella氏⁽¹⁰⁾はそれぞれ独立に多機系統におけるリアプノフ法の十分条件性を明らかにし、不安定平衡点が故障地点に依存することを実証してそれらを系統的に求める方法を提案した。それまでのリアプノフ法適用の考え方は、故障地点によって変わるはずの不安定平衡点を、安定平衡点に最も近い不安定平衡点のみを考慮することとしていたために、多機系統では実際の臨界故障除去時間に一致する場合や、かなり控え目な値となるケースがあった。このことは、故障地点、故障の種類によって故障中の系の軌道が異なり、その結果不安定平衡点も故障ごとに異な

るというのが文献(8)~(10)以後の思想となった。

(2) エネルギー関数と定式化

ここでは文献(9)による慣性中心座標による定式化を用いて安定判別を行ない、確率計算全体の高速化を図ることとした。
電力系統の運動方程式は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} M_i \dot{\omega}_i &= P_{mi} - E_i^2 G_{ii} - P_{ei} \\ \dot{\delta}_i &= \omega_i \quad : i=1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad \dots (3)$$

ここで、第 i 番目の発電機に対して、

$$\begin{aligned} P_{ei} &= \sum_{j=1}^{N'} [C_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + D_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)] \\ C_{ij} &= E_i E_j B_{ij}, \quad D_{ij} = E_i E_j G_{ij} \\ P_{mi} & \text{ 発電機の機械的入力} \\ M_i : & \quad \text{慣性定数} \\ E_i : & \quad \text{直軸過渡リアクタンス背後電圧} \\ \omega_i, \delta_i : & \text{回転子角速度及び位相角} \\ B_{ij}, G_{ij} : & \text{縮約したアドミタンス行列の伝達サセプタンス及び伝達コンダクタンス} \end{aligned}$$

(3)式を慣性中心座標系へ変換すると慣性中心の運動方程式及び中心に対する各発電機の運動方程式は、それぞれ次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_0 &= \omega_0 \\ M_T \dot{\omega}_0 &= \sum_{i=1}^N (P_{mi} - E_i^2 G_{ii}) - P_{ei} \\ &= \sum_{i=1}^N (P_{mi} - E_i^2 G_{ii}) \\ &\quad - 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N D_{ij} \cos \delta_{ij} \triangleq P_{COA} \end{aligned} \quad \dots (4)$$

ここで、 $M_T \triangleq \sum_{i=1}^N M_i$, $\delta_0 \triangleq (\sum_{i=1}^N M_i \delta_i) / M_T$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i &= \tilde{\omega}_i \\ M_i \dot{\tilde{\omega}}_i &= P_{mi} - E_i^2 G_{ii} - P_{ei} - (M_i / M_T) P_{COA} \\ &\triangleq f_i(\theta) \quad : i=1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad \dots (5)$$

ここで、 $\theta_i \triangleq \delta_i - \delta_0$, $\tilde{\omega}_i \triangleq \omega_i - \omega_0$

(5)式の系に対してエネルギー関数を導びくと、次式のようなになる。

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N M_i \tilde{\omega}_i^2 - \sum_{i=1}^N (P_{mi} - E_i^2 G_{ii}) (\theta_i - \theta_i^s) \\ &\quad - \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \left[C_{ij} (\cos \theta_{ij} - \cos \theta_{ij}^s) \right. \\ &\quad \left. - \int_{\theta_{ij}^s + \theta_{ij}}^{\theta_i + \theta_j} D_{ij} \cos \theta_{ij} \cdot d(\theta_i + \theta_j) \right] \quad \dots (6) \end{aligned}$$

(6)式中第1項は発電機回転子運動エネルギーの慣性中心に対する総変化量を、第2項は中心に対する回転子ポテンシャルエネルギーの変化量、第3項は送電線中に貯えられた磁気エネルギーと、

そこで消散されるエネルギーを表わしていると考えられる。

不安定平衡点は(5)式において、 $\dot{\omega}_i = \dot{\theta}_i = 0$ とした解である。すなわち、

$$\begin{aligned} f_i(\theta) &= P_{mi} - E_i^2 G_{ii} - P_{ei} - (M_i/M_T) P_{COA} = 0 \\ \omega_i &= 0 \quad : i=1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad \dots\dots(7)$$

ここで P_{ei} と P_{COA} は θ_{ij} のみの関数なので、(7)式中の最初の $(N-1)$ 本の方程式について解けば十分である。すなわち、

$$\begin{aligned} f_i(\theta) &= P_{mi} - E_i^2 G_{ii} - P_{ei} - (M_i/M_T) P_{COA} = 0 \\ i &= 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad \dots\dots(8)$$

(8)式はスカラー目的関数

$$F(\theta) = \sum_{i=1}^{N-1} [f_i(\theta)]^2 \quad \dots\dots(9)$$

を最小化することと等価であり、物理的には全ての母線電力のミスマッチを最小化することを意味している。

(3) エネルギー関数を用いた確率的過渡安定度評価法

安定度問題にエネルギー関数を導入する利点は、系の運動方程式を故障除去時点まで解くだけでその後の系の安定判別ができることである。従って、前報の臨界故障除去時間を求めるルーチンにエネルギー法を導入することによって大幅な計算時間の短縮が可能となる。エネルギー法を用いて臨界故障除去時間を求める主な手順は次のようになる。

- (i)故障前の潮流計算により、過渡リアクタンス背後電圧、位相角を求める。
- (ii)故障除去後の系に対する安定平衡点の計算。
- (iii)系の運動方程式を解いて故障時の軌道を追跡する。
- (iv)軌道上でエネルギー関数値 V と目的関数 $F(\theta)$ を計算する。
- (v)軌道上の $F(\theta)$ が極小値をとる点から最小化を行なって不安定平衡点を求める。 $F(\theta)$ が極小値でなければ(ii)のステップへもどる。
- (vi)不安定平衡点の位相角 δ^u により臨界エネルギー $V_{critical}$ を求める。
- (vii)故障軌道上で計算した V と $V_{critical}$ を比較し、 $V \geq V_{critical}$ となる時点を求める。これが、臨界故障除去時間 $T_{critical}$ である。

エネルギー関数法を用いた確率的過渡安定度評価全体の概略フローチャートを図-1に示す。

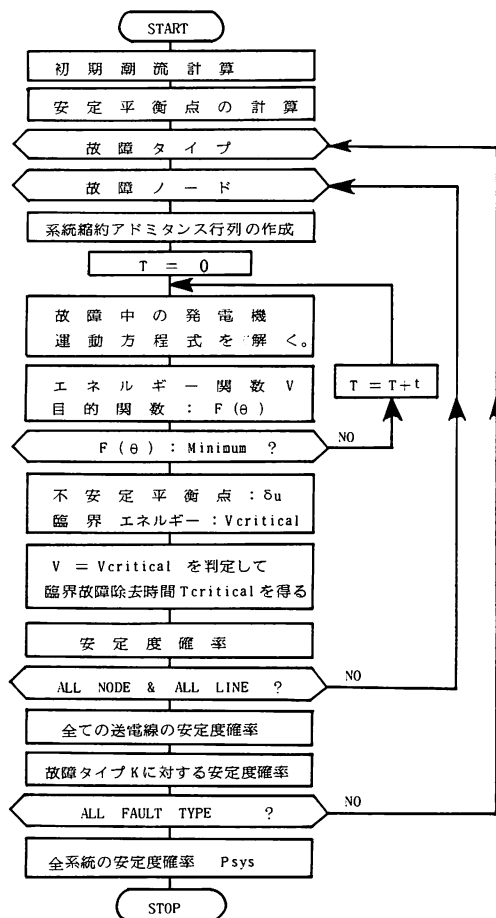
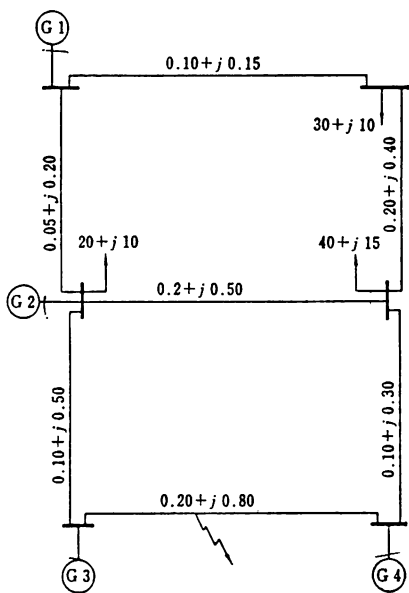


図-1 概略フローチャート

4. 数 値 例

(1) モデル系統

シミュレーションのためのモデル系統は図-2に示す *El-Abiad* の4機系統を用いた。⁽¹⁴⁾ 発電機は X_d' モデルで図中のような定数となっている。故障は2回線送電線の片側で発生し、どの送電線についても発生確率は同一であると仮定する。故障の種類とその発生確率を表-1に、送電線上の故障発生確率分布を図-3に示す。また、故障除去時間は指定された平均値 T_c の回りで10%の分散をもつ正規分布と仮定している。



発電機定数表

発電機	容量	慣性定数 M	過渡リアクタンス X_d'	D
G 1	MVA 100	p. u. 75 350	p. u. 0.004	p. u. 1.0
G 2	15	1 130	1.000	12.0
G 3	40	2 260	0.500	2.5
G 4	30	1 508	0.400	6.0

図-2

故障種類	発生確率
1 線地絡	0.70
2 線短絡	0.15
2 線地絡	0.10
3 線地絡	0.05

表-1

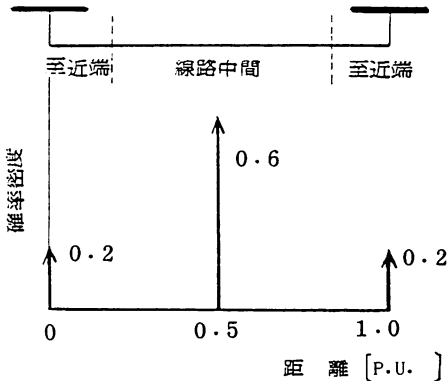


図-3

(2) 計算結果

モデル系統の故障前の初期潮流状態を図-4に示す。電圧は100 kVを基準とした単位法で表わしてある。表-2には、発電機G3とG4間の送電線故障に対する縮約したアドミタンス行列を示す。この場合の安定平衡点と不安定平衡点の算定例を表-3に示す。この故障に対する発電機の相差角動揺曲線を図-5に示す。さらに、この故障時の系軌道上で求められたスカラ関数 $F(\theta)$ の極小値から算定された各発電機の不安定平衡点、及び各時点で計算されたエネルギー関数の値と求められた臨界除去時間を表-4に示す。図-6はこれを図示したものである。

確率的過渡安定度計算結果を表-5、表-6に示す。表-5は原系統の確率評価の結果であるが、基準状態では比較的高いシステムの硬いシステムであり、3 LG以外の送電線故障に対しては全て安定である結果となった。そこで、原系統の負荷を2倍にしてシミュレーションした結果が表-6である。基準状態に比べて $P_r(3 LG)$ 、 $P_r(2 LG)$ 、 P_{sys} が低下して安定度が低下していること、故障除去時間の平均値 T_c を短くすると安定度が向上することが定量的に評価できる。

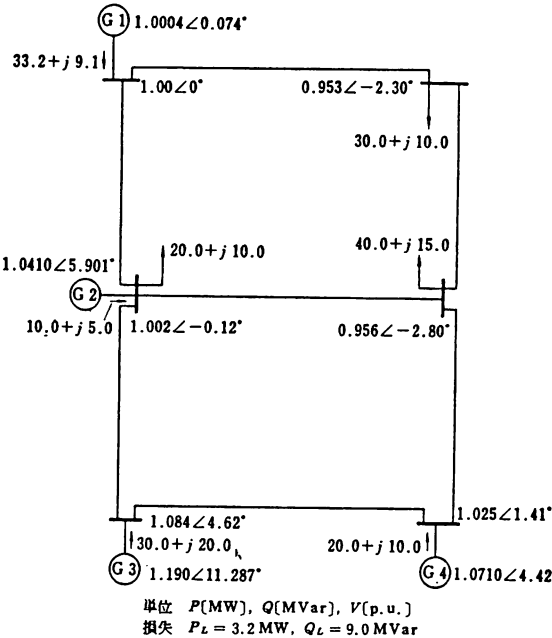


図-4

縮 約 ア ド ミ タ ン ス 行 列

```

===== PREFault ADMITTANCE MATRIX=====
 0.84794+ -2.29628 / -0.01268+ 0.65737 / -0.07971+ 0.63887 / -0.11435+ 0.75666 /
-0.01268+ 0.65737 / 0.02927+ -0.87973 / 0.01655+ 0.10814 / 0.01031+ 0.07985 /
-0.07971+ 0.63887 / 0.01655+ 0.10814 / 0.10673+ -1.08908 / 0.01779+ 0.30271 /
-0.11435+ 0.75666 / 0.01031+ 0.07985 / 0.01779+ 0.30271 / 0.21722+ -1.23604 /

===== FAULTED ADMITTANCE MATRIX=====
 1.00924+ -2.71848 / -0.00586+ 0.58088 / 0.0 + 0.0 / -0.07582+ 0.54732 /
-0.00586+ 0.58088 / 0.02685+ -0.89255 / 0.0 + 0.0 / 0.00692+ 0.04384 /
0.0 + 0.0 / 0.0 + 0.0 / 0.0 + -2.00000 / 0.0 + 0.0 /
-0.07582+ 0.54732 / 0.00692+ 0.04384 / 0.0 + 0.0 / 0.21714+ -1.33630 /

===== POSTFault ADMITTANCE MATRIX=====
 0.84833+ -2.29616 / -0.01259+ 0.65765 / -0.07874+ 0.64325 / -0.11569+ 0.75200 /
-0.01259+ 0.65765 / 0.02932+ -0.87935 / 0.01690+ 0.11381 / 0.00946+ 0.07379 /
-0.07874+ 0.64325 / 0.01690+ 0.11381 / 0.10786+ -1.00383 / 0.00933+ 0.21149 /
-0.11569+ 0.75200 / 0.00946+ 0.07379 / 0.00933+ 0.21149 / 0.23407+ -1.13909 /

```

表-2

安定平衡点 及び 不安定平衡点

```

===== INITIAL INTERNAL ANGLE =====
MACHINE1 : 0.0013286(RADIAN)
MACHINE2 : 0.0927796(RADIAN)
MACHINE3 : 0.1974674(RADIAN)
MACHINE4 : 0.0980394(RADIAN)
I=1 MACHINE INPUT:S3= 0.3322
I=2 MACHINE INPUT:S3= 0.1000
I=3 MACHINE INPUT:S3= 0.3000
I=4 MACHINE INPUT:S3= 0.2000

I PREFault DELT POSTFault DELT
1 0.001328588 0.001331795
2 0.092779620 0.094731197
3 0.197467373 0.213388009
4 0.098039375 0.081071758

=====STABLE POINT(ANGLE OF POST STEDY SYSTEM)
GEN NUMBER= 1 STABLE POINT= 0.001331795
GEN NUMBER= 2 STABLE POINT= 0.094731197
GEN NUMBER= 3 STABLE POINT= 0.213388009
GEN NUMBER= 4 STABLE POINT= 0.081071758
ERROR CODE= 0

=====STABLE POINT(ANGLE USING DAVIDON METHOD)
GEN NUMBER= 1 STABLE POINT= 0.000970765
GEN NUMBER= 2 STABLE POINT= 0.094372143
GEN NUMBER= 3 STABLE POINT= 0.209308287
GEN NUMBER= 4 STABLE POINT= 0.085871564

```

表-3

軽 負 荷 時 の 安 定 度 確 率 ($T_c = 0.4$ 秒)

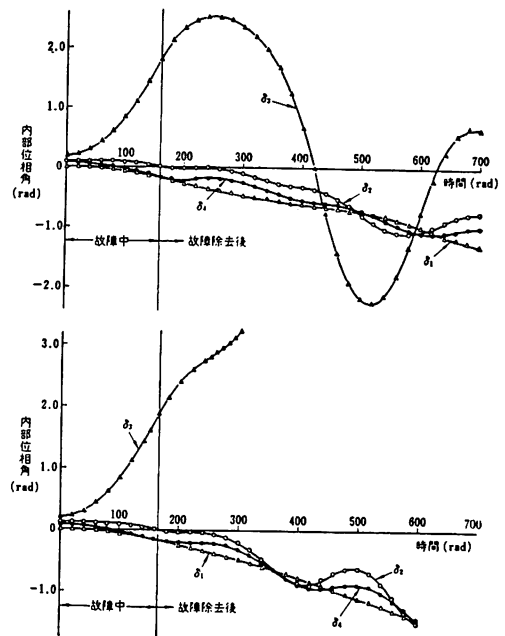
LINE	3 L G	2 L G	2 L S	1 L G
1 - 2	0.999404	1.000000	1.000000	1.000000
2 - 3	0.937051	1.000000	1.000000	1.000000
3 - 4	0.950124	1.000000	1.000000	1.000000
4 - 5	0.994500	1.000000	1.000000	1.000000
5 - 6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
1 - 6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
2 - 5	0.997552	1.000000	1.000000	1.000000
Pr (K)	0.982662	1.000000	1.000000	1.000000
Psys	0.999133			

表-5

重 負 荷 時 の 安 定 度 確 率

LINE	$T_c = 0.4$ (sec)		$T_c = 0.3$ (sec)	
	3 L G	2 L G	3 L G	2 L G
1 - 2	0.845055	1.000000	0.998019	1.000000
2 - 3	0.644533	0.821130	0.800000	0.990508
3 - 4	0.602445	0.831731	0.730410	0.995450
4 - 5	0.802445	1.000000	0.925860	1.000000
5 - 6	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
1 - 6	0.999885	1.000000	1.000000	1.000000
2 - 5	0.861705	1.000000	0.999241	1.000000
Pr (K)	0.822295	0.950409	0.921933	0.997994
Psys	0.986156		0.995896	

表-6



相 差 角 動 揺 曲 線

図-5

このモデル系統での計算時間は、北海道大学大形計算機センターの HITAC-M 280 H で平均 18 秒 (指定条件により異なる) であった。エネルギー関数導入による発電機モデルの制約から、前報のモデルと厳密な比較は不可能であるが単純なスループットだけでも大幅な計算時間の短縮となった。尚、数値積分を解くルンゲ・クッタ法と目的関数最小化のためのダビドン法はセンターの数値計算ライブラリ MSL を用いた。

```

***** THE POINT OF MINIMUM OPTICAL FUNCTION *****
GEN NUMBER= 1   UNSTABLE POINT=  -0.129947144   DELTC(COA FLAME)=  -0.08919523774
GEN NUMBER= 2   UNSTABLE POINT=  -0.023289368   DELTC(COA FLAME)=  0.01746253814
GEN NUMBER= 3   UNSTABLE POINT=  2.948099648   DELTC(COA FLAME)=  2.98885155474
GEN NUMBER= 4   UNSTABLE POINT=  -0.076346083   DELTC(COA FLAME)=  -0.03559417635
ERROR CODE=      0

===== UNSTABLE STABLE POINT (RADIAN) =====
GEN NUMBER= 1   UNSTABLE POINT=  -0.175747041   DELTC(COA FLAME)=  -0.09265188925
GEN NUMBER= 2   UNSTABLE POINT=  -0.002713777   DELTC(COA FLAME)=  0.08038137468
GEN NUMBER= 3   UNSTABLE POINT=  2.937159231   DELTC(COA FLAME)=  3.02025438276
GEN NUMBER= 4   UNSTABLE POINT=  -0.040181360   DELTC(COA FLAME)=  0.04291379103
VCREGION= 1.90591121163823551
I          VFUNC(I)          VCREGION
1          0.46643618D-03     0.19059112D+01
6          0.11301900D-01     0.19059112D+01
11         0.43517271D-01     0.19059112D+01
16         0.11148493D+00     0.19059112D+01
21         0.23648512D+00     0.19059112D+01
26         0.44322792D+00     0.19059112D+01
31         0.75290235D+00     0.19059112D+01
36         0.11718138D+01     0.19059112D+01
41         0.16764991D+01     0.19059112D+01
-----
CRITICAL SWITING TIME=.43000D+00
-----

```

表-4

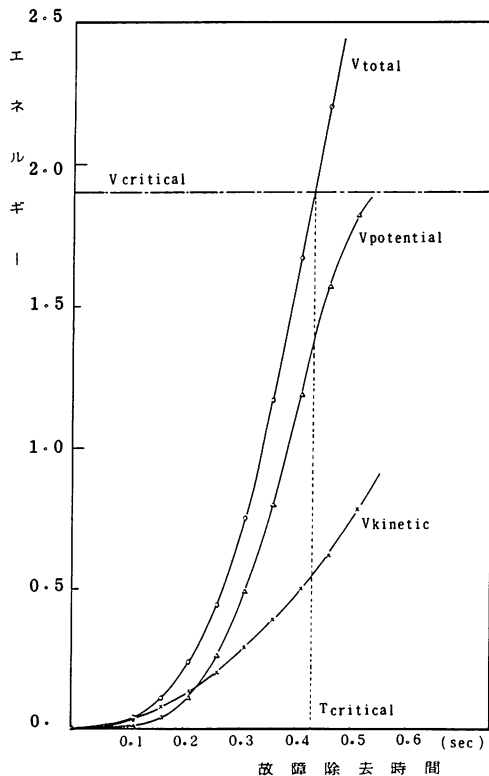


図-6

5. あ と が き

確率的過渡安定度評価法にエネルギー関数法を導入することによって、大幅に計算時間を短縮することができた。

今後さらに、エネルギー関数と安定度確率の両面から考察を進めてモデルの改良を図るとともに、様々な安定度向上対策の定量的な比較を試みる予定である。

参 考 文 献

- (1) 佐藤, 西谷, 長谷川: 超電導エネルギー貯蔵装置を含む電力系統の確率的過渡安定度評価 (対称事故の場合), 昭和60年電気学会全国大会講演集, No. 958 (1985年)。
- (2) 佐藤, 村井, 長谷川: 超電導エネルギー貯蔵装置を含む電力系統の確率的過渡安定度評価。昭和60年電気関係学会道支部大会講演集, No. 147 (1985年)。
- (3) 佐藤, 村井, 長谷川: 電力系統の確率的過渡安定度評価について。昭和61年電気学会全国大会講演集, No. 979 (1986年)。
- (4) 芦崎, 佐藤, 田中, 長谷川: エネルギー関数を用いた電力系統の確率的過渡安定度評価について。昭和61年電気学会全国大会講演集, No. 988 (1986年)。
- (5) 芦崎, 佐藤, 田中, 長谷川: 電力系統に対する

確率的過渡安定度評価について。昭和 61 年電気学会研究会資料, PE-86-47 (1986 年)。

- (6) 佐藤, 村井, 長谷川: 超電導エネルギー貯蔵装置を含む電力系統の確率的過渡安定度評価。苫小牧高専紀要, 第 21 号, (1986 年)。
- (7) 安藤, 岩本: 系統計画・解析のための確率的過渡安定度計算法。昭和 61 年電気学会研究会資料, PE-86-43 (1986 年)。
- (8) Kakimoto, et al; "Transient Stability Analysis of Electric Power System via Lure' type Liapunov Function". Trans. IEE of Japan, Vol. 98, No. 5/6. 1978.
- (9) Athay, et al; "A Practical Method for Direct Analysis of Transient Stability". IEEE Trans. PAS, Vol-98, No. 2. 1979.
- (10) Ribbens-Pavella, et al; "Direct Method for Stability Analysis of Large Scale Power Systems." Proc. IFAC Symp. 6979.
- (11) G. E. Gless; "Direct Method of Liapunov Applied to Transient Power System Stability." IEEE Trans. PAS Vol-85, No. 2 1966.
- (12) A. H. El-Abiad, K. Nagappan; "Transient Stability Regions of Multimachine Power Systems." IEEE Trans. PAS Vol-85, No. 2 1966.
- (13) M. A. Pai; "Power System Stability". Book, North-Holland. 1981.
- (14) 関根泰次: 電力系統解析理論, 電気書院, 1975

(昭和 61 年 12 月 1 日受理)

