

# 自動車用鋳造アルミホイールの材料強度特性に及ぼす 微小凝固欠陥の影響

大島聰範\*・林忠夫\*\*

Effect of Small Casting Defects on the Tensile and Fatigue  
Properties of Cast AC4C Aluminum Alloy  
Car Road Wheels

Toshinori OHSHIMA and Tadao HAYASHI

## Abstract

The effect of small casting defects and dendrite morphology on the tensile and fatigue properties of permanent mold cast Al-7%Si alloy car road wheels were studied.

Based on the experimental results and discussion, the following conclusions have been drawn.

(1) The tensile strength and ductility of the wheels decreased markedly with increasing amount of small casting defects, while the effects of dendrite arm spacing on the tensile properties were insignificant.

(2) Fatigue crack growth rate in the coarse dendrite structure is slightly larger than the rate in the fine dendrite structure.

(3) Cycles to fatigue failure were decreased with increasing stress intensity factor range of the initial defects as the origin of fatigue crack.

## 1. 緒 言

自動車用アルミホイールは、その軽量性とデザインの多様性が好まれて、需要は年々増加しているが、動的負荷を受ける足まわり部品としての安全性の見地から、引張り特性のみならず、高サイクル疲労特性が重視される。製造方法として一般にAl-Si合金の金型鋳造が採用されるが、型形状が複雑であることから、凝固過程中の給湯性の低下による微小凝固欠陥が発生し易く、それに伴なう材料強度特性の劣化が問題となる。

著者らはすでに、Al-3%Si合金小鋳塊について凝固過程の給湯性と微小凝固欠陥の発生条件の関係を調べ<sup>(1)</sup>、それにもとづいて、中炭素鉄鋼調質

材の組織および欠陥の形態、分布と材料強度特性の関係を明らかにした<sup>(2)(3)(4)</sup>。本研究は、実体鋳造品の各部分における上述の事柄を検討して品質の管理と向上を志向し、あわせて、前報の結果のAl-7%Si合金実体鋳造品への適合性を検証するものである。

## 2. 実験方法

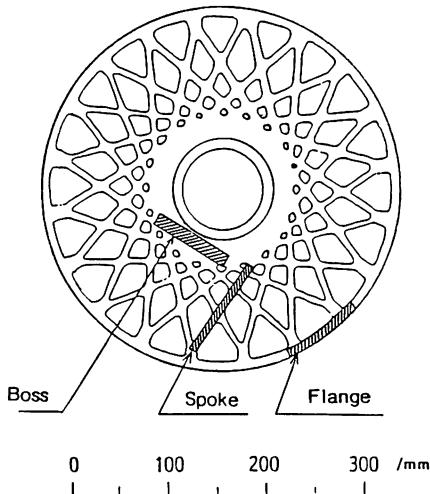
供試材はFig. 1に示す形状の自動車用ツーピースアルミホイールのディスク部である。材質はJIS AC4C相当のAl-7%Si合金で、金型重力鋳造した後、T6条件による時効硬化処理を行なっている。その化学成分および鋳造条件ならびに時効処理条件はTable 1およびTable 2に示す。鋳造時の湯口はFig. 1の中心ボス穴の部分に設けられている。試験片の採取位置は、Fig. 1のボス、スポーク、フランジの三位置として、Fig. 2

\* 教授 機械工学科

\*\* 技官 機械工学科

**Table 1** Chemical composition of AC4C alloy / wt% (JIS)

Si	Fe	Cu	Ti	Mn	Cr	Mg	Zn	Al
6.5-7.5	< 0.20	< 0.20	< 0.20	< 0.10	< 0.05	0.2-0.4	0.10	Bal

**Fig. 1** Geometry of aluminum wheel and location of specimen.

に示す形状および寸法の、引張り疲労および疲労き裂進展の各試験片を製作した。

引張り試験は島津オートグラフ DCS 20 T を使用し、引張り速度  $1.67 \times 10^{-5}$  m/s で行なった。疲労試験はクローズドループ型油圧サーボ式疲労試験機、島津 Lab-5 U を使用し、引張り片振り、応力比  $R = 0.1$ 、繰返し速度 25 Hz で行なった。疲労き裂進展試験は疲労試験と同条件で行ない、次の式<sup>(5)</sup>によって応力拡大係数幅  $\Delta K$  を求めた。

$$\Delta K = \Delta\sigma \sqrt{\pi a} \cdot F(\lambda) \quad \lambda = a/w \quad (1)$$

$$\text{ここで } F(\lambda) = 1.12 - 0.231 \lambda - 10.55 \lambda^2 - 21.72 \lambda^3 + 30.49 \lambda^4 \quad (2)$$

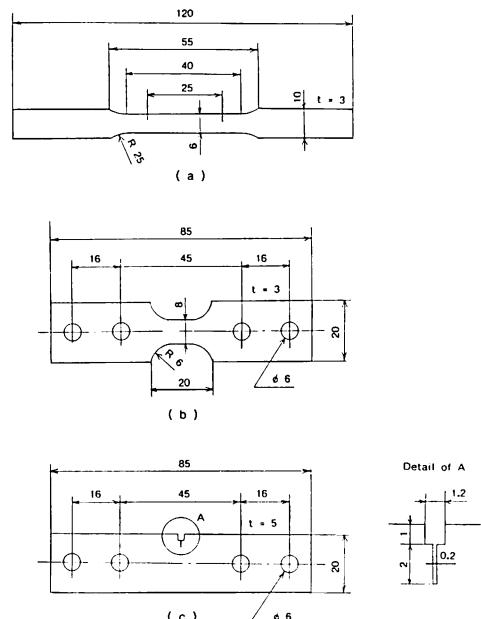
$\Delta\sigma$ ：応力範囲、 $a$ ：き裂全長、 $w$ ：板幅

破面は走査型電子顕微鏡で観察し、微小凝固欠陥を識別して、引張り破面については面積欠陥率  $M_c$  を、疲労破面についてはき裂の起点となった初期欠陥の寸法  $a_0$  を求めた。すなわち、破面上の欠陥の投影形状を ASME Sec XI<sup>(6)</sup> の基準にもとづいて円または楕円で近似し、それらの面の総和を  $A_c$ 、破面の面積を  $A_f$  とすれば、 $R_c = A_c/A_f$  である。

また、 $a_0$  については表面欠陥を半楕円で近似し、その短軸寸法すなわち深さを  $a_0$ 、長軸寸法すなわち長さを  $2c$  として、欠陥の初期応力拡大係

**Table 2** Casting and Heat treatment Conditions

Casting temp.	700-710°C
Solution treatment	535°C-3hr, W.Q
Natural aging	Room temp. - 2hr
Artificial aging	150°C-4hr

**Fig. 2** Dimensions of specimens. (a) Tensile test specimen. (b) Fatigue test specimen. (c) Fatigue crack growth test specimen.

数幅  $\Delta K$  を次の式<sup>(7)</sup>によって求めた。

$$\Delta K = M \Delta\sigma \sqrt{\pi a/c} \quad (3)$$

$$\text{ここで } M = 1 + 0.12(1 - a/2c)^2 \quad (4)$$

$$Q = \phi^2 - 0.212(\sigma/\sigma_y)^2 \quad (5)$$

$\sigma_y$ ：降伏応力

$\phi^2$  は第二種完全楕円積分である。

$$\phi^2 = \int_0^{\pi/2} (\cos^2 \xi + \lambda^2 \sin^2 \xi) d\xi \quad (6)$$

但し、ここでは次の近似式<sup>(8)</sup>を用いた。

$$\phi^2 = 1 + 1.464(a/c)^{1.65} a/c < 1 \quad (7)$$

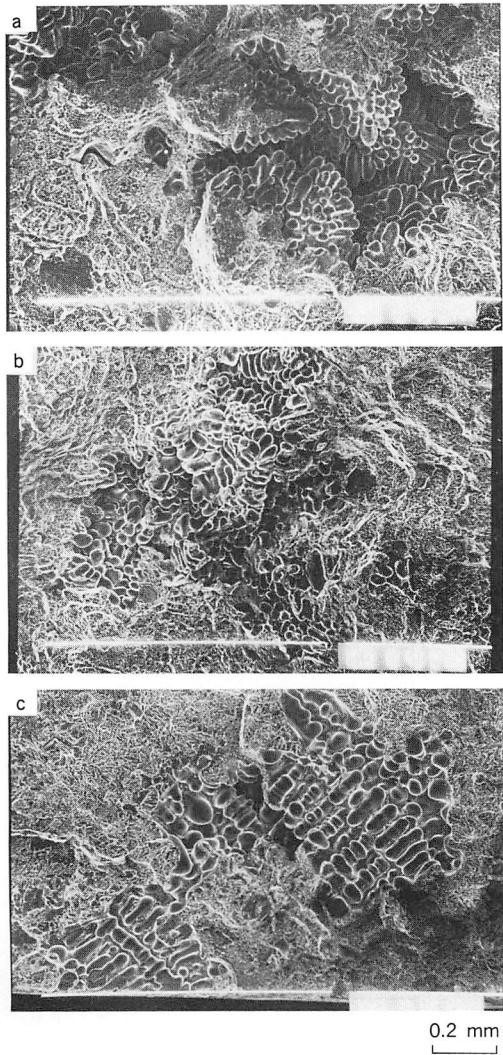
$$\phi^2 = 1 + 1.464(c/a)^{1.65} a/c \geq 1 \quad (8)$$

### 3. 実験結果ならびに考察

#### 3.1 引張り特性と組織および欠陥の関係

##### 3.1.1 ホイール各部の材料特性の比較

Fig. 6は、ホイールの各部について引張り強さ $\sigma_B$ および伸び $\delta$ の値を示す。 $\sigma_B$ ,  $\delta$ の両者ともにフランジが最も高く、次いでスポークさらにボスの順に低下し、とくにボス部は他の部分よりも著しく劣っている。Fig. 3はこれらの引張り破断面のSEM写真を示す。デンドライト間分離を呈する微小凝固欠陥が明確に識別され、これが破断特性に関連する要因であることがわかる。また、



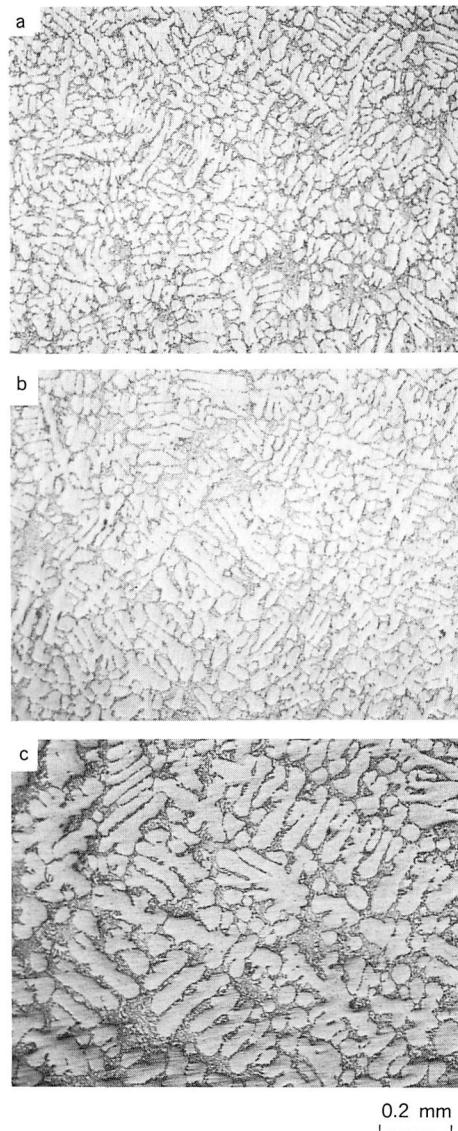
**Fig. 3** Appearance of tensile fracture surfaces.  
(a) Flange region. (b) Spoke region. (c) Boss region.

デンドライトの形態も各部材によって差異があり、これらの要因を左右する凝固条件の差異が引張り特性を支配していることを示すものである。

Fig. 4はホイールの各部におけるデンドライ

**Table 3** Cooling rate and Dendrite arm-spacing

	Flange	Spoke	Boss
D.A.S (mm)	0.042	0.048	0.072
C.R ( $^{\circ}\text{C}/\text{s}$ )	0.64	0.51	0.22



**Fig. 4** Dendritic structure of the specimens. (a) Flange region (b) Spoke region (c) Boss region.

ト組織を示す。デンドライトはフランジからスポークさらにボスへと順次に粗大化し、アームスペーシング  $d$  は、フランジ材が  $d=0.044 \text{ mm}$ 、スポーク材が  $d=0.048$ 、ボス材が  $d=0.072 \text{ mm}$  となる。ここで、Fig. 5 の  $d$  と冷却速度の関係<sup>(9)</sup>から各部材に対応する冷却速度を求めれば Table 3 のようになる。すなわち、湯口部分に近接するボス材は最も冷却速度が小さく、スポーク部から

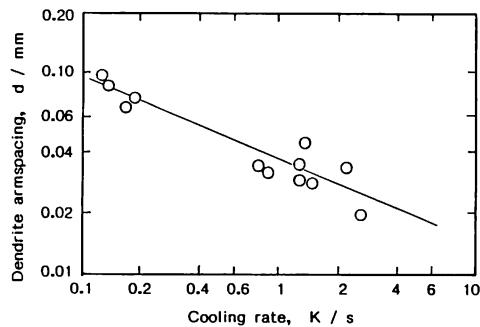


Fig. 5 Relationship between dendrite arm spacing and cooling rate in solidification for AC4C aluminum alloy.<sup>(9)</sup>

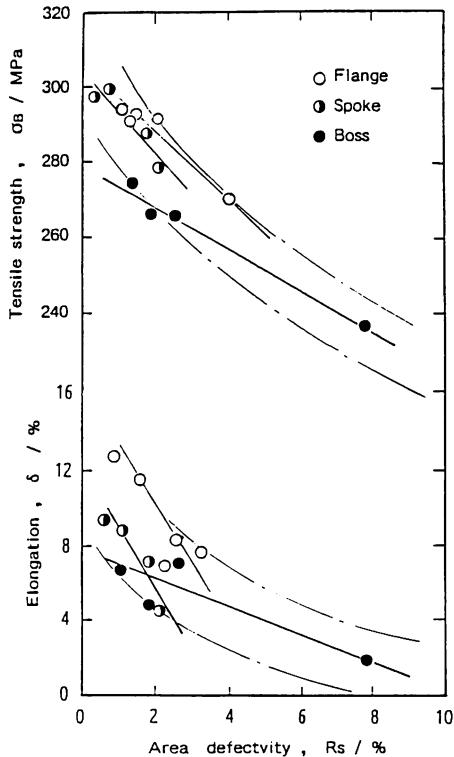


Fig. 6 Tensile strength and elongation versus area defectivity for flange, spoke and boss regions in a wheel.

フランジ部へと湯口から離れるにつれて冷却速度は大きくなる。このような冷却速度の変化にともなって、組織のみならず微小凝固欠陥もまた変化していることは当然予測される。

Fig. 6 は各部材における引張り強さ  $\sigma_B$  および伸び  $\delta$  を縦軸に、欠陥率  $R_c$  を横軸にとって示したものである。各部分についてそれぞれ  $R_c$  の増加にともなって  $\sigma_B$  と  $\delta$  の減少する傾向が認められ、また全体としてもこの傾向は明確に認められる。Fig. 7 はデンドライトアームスペーシング  $d$  を横軸として Fig. 6 と同様に  $\sigma_B$  および  $\delta$  との関係を示したものであるが、各部材において、 $d$  はそれぞれほぼ一定の値であるにもかかわらず  $\sigma_B$  および  $\delta$  は顕著に変化している。すなわち、 $\sigma_B$  および  $\delta$  と  $d$  との関係は明確ではない。しかしながら全体としては  $d$  の増加にともなって  $\sigma_B$  および  $\delta$  は減少する傾向が認められる。これは、Fig. 6 に示した各部材の  $R_c$  の差異によって生ずる  $\sigma_B$  および  $\delta$  の変化の結果として、見かけ上現われたものと考えられる。以上の結果から、引張り特性を支配する主要因は欠陥率  $R_c$  であり、デンドライト

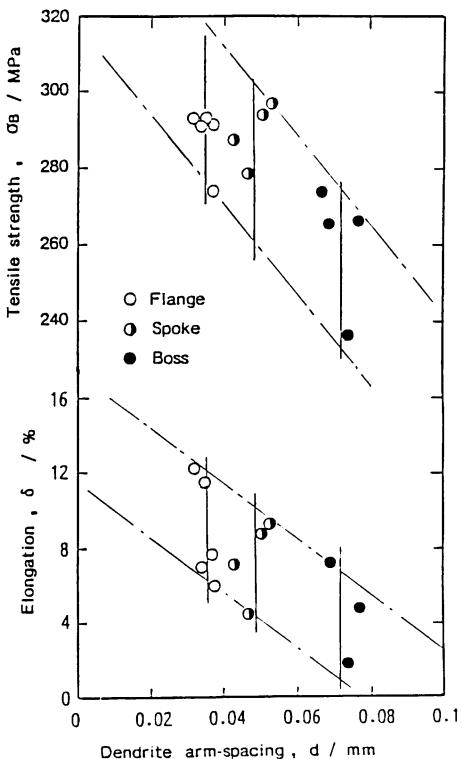


Fig. 7 Tensile strength and elongation versus dendrite arm spacing for flange, spoke and boss regions in a wheel.

アームスペーシング  $d$  の寄与は極めてわずかであることがわかる。

ここで  $d$  と  $R_c$  の関係を調べてみると、Fig. 8 に示すように各部材の  $d$  がほぼ一定であるのに対して  $R_c$  は大幅に変化している。全体としては  $d$  の増加とともに  $R_c$  も増加するが  $d$  の大きいもの、すなわち冷却速度の小さいものほど  $R_c$  の変動が大きい。これは、冷却速度が小さい場合、平均値から外れた特別大きい欠陥が発生しやすいことを示すものであり、引張り破面上の欠陥形態の観察によっても確認される。

Fig. 9 は引張り破面の断面を示す。破断の経路は応力の方向と直角にデンドライトを分断する形となり、デンドライト形態としての共晶組織が破断の経路に及ぼす影響は少ないものと思われる。これは Fig. 6 において  $\sigma_B$  および  $\delta$  と、デンドライトアームスペーシングの間に明確な関係が無かつたことを裏付けるものである。

### 3.1.2 多数のホイールについての材料特性の検討

これまでの結果は、一個のホイールを供試材として得られたデータにもとづいたものであるが、これを確認する意味で更に多数のホイールから得られたデータを同様に整理して示す。これらは実際の生産ラインから抜取ったもののほかに、試験的に製造条件を変化させたものも含まれている。試験片の採取位置はすべてスプーク部であり、成分、鋳造、熱処理条件は生産工程における許容範囲内の変動が含まれていることを前提としている。

Fig. 10 はデンドライトアームスペーシング  $d$  と引張り強さおよび伸びの関係を示す。全体として右下りの関係は認められるが、ばらつきは非常に大きく特定の関係を見出すことは困難であり、これは Fig. 7 の結果と同様である。Fig. 11 は欠陥率  $R_c$  と  $\sigma_B$  および  $\delta$  の関係を示す。 $R_c$  の増加とともに  $\sigma_B$  および  $\delta$  はいずれも減少する。とくに  $\delta$  と  $R_c$  の関係はばらつきも少なく  $R_c$  の全範囲にわたって明確に一本の曲線で整理される。一方、 $\sigma_B$  と  $R_c$  の関係はややばらつきが大きく、とりわけ  $R_c < 0.1$  の領域ではそれが顕著である。このような傾向は Fig. 6 においてもある程度は認められる。これは引張り強さに及ぼす欠陥の影響が  $R_c < 0.1$  の領域では比較的小さいことを示すものであり、同様の傾向は中炭素鉄鋼においても認められている<sup>(2)</sup>。ここで Fig. 11 の関係か

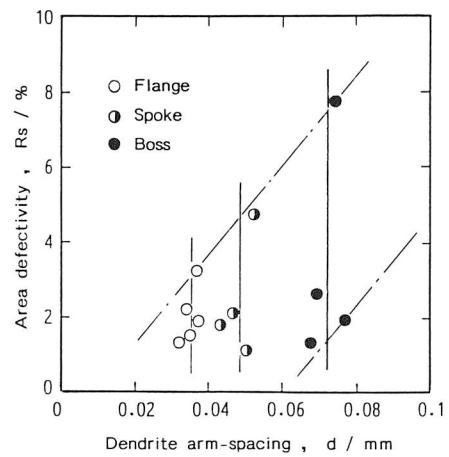


Fig. 8 Dendrite arm spacing versus area defectivity in a wheel.

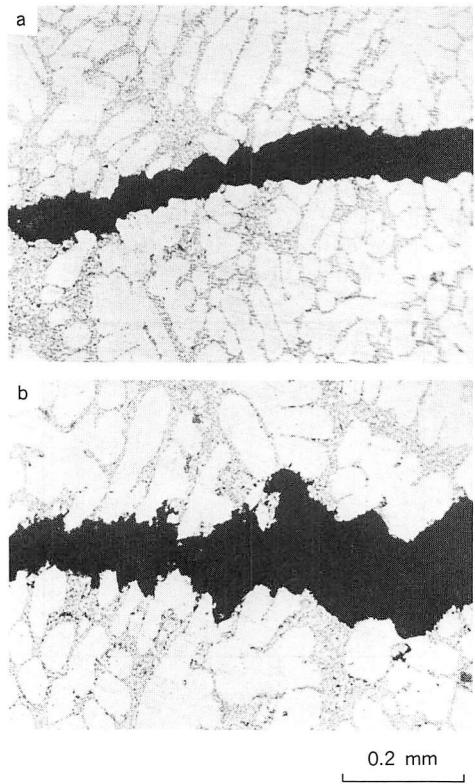


Fig. 9 Cross sectional view of the tensile fracture surfaces. (a) Spoke region. (b) Boss region.

ら、横軸を  $\sqrt{R_c}$  として整理すれば Fig. 12 のように直線関係が成立し、 $\sigma_B$  および  $\delta$  は  $\sqrt{R_c}$  に比例して減少することから次式を得る。

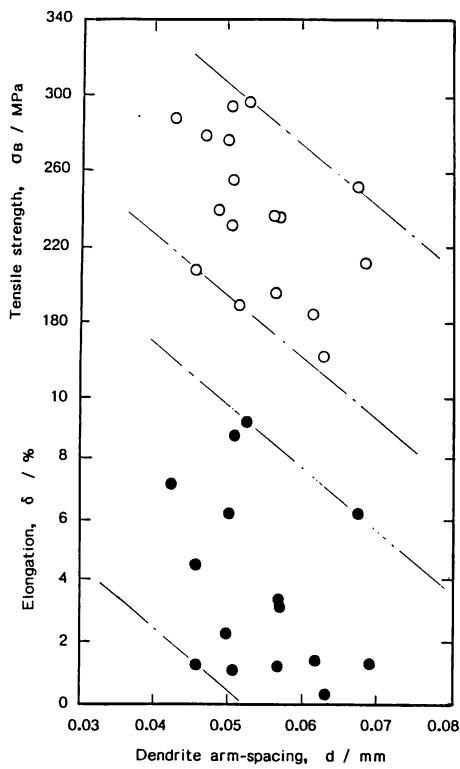


Fig. 10 Tensile strength and elongation versus dendrite armspacing for spoke region of a number of wheels.

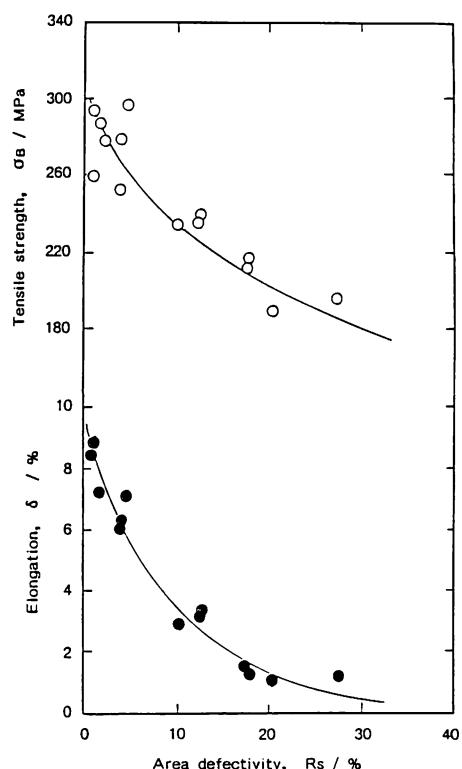


Fig. 11 Tensile strength and elongation versus area defectivity for spoke region of a number of wheels.

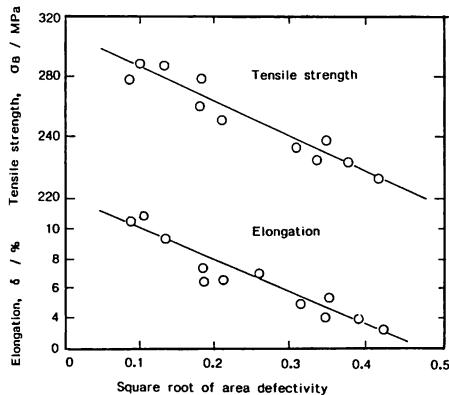


Fig. 12 Tensile strength and elongation versus square root of area defectivity.

$$\sigma_B (\text{MPa}) = 310 - 230.8\sqrt{R_c} \quad (9)$$

$$\delta (\%) = 12 - 25.5\sqrt{R_c} \quad (10)$$

ここで  $\delta$  と  $\sqrt{R_c}$  の関係は前報における中炭素  
鉄鋼の結果<sup>(2)</sup>と同様で、また  $\sigma_B$  と  $\sqrt{R_c}$  の関係に  
ついては、前報で明確にし得なかった  $R_c > 0.1$   
の領域において(9)式の成立することが確認され

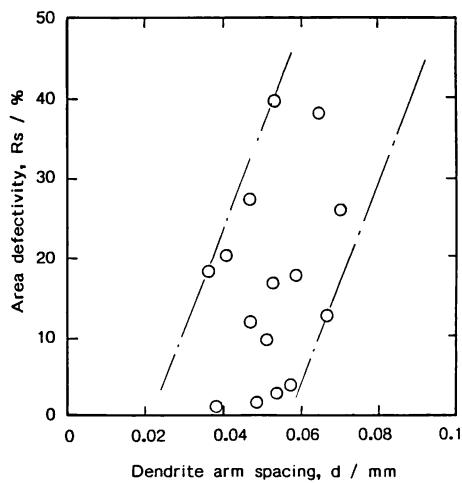


Fig. 13 Dendrite armspacing versus area defectivity for spoke region of a number of wheels.

た。

Fig. 13 は欠陥率  $R_c$  とデンドライトアームス  
ペーシング  $d$  の関係を示す。 $d$  の増加とともになって  
 $R_c$  も増加する傾向は認められるが、データの

ばらつきは非常に大きく、これは Fig. 8 の結果と同様であった。

### 3.1.3 材料特性を支配する要因の考察

以上の結果より、鋳造材の強度と延性を支配する主要因は凝固欠陥であり、これに比べればデンドライト組織の粗密による影響は小さく、欠陥が極めて少ない場合においてのみ問題となるものと考えられる。このことは、中炭素鋳鋼を六面等方鍛造してデンドライト組織に変化を与えることなく、欠陥だけを圧着消滅させた場合、粗大デンドライト材の延性が微細デンドライト材と同レベルまで向上する事実<sup>(4)</sup>からも裏付けられる。

アルミニウム鋳造材の材料特性をデンドライトアームスペーシング  $d$  によって整理した例<sup>(10)~(13)</sup>は非常に多く、いずれも  $d$  の増加にともなって強度および延性の低下することが報告されている。これは本報も含めて、著者らの一連の研究結果とは異なるものである。

合金の凝固過程においてデンドライト組織の粗大化をもたらす条件は、多くの場合、同時に給湯性を低下させ微小凝固欠陥の発生を助長する条件でもあり<sup>(1)</sup>したがって、組織と欠陥はほぼ同時的に変化することになる。材料特性に及ぼす両因子の影響が異なるものであるにもかかわらず、それを区別せず取扱っていた従来の研究においては、デンドライトの影響を強調するあまり、欠陥の寄与を等閑視する傾向があったことは否定できない。しかしながら、最近では HIP 処理によって組織を変えることなく欠陥だけを圧着した場合の材料特性の向上について調べた例<sup>(14)</sup>も報告されており、組織と欠陥の両因子を明確に区別して取扱うことの正当性も認識されるようになると思われる。

## 3.2 疲労特性と組織および欠陥の関係

### 3.2.1 疲労き裂進展特性

Fig. 14 はフランジ、スポークおよびボスの各部から採取した試験片について、疲労き裂進展特性を示す。 $5 < \Delta K < 50 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$  の領域における  $da/dN - \Delta K$  の関係は、いずれも直線近似が成立し、Paris の式<sup>(15)</sup>  $da/dN = C(\Delta K)^m$  で整理することができる。これより定数  $C$  および  $m$  を求めれば次式を得る。

$$da/dN = 3.7 \times 10^{-8} (\Delta K)^{2.95} : \text{フランジ},$$

(11)

スポーク材

$$da/dN = 5 \times 10^{-8} (\Delta K)^{2.95} : \text{ボス材}$$

(12)

ボス材の  $C$  は他の二者よりも大きく、したがって、同一の  $\Delta K$  レベルで比較すればボス材のき裂進展速度はフランジ材、スポーク材よりも大きい。

Fig. 15 は疲労き裂の進展の様相をボス材とスポーク材について比較して示す。両者ともき裂は屈曲を繰り返しつつ進展しており、初晶マトリックス中はほぼ直線的に進行し、共晶部に突き当つて折れ曲る傾向が認められる。ボス材は組織が粗大であるため、初晶内を直線的に進展する部分が多く、組織の微細なスポーク材とくらべて全体として屈曲の少ない直線的な進展を示している。したがって、ボス材のき裂進展速度が大きいのは、組織が粗大で初晶寸法が大きいことによるものと考えられる。この結果は先に行なった中炭素鋳鋼調質材の場合<sup>(4)</sup>と異なっている。鋳鋼の調質組織ではデンドライト境界に、き裂進展を左右するような第二相が存在することはないので、組織の粗密はき裂進展特性にはほとんど影響を及ぼすことはない。これに対して Al-Si 合金ではデンドライト境界の共晶折出物がき裂進展に影響を及ぼす。

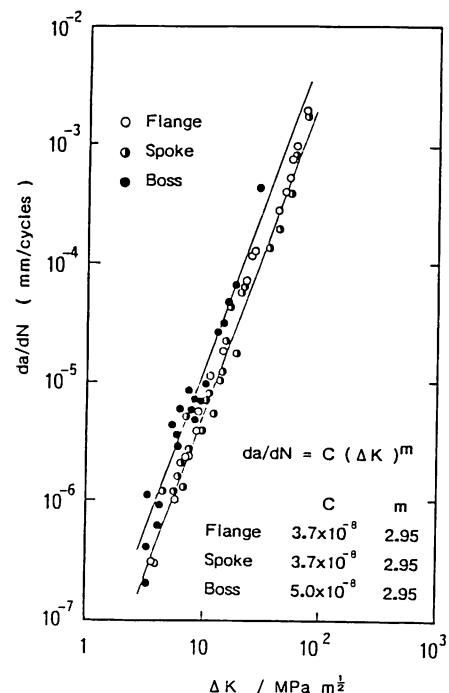


Fig. 14 Fatigue crack growth test results for flange, spoke and boss regions.

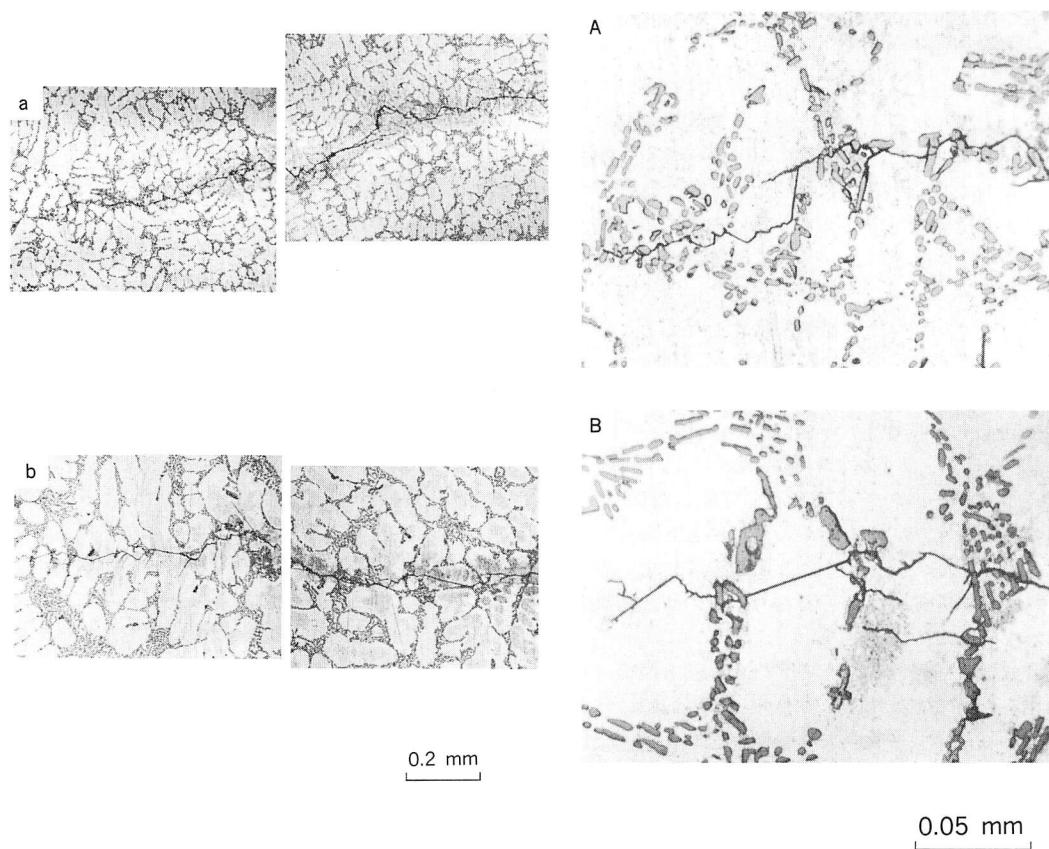


Fig. 15 Optical micrographs showing fatigue crack propagation.  
(a), (A) Spoke region. (b), (B) Boss region.

### 3.2.2 S-N線図と初期応力拡大係数

Fig. 16はホイール各部材のS-N線図を示す。時間強度で比較すればスパイク材が最も良く、ボス材は最も劣る。フランジ材は両者の中間であるが、ばらつきが大きい。この傾向はFig. 14におけるき裂進展特性から予測されるものとは一致しないが、それは、S-N線図の時間強度線に対応する破断寿命が、き裂進展特性だけでなく、き裂の発生条件によっても支配されるからであろう。

Fig. 17は疲労破面の一例を示すSEM写真である。表面の微小凝固欠陥を起点として疲労き裂が発生していることがわかる。ここで欠陥を半楕円形で近似し、表面からの深さを $a_0$ とすれば、欠陥の初期応力拡大係数 $\Delta K_o$ は(3)式によって求められる。Fig. 18はこのようにして求めた $\Delta K_o$ と破断繰返し数 $N_f$ の関係を示す。全体として $\Delta K_o$ が大きければ $N_f$ は小さくなり、両者間に一定の関係が認められるが、データのばらつきが大きい。そこで前報<sup>(4)</sup>の手法を適用して、データを $a_0$

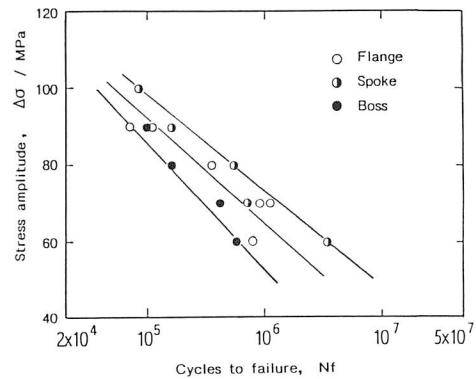


Fig. 16 S-N diagrams for flange, spoke and boss region of aluminum wheel.

の値によって区分し、 $a_0 \geq 0.08$  mmと $a_0 < 0.08$  mmに分けて前者を黒丸、後者を白丸として表示した。その結果、同一レベルの $\Delta K_o$ に対応する $N_f$ の値は、 $a_0 \geq 0.08$  mmでは大きく、 $a_0 < 0.08$  mmでは小さくなつて二つのグループに分かれた。こ

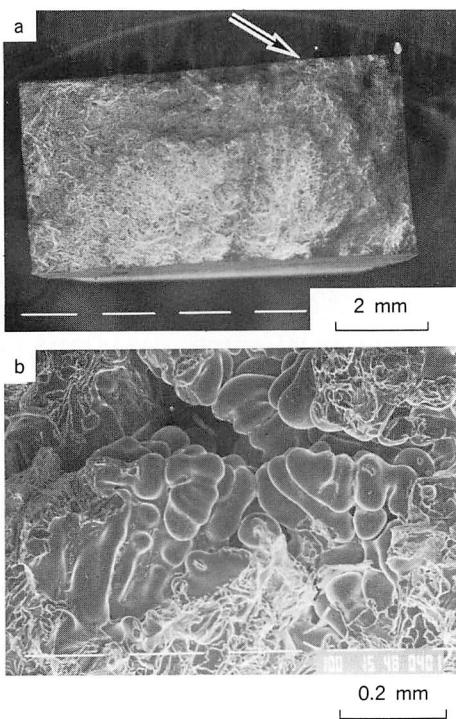


Fig. 17 SEM micrographs of typical fatigue fracture surface. (a) Whole figure, arrow indicates an initial defect as a origin of fatigue crack. (b) Detail of the initial defect.

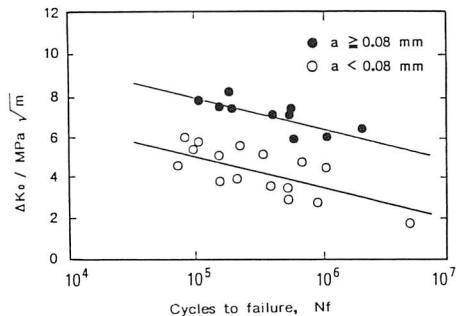


Fig. 18 Relationship between Number of cycles to failure and stress intensity factor range of the initial defects.

れば、 $a_o < 0.08 \text{ mm}$  の欠陥から発生したき裂の進展速度が、同一の  $\Delta K_0$  レベルに対応する  $a_o \geq 0.08 \text{ mm}$  の欠陥からのき裂進展速度よりも大きいことを意味するものである。このような微小き裂からのき裂進展特性は、通常の線形破壊力学の概念には必ずしも合致せず、大きなき裂とくらべて同一の  $\Delta K$  レベルに対応するき裂進展速度が

大きいこと、ならびに、その挙動が不安定であることなどが知られている<sup>(16)(17)</sup>。Fig. 18 の結果はこのような微小き裂の特異な進展挙動にもとづくものと考えられ、これらの事柄は前報<sup>(4)</sup>における中炭素鉄鋼調質材について得られた結果とはほぼ一致するものである。

### 3.2.3 破断寿命の予測と実測値との比較

ここで Fig. 14 から得た Paris の関係を用いて、所定の初期欠陥寸法を有する試験片の破断繰返し数すなわち破断寿命の予測値  $N_{fp}$  を計算し、実測値  $N_{fm}$  と比較することを試みた。 $N_{fp}$  は Paris の式を積分して次式によって求められる。

$$N_{fp} = \frac{1}{M^m Q^{-m/2} \pi^{m/2} \Delta \sigma^m} \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{a^{m/2}} \quad (13)$$

ここで  $a_0$  は初期欠陥寸法、 $a_f$  は最終破断時のき裂寸法である。

Fig. 19 は  $N_{fm}$  と  $N_{fp}$  の相関を示す。データは

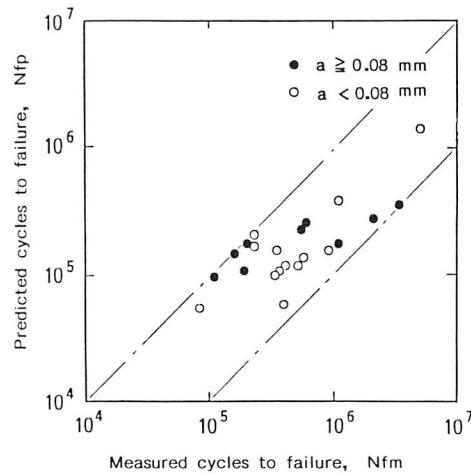


Fig. 19 Correlation between measured fatigue lives and predicted fatigue lives.

ある広がりをもって分布しているが、ほぼ  $45^\circ$  の正相関線に沿っており、また、ほとんどのデータは相関線の右下側に分布する。これは、実測値  $N_{fm}$  が常に予測値  $N_{fp}$  よりも大きい値となることを意味し、疲労寿命の予測としては常に安全側の評価を得ることになる。また、欠陥寸法  $a_0$  を Fig. 18 で用いた区分値  $a_0 = 0.08 \text{ mm}$  によって区分して表示してみたが、Fig. 18 の結果から予測されるような、 $a_0 < 0.08 \text{ mm}$  の欠陥のデータが危険側の予測値となる傾向は認められなかった。これは前報の中炭素鉄鋼における結果とは一致しない。Al-Si 合金は強度が低く、また供試材の寸法から來

る制約もあって、線形破壊力学の適用条件としての平面ひずみ状態が必ずしも満足されなかつたことが原因の一つではないかと思われる。

本研究を行なうにあたって、日本軽金属㈱鋳鍛製品事業部苫小牧分工場には多大の御支援をいただいた。工場長の坂井秀之氏をはじめとして、石川哲夫氏、清水伸行氏、また、前製造課長結城紘一氏の各位に深く感謝の意を表する。

#### 4. 結 言

AC4C合金鋳造アルミホイールの引張り特性および疲労特性に及ぼす微小凝固欠陥とデンドライト組織の影響について検討し、次のような結果を得た。

- (1) アルミホイール各部の材料特性は湯口からの距離による冷却条件によって変化し、フランジが最も良く次いでスプークがこれとほとんど同等であり、ボスは最も劣る。
- (2) 引張り特性を支配する主要因は微小凝固欠陥であり、デンドライトアーンスペーシングの寄与は極めて小さい。
- (3) 疲労き裂進展速度は、デンドライトの粗大な方がやや大きい。
- (4) 疲労破断繰返し数はき裂の起点となった欠陥の初期応力拡大係数の増加につれて減少する。
- (5) Parisの式にもとづく疲労寿命の予測値は常に安全側の評価となった。

#### 文 献

- (1) 大島聰範、李万林、高橋忠義：日本金属学会誌，48（1984），823.
- (2) 大島聰範、高橋忠義、林忠夫：日本金属学会誌，51（1987），375.
- (3) 大島聰範、高橋忠義、林忠夫：日本金属学会講演概要（1986・10），298. 日本金属学会誌投稿中
- (4) 大島聰範、高橋忠義、林忠夫：日本金属学会講演概要（1985・10），348. 日本金属学会誌投稿中
- (5) W.F.Brown Jr. and J. Srawly : ASTM, S.T.P 410 (1966), 1.
- (6) ASME, Boiler and Pressure vessel Code Sec. XI, Div. I, (1977).
- (7) G.R. Irwin : Trans. ASME, J. Appl. Mech., 29-651 (1962).
- (8) J.C. Newman : ASTM, STP. 687, (1969), 16.
- (9) 日本鋳物協会：アルミニウム合金の組織と機械的性質、研究部会研究報告，30（1982），29.
- (10) R.E.Spear, G.R. Garden : Trans. AFS 71 (1963), 209.
- (11) J.T. Berry : Trans. AFS, 78 (1970), 421.
- (12) H. Arbenz : Giesserei, 66 (1979), 19, 702.
- (13) 鎌土重晴、佃誠、徳富一郎、広瀬喜興：軽金属，37（1987），268.
- (14) 原田雅行、鈴木敏夫、福井泉：鋳物，55（1983），742.
- (15) P.C. Paris, and F. Erdogan : Trans. ASME, Ser. D. 85 (1963), 539.
- (16) D. Taylor and J.F. Knott : Fatigue of Eng. Mater. and Struc. 4・2 (1981), 147.
- (17) 田中啓介：材料，33（1984），961.

（昭和62年12月1日受付）