

継手がバネ結合された鋼管矢板構造の応力解析について

澤 田 知 之*・松 岡 健 一**・能 町 純 雄***

On Stress Analysis of Steel Pile Structure connected to each other by Spring Joints

Tomoyuki SAWADA, Kenichi G. MATSUOKA and Sumio G. NOMACHI

Abstract

In this paper, the stress Analysis of a steel pile structure is considered.

The steel pile structure is assumed to be an assembly of beam elements, with these beam elements connected to each other by spring joints in three directions. From the equilibrium of forces of these beam elements, we derived four differential-difference equations, and showed that these equations are easily solved by making use of the Finite Fourier integral-integration transforms.

The numerical calculations are performed for some examples of the spring rigidity of the pile joint.

1. ま え が き

钢管矢板構造は継手によって連結し、全体として円形または小判形状に閉合し、支保工や、鉄筋コンクリートフーテングにより筒状に一体化するものである。これら钢管矢板構造は、施工が容易であり、経済的であるなど、施工上の有利さからまた、外力に対する抵抗性が大きく、水密性とすることも可能なことから、橋梁の基礎など大きな鉛直・水平抵抗を要求される重量構造物の基礎や、仮締切など施工中、あるいは完成後水密性を要求される基礎などに数多く用いられてきている。

钢管矢板構造は、複雑な構造であるので、厳密な理論解析は困難なことから、その力学的挙動を明らかにするために、数多くの模型実験や実物実験がなされており実用的な設計に寄与している^{1)~3)}。

理論的な研究としては、钢管矢板を引張剛性、曲げ剛性を持つ線材、継手は等価な剪断剛性と水平方向の引張剛性をもつ平面応力板有限要素、地盤を三次元有限要素としてモデル化し有限要素解析を行ない钢管矢板構造の全体性状を明らかにした木寺らの研究⁴⁾。钢管矢板を St. Venant のねじりを考慮したはりとし、継手の剛性を 3 方向のバネ、地盤を弾性床として解析し、水平に置かれた、钢管矢板構造の特性を明らかにした小川らの研究がある⁵⁾。

さらに、山本らは数多くの現場実験結果を整理し、地盤の非線形性を考慮した解析により継手の剛性効率の再評価を行ない合理的な設計法を提案した⁶⁾。

これらの研究成果をもとに、钢管矢板基礎設計指針⁷⁾が作成され、設計に利用されている。この指針は主としてフーテングと一体となった钢管矢板基礎の設計を対象としている。この種の構造物は今後も施工が予想されるが、頂部の剛性によっては、局部的な変形や、継手部の剛性の評価に問題があり、より詳しい検討が必要と思われる。

著者らは、これまで、钢管矢板を St. Venant のねじりを考慮したはり要素で、継手の力の伝達を 3 方向

* 土木工学科 助教授

** 室蘭工業大学 教 授

*** 日本大学生産工学部 教 授

のパネで評価し、地盤は弾性床として、モデル化する方法で定式化し、種々の条件のものの解析を行ない検討を加えて来た^{8~10)}。本方法によれば、矢板の支持条件に何の制限も加えることなく、個々の矢板および全体としての構造の力学的挙動を明らかにすることができる。

本論文は、このような点に着目し、円形に配置され、頂板コンクリートをもたない鋼管矢板構造物の解析を行ない、継手剛性の検討を加え、今後予想される大規模海中構造物の検討に役立てることを目的としている。

また、解析に当っては、フーリエ定和分¹²⁾、積分変換¹³⁾を用いているが、この方法によれば、多本数の矢板からなる大規模鋼管矢板構造の解析がかなり容易に行なえ、パソコンでの解析も可能であり、この種の構造物の解析に有効な方法である。

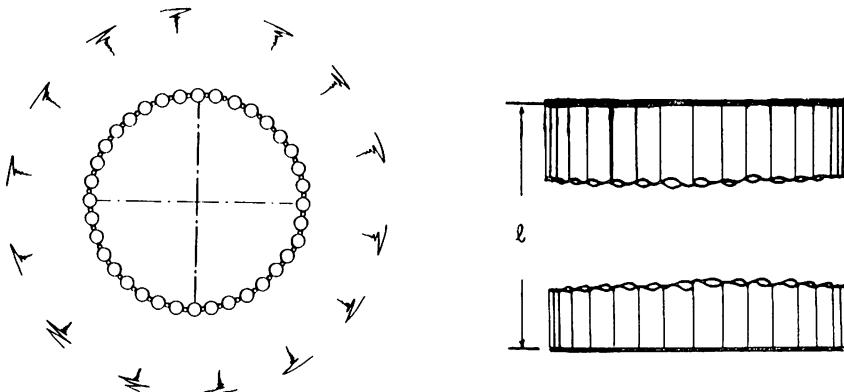


図1 一般図

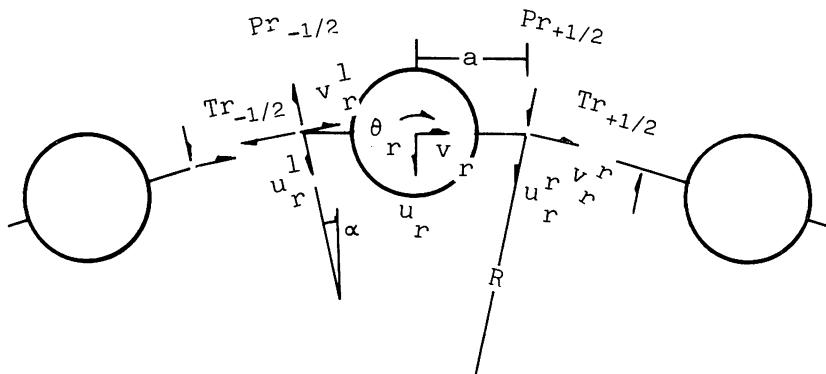


図2 鋼管要素の節点変位及び節点力

2. 基本微分差分方程式の誘導

図-1の一般図および図-2に示すように、鋼管矢板構造の座標を、構造の中心から半径方向をx、円周方向をy、軸方向をzとし、鋼管矢板の中心でのそれぞれの方向の変位をu、v、wおよびねじり角をθとする。

鋼管矢板は St. Venant のねじりまでを考慮したはりとし、継手部は3方向に力学的パネを考え、矢板相互の力の伝達を行なうものとする。図のようにr番目の鋼管の中心の変位を_r, v_r, w_rとすれば、左右の継手部の変位 u_r^l, u_r^t, v_r^l, v_r^t, θ_r^l, θ_r^t, w_r^l, w_r^t は、

$$\begin{aligned} u_r^t &= (u_r + a\theta_r) \cos\alpha - v_r \sin\alpha \\ u_r^l &= (u_r - a\theta_r) \cos\alpha + v_r \sin\alpha \\ v_r^t &= (u_r + a\theta_r) \sin\alpha + v_r \cos\alpha \\ v_r^l &= (a\theta_r - u_r) \sin\alpha + v_r \cos\alpha \end{aligned} \quad (1)$$

$$w_r^r = w_r - a\ddot{v}_r$$

$$w_r^l = w_r + a\ddot{v}_r$$

ただし $\dot{f} = \frac{df}{dz}$ で a は鋼管の中心から継手までの長さである。また、継手部の節点力は、継手の x , y , z 方向のバネ定数を K_n , K_t , K_s として次式の様に表わされる。

$$\begin{aligned} P_{r+2} &= K_n(u_{r+1}^l - u_r^r) \\ T_{r+2} &= K_t(v_{r+1}^l - v_r^r) \\ S_{r+2} &= K_s(w_{r+1}^l - w_r^r) \end{aligned} \quad (2)$$

はり要素の力のつり合い図は、図-3を参考にして

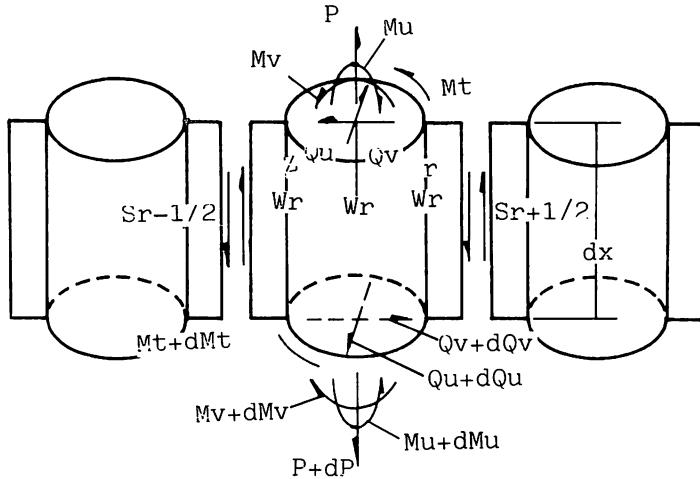


図3 鋼管に作用する断面力

$$EI \ddot{u}_r + KD u_r = N_r + \Delta P_{r-\frac{1}{2}} \cos \alpha + \nabla T_{r-\frac{1}{2}} \sin \alpha \quad (3)$$

$$EI \ddot{v}_r + Kd v_r = T_r - \nabla_{r-\frac{1}{2}} \sin \alpha + \Delta T_{r-\frac{1}{2}} \cos \alpha + a \nabla \dot{S}_{r-\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$GJ \ddot{\theta}_r = -M_r - \nabla P_{r-\frac{1}{2}} a \cos \alpha - \Delta T_{r-\frac{1}{2}} a \sin \alpha \quad (5)$$

$$EA \ddot{w}_r = -P_r - \Delta S_{r-\frac{1}{2}} \quad (6)$$

ここに、 K , K' は半径方向および接線方向の水平地盤反力係数、 $D = 2a$, d は鋼管の径、 N_r , T_r , M_r , P_r は鋼管矢板に作用する外力である。

また、式中の記号 Δ , ∇ は $\Delta f_r = f_{r+1} - f_r$, $\nabla f_r = f_{r+1} + f_r$ である。

3. 基本微分差分方程式のフーリエ定和分および有限フーリエ変換による解法

円形に配置された鋼管矢板構造の解析は、式(3)～(6)の連立微分差分方程式を解くことで求められるが、このような規則的な構造物の解析にはフーリエ定和分変換、や有限フーリエ変換が有効であることがすでに明らかであるので、ここでは、円周方向にはフーリエ定和分変換、軸方向には有限フーリエ変換を用いて解く方法によって解析する。(詳しくは、文献 10, 11 または 9 を参照)

まず、式(3)～(6)に式(1), (2)を代入し、式(3), (6)を $\cos(\frac{i\pi r}{l})$ 、式(4), (5)を $\sin(\frac{i\pi r}{l})$ を核とするフーリエ定和分変換を行なう。次に式(3)～(5)は $\sin(\frac{m\pi z}{l})$ 式(6)は $\cos(\frac{m\pi z}{l})$ を核とし、 $0 \leq z \leq l$ で有限フーリエ変換を行なうと

$$\begin{aligned} [EI \gamma_m^4 + \{KD + K_n D_i \cos^2 \alpha + K_t (4 - D_i) \sin^2 \alpha\}] S_m R_i [u_r] - (K_n + K_t) 2 S_i \sin \alpha \cos \alpha \\ - 2(K_n + K_t) S_i \sin \alpha \cos \alpha S_m S_i [v_r] + (K_n \cos^2 \alpha - K_t \sin^2 \alpha) D \cdot S_m S_i [\theta_r] \\ = S_m R_i [N_r] + EI \gamma_m^3 \{u_{oi} - (-1)^m u_{li}\} - EI \gamma_m \{u_{oi} - (-1)^m \dot{u}_{li}\} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
& -2(K_n+K_t)S_i \sin \alpha \cos \alpha S_m R_i[u_r] + \{EI\gamma_m^4 + K_s(4-D_i)a^2\gamma^2 + Kd + K_tD_i \cos^2 \alpha \\
& + K_n(4-D_i)\sin^2 \alpha\}S_m S_i[v_r] - \{K_n(4-D_i) - K_tD_i\}a \cdot \sin \alpha \cos \alpha S_m S_i[\theta_r] \\
& - K_s D \cdot S_i \cdot \gamma_m C_m R_i[w_r] = S_m S_i[T_r] + \{EI\gamma_m^3 + K_s(4-D_i)a^2\gamma_m\}\{v_{oi} - (-1)^m v_{ti}\} \\
& - EI\gamma_m\{\ddot{v}_{oi} - (-1)^m \ddot{v}_{ti}\}
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
& (K_n \cos^2 \alpha - K_t \sin^2 \alpha)D S_i S_m R_i[u_r] - \{K_n(4-D_i) - K_tD_i\}a \sin \alpha \cos \alpha S_m S_i[v_r] \\
& + \{GJ\gamma_m^2 + K_n(4-D_i)a^2 \cos^2 \alpha + K_tD_i a^2 \sin^2 \alpha\}S_m S_i[\theta_r] = S_m S_i[M_r] + GJ\gamma_m\{\theta_{oi} - (-1)^m \theta_{ti}\}
\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
& - K_s D \cdot S_i \gamma_m S_m S_i[v_r] + (EA\gamma_m^2 + K_s D_i)C_m R_i[w_r] \\
& = C_m R_i[P_r] - K_s D \cdot S_i\{v_{oi} - (-1)^m v_{ti}\}EA\{\dot{w}_{oi} - (-1)^m \dot{w}_{ti}\}
\end{aligned} \tag{10}$$

ただし、 $i = 0, 2, 4 \cdots n$, $m = 1, 2, 3, \dots$
 $D_i = 2(1 - \cos \frac{i\pi}{n})$, $S_i = \sin \frac{i\pi}{n}$, $\sigma_m = \frac{m\pi}{l}$ であり

$$\begin{aligned}
R_i[f_r] &= \sum_{r=1}^n f_r \cos \frac{i\pi r}{n} & S_i[f_r] &= \sum_{r=1}^n f_r \sin \frac{i\pi r}{n} \\
C_m[f_r] &= \int_0^l f_r \cos \frac{m\pi z}{l} dz & S_m[f_r] &= \int_0^l f_r \sin \frac{m\pi z}{l} dz
\end{aligned}$$

式(10)で $m=0$ のときは、

$$K_s D_i C_0 R_i[w_r] = C_0 R_i[P_r] - K_s \cdot D \cdot S_i\{v_{oi} - v_{ti}\} - EA\{w_{oi} - w_{ti}\} \tag{10}$$

上式中の u_{oi}, v_{oi} などは、それぞれ境界の物理量であり、次のように置いたものである。

$$\begin{aligned}
u_{oi} &= R_i[u_r(0)] & u_{ti} &= R_i[u_r(l)] & \dot{u}_{oi} &= R_i[\dot{u}_r(0)] & \dot{u}_{ti} &= R_i[\dot{u}_r(l)] \\
v_{oi} &= S_i[v_r(0)] & v_{ti} &= S_i[v_r(l)] & \ddot{v}_{oi} &= S_i[\ddot{v}_r(0)] & \ddot{v}_{ti} &= S_i[\ddot{v}_r(l)] \\
\theta_{oi} &= S_i[\theta_r(0)] & \theta_{ti} &= S_i[\theta_r(l)] & \dot{w}_{oi} &= R_i[\dot{w}_r(0)] & \dot{w}_{ti} &= R_i[\dot{w}_r(l)]
\end{aligned}$$

これらの未知定数は境界条件により決定する定数である。

式(7)～(10)をマトリックス表示すれば、

$$A_{mi} \cdot \delta_{mi} = B_{mi} \cdot \delta_{bi} + P_{mi} \tag{11}$$

ここで A_{mi}, B_{mi} はそれぞれの係数マトリックスである。また、

$$\delta_{mi} = \{S_m R_i[u_r] \quad S_m S_i[v_r] \quad S_m S_i[\theta_r] \quad C_m R_i[w_r]\}_T$$

$$\delta_{bi} = \{u_{oi} \quad \dot{u}_{oi} \quad v_{oi} \quad \ddot{v}_{oi} \quad \theta_{oi} \quad \dot{w}_{oi} \quad u_{ti} \quad \dot{u}_{ti} \quad v_{ti} \quad \ddot{v}_{ti} \quad \theta_{ti} \quad \dot{w}_{ti}\}_T$$

$$P_{mi} = \{S_m R_i[N_r] \quad S_m S_i[T_r] \quad S_m S_i[M_r] \quad C_m R_i[P_r]\}_T$$

式(11)を解くと、

$$\delta_{mi} = A_{mi}^{-1} \cdot B_{mi} \cdot \delta_{bi} + A_{mi}^{-1} P_{mi} \tag{12}$$

となり、これを有限フーリエ逆変換およびフーリエ定和分逆変換することにより、各変位を求めることができる。しかし式(12)の有限フーリエ逆変換では、このままの形では、各変位の微分形を計算するとき、級数和が発散があるので、次のように変形して計算する必要がある。

$$\delta_{mi} = \{A_{mi}^{-1} \cdot B_{mi} - D_m\} \delta_{bi} + D_m \cdot \delta_{bi} + A_{mi}^{-1} P_{mi} \tag{13}$$

ただし、

$$\mathbf{D}_m = \begin{vmatrix} e_1 & e_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_4 & e_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_1 & e_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_4 & e_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_5 \end{vmatrix}$$

$$e_1 = \frac{1}{\gamma_m}, \quad e_2 = -\frac{1}{\gamma_m^2}, \quad e_3 = \frac{1}{\gamma_m^3}, \quad e_i = -(-1)^m e_{i-3}$$

$$\delta_i = \frac{2}{l} \sum_m$$

$$\delta_i = \frac{2}{l} \sum_m \mathbf{C}_m [(\mathbf{A}_{mi}^{-1} \cdot \mathbf{B}_{mi} - \mathbf{D}_m) \delta_{bi} + \mathbf{A}_{mi}^{-1} \cdot \mathbf{P}_{mi}] \begin{cases} \cos \frac{m\pi}{l} \\ \sin \frac{m\pi}{l} \end{cases} + \mathbf{F}(z) \cdot \delta_{bi} \quad (14)$$

となり、右辺の第1項は、収束性の良いものとなる。

ここで

$$\mathbf{F}(z) = \begin{vmatrix} f_1 & f_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_4 & f_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_1 & f_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_4 & f_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_5 \end{vmatrix}$$

$$f_1 = 1 - \xi, \quad f_2 = \frac{l}{6} \{1 - 3(1 - \xi)^2\}, \quad f_3 = -\frac{l^2}{6} \xi (2 - 3\xi + \xi^2),$$

$$f_4 = \xi, \quad f_5 = \frac{l}{6} (3\xi^2 - 1), \quad f_6 = \frac{l^2}{6} \xi (\xi^2 - 1), \quad \xi = \frac{z}{l}$$

4. 境界条件

鋼管矢板構造の解析は、鋼管矢板を、地盤条件や構造条件の変化する部分で分割し、前項3. で述べた解を重ね合せ、各境界条件を満足するように、未知数を決定することにより行なわれる。

今、鋼管矢板構造の地盤上および地盤中の諸値をそれぞれ添字1, 2を付けて表わすものとすれば、この時の境界条件は、

i) 矢板頂部 ($z_1 = 0$) では、

$$\begin{aligned} M_{u1} &= 0 & \ddot{u}_{0i1} &= 0 & M_{v1} &= 0 & \ddot{v}_{0i1} &= 0 & M_{n1} &= 0 & \theta_{0i1} &= 0 \\ Q_{u1} &= N_r & Q_{v1} &= 0 & P &= 0 & W_{0i1} &= 0 \end{aligned}$$

ii) 地盤面 ($z_1 = l_1, z_2 = 0$) では変形が全て連続するものとし、

$$\begin{aligned} u_{ti1} &= u_{ti2}, & u_{ti1} &= u_{0i2}, & \ddot{u}_{ti1} &= \ddot{u}_{0i2}, & u_{ti1} &= u_{0i2}, & v_{ti1} &= v_{0i2}, & v_{ti1} &= v_{0i2}, & \ddot{v}_{ti1} &= \ddot{v}_{0i2}, & v_{ti1} &= v_{0i2}, & \theta_{ti1} &= \theta_{0i2}, \\ \theta_{ti1} &= \theta_{0i2}, & w_{ti1} &= w_{0i2}, & w_{ti1} &= w_{0i2} \end{aligned}$$

iii) 矢板先端部 ($z_2 = l_2$) では固定されているとすれば、

$$u_{ti2} = u_{ti2} = v_{ti2} = \theta_{ti2} = w_{ti2} = 0$$

となり、これらの条件から境界未知量が決定され、解析することが出来る。

5. 数値解析例及び考察

数値解析例として、室蘭港に建設中の白鳥大橋主塔基礎部仮締切入人工島鋼管矢板構造を取り上げる。構造の概略を図-4に示す。計算に用いる数値は $l_1 = 16.0$ m, $l_2 = 19.0$ m, 鋼管の外径 100.0 cm, 肉厚 1.4 cm, 鋼管中心から継手までの長さ $a = 62$ cm, 鋼管本数 $n = 168$ 本, 地盤の水平地盤反力係数 $K_2 = K_2' = 1.21 \text{ kg/cm}^3$ とし、継手のバネ定数は $K_t = 10 K_n$ として、次の2つの場合について解析を行った。

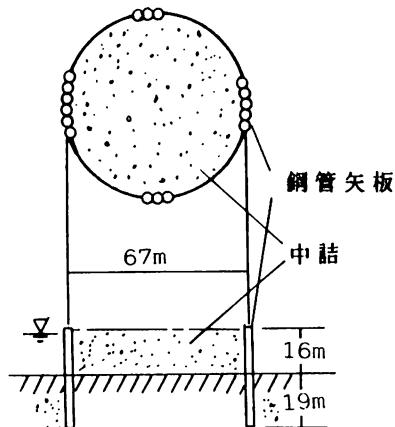


図4 解析モデル

- (a) $K_n = 100.0 \text{ kg/cm}^2$ として K_s を変化させた場合
 (b) $K_s = 0$ として K_n を変化させた場合

また、荷重条件として、矢板頂部に集中外力が作用する場合を考えた。即ち、施工中の船舶などの衝突を考え、単位荷重(10 t)が頂部に作用するものとする。解析結果を、図-5～7に示す。図-5は中心の鋼管の変位分布と曲げモーメント分布を示したものであり、

- (a)は $K_n = K_t = K_s = 0$ すなわち单杭の場合
 (b)は $K_n = 100.0 \text{ kg/cm}^2$, $K_t = 10 K_n$ で $K_s = 0$ の場合
 (c)は $K_n = 100.0 \text{ kg/cm}^2$, $K_t = 10 K_n$ で $K_s = 10000.0 \text{ kg/cm}^2$ の場合

であり、集中外力に対して、継手の剛性の影響、特に半径方向および円周方向の剛性によって大きく変化すること、最大曲げモーメントの生ずる位置が上部に移ることが明らかに示されている。

図-6、図-7には、各caseに対して、 $K_s = 0$, $K_t = 10 K_n$ として、 K_n を変化させた場合と $K_t = 10 K_n$, $K_n =$

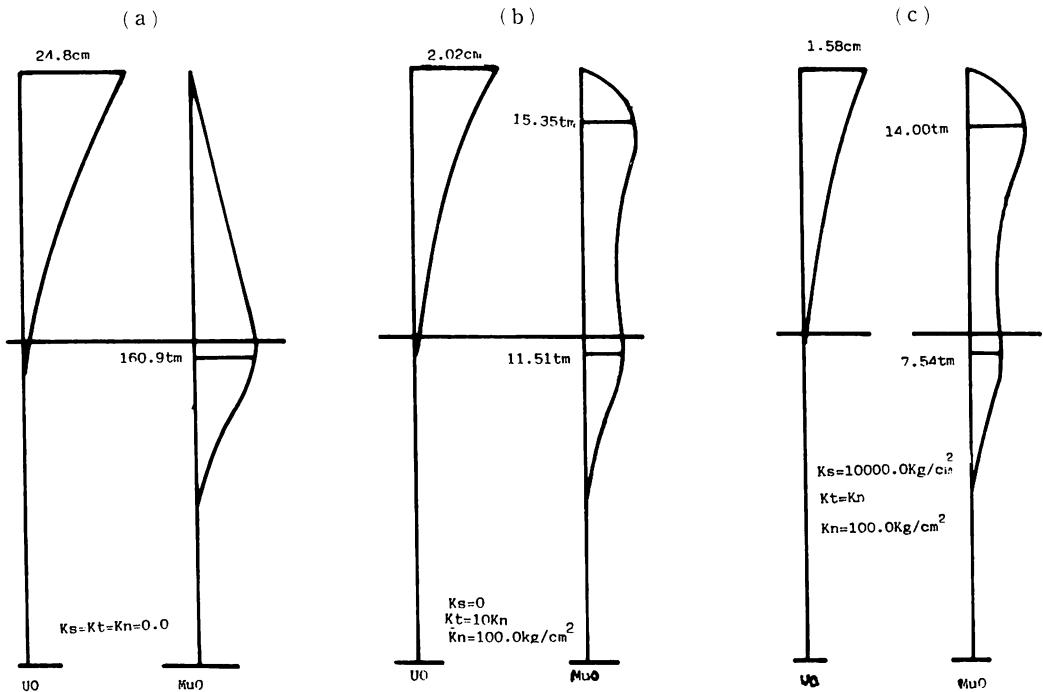


図5 中心鋼管の変位と曲げモーメント分布

100.0 kg/cm^2 として K_s を変化させた場合の最大変位と最大曲げモーメントの値を横軸に K_n および K_s の常用対数をとって示した。図-6では半径方向と円周方向の継手バネの剛性が大きく影響し、この計算例では、 $K_n = 100.0 \text{ kg/cm}^2$ 位でほぼ一定になる。また、図-7より、継手の軸方向のバネ剛性は、半径方向バネの存在に対してあまり影響しない。特に、曲げモーメントは K_s の変化に対してほぼ一定である。

以上、鋼管矢板構造の解析を行なうため、鋼管をはり要素とし、継手をバネ結合として力の伝達を行なうとして定式化を行ない、有限フーリエ変換とフーリエ定和分変換を用いる解法を示し、大規模鋼管矢板構造の解析例を示した。

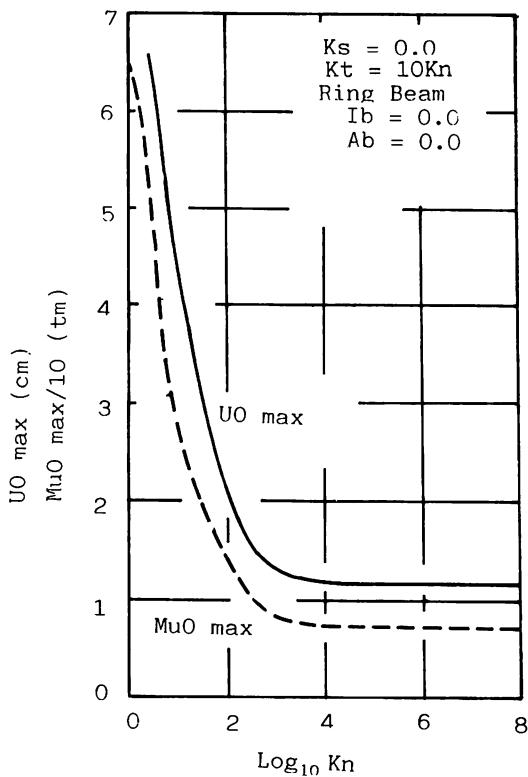


図6 バネ定数と変位および曲げモーメントの関係
(K_n を変化させた場合)

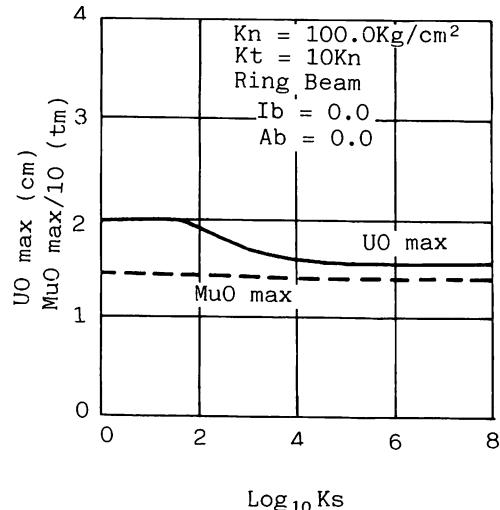


図7 バネ定数と変位および曲げモーメントの関係
(K_s を変化させた場合)

数値計算例はあまり多くないが、ここに示したような大本数からなる大型構造物の解析結果から次のことが明らかになった。

○集中外力に対して、継手のバネ剛性の増加によって変位、曲げモーメントはかなり減少する。

○軸方向継手バネの剛性を増加することにより外力に対する抵抗力は急激に増大する。

今後、さらに鋼管矢板の規模を変え、継手のバネ定数や、リングビームで補強した場合の剛性の効果を検討する予定である。

尚、本論文の作成に当り、室蘭工業大学助教授岸徳光氏および北海道開発局土木試験所構造研究室室長吉田紘一氏から、いろいろ貴重な御意見をいただきましたことを記して感謝の意を表します。

また、数値計算に用いた資料は、北海道開発局室蘭開発建設部室蘭道路事務所からいただきましたことを付記し、関係各位に厚く感謝申し上げます。

参考文献

- 1) 藤田圭一、山口靖紀、木寺謙爾、島岡久寿、小間憲彦：鋼管矢板井筒基礎の施工および水平載荷試験、土と基礎、Vol. 21, No. 12, pp. 9~15, 1973
- 2) 筒戸松二、江見晋、山崎真喜雄、前原博：矢板式基礎の構造特性に関する模型実験(上)、(下)、橋梁と基礎、Vol. 10, No. 5, pp. 18~24 および Vol. 10, No. 6, pp. 27~33, 1976
- 3) 手塚茂樹、根本洋、清水文夫：鋼管矢板井筒基礎の水平載荷試験(上)、(下)、橋梁と基礎、Vol. 12, No. 7, pp. 29~33 および Vol. 12, No. 8, pp. 43~46, 1978
- 4) 木寺謙爾、長岡弘明、島岡久寿、小間憲彦：鋼管矢板井筒静的水平抵抗の有限要素解析、土木学会論文報告集、第259号、pp. 71~81, 1977

- 5) 山川純雄, 後藤芳顯: 水平鋼管矢板構造の継手による荷重分配作用の解析, 土木学会論文報告集, 第301号, pp. 1~12, 1980
- 6) 山本 強, 大植英亮, 宗澤勝郎, 篠田 誠: 鋼管矢板井筒の現場試験結果と設計について, 土木学会論文報告集, 第334号, pp. 123~134, 1983
- 7) 日本道路協会: 鋼管矢板基礎設計指針・同解説, 1984
- 8) 澤田知之: 継手バネ効果と, 井筒型基礎構造の水平抵抗について, 土木学会北海道支部論文報告集, 第36号, pp. 45~50, 1980
- 9) 澤田知之, 能町純雄: 継手のヒンチ効果を考慮した井筒基礎構造の応力解析について, 苫小牧高専紀要, 第15号, pp. 75~94, 1980
- 10) 澤田知之, 能町純雄: 井筒型基礎構造における継手効果に関する実験的研究, 苫小牧高専紀要, 第16号, pp. 109~120, 1981
- 11) 澤田知之, 二宮正明, 松岡健一, 能町純雄: フーリエ定和分変換を用いた鋼管矢板円筒形構造物の解析, 構造工学論文集, Vol. 34 A, pp. 9~18, 1988
- 12) Nomachi S. G. and K. G. Matsuoka : Application of Finite Fourier Integration Transforms for structural Mechanics, Proc. of 20 th Japan National Congress for Applied Mechanics, pp. 117~123, 1970
- 13) Nomachi S. : On one Method for Solving Three-Dimentional Stress Problems by means of Finite Fourier Transforms, Mem. of Muroran Inst. of Tech., Vol. 3, No. 1, pp. 167~191, 1958

(昭和62年11月30日受理)