

## 成績データから見た教科間の関連について

小 鹿 正 夫\*・金 田 嶋\*\*

### A Study On the Relation among various Subjects from the Viewpoint of Data of Scholarly Attainments

Masao KOSIKA and Takasi KANETA

#### 要 旨

2つの学科の成績データに多変量解析の一手法である主成分分析、因子分析のバリマックス回転を適用し、教科間の関連構造、および、学科、学年の特徴についての考察を試みた。

We have made an application of Principal Component Analysis and Varimax rotation of Factor Analysis, which is one of the Multivariate Analysis method, to the Data of Scholarly Attainments. Through the application, we have made a consideration on the inter-relation among the subjects and the characteristic of the courses and grades of students of our college.

#### 1. は じ め に

我々は先にある学科の10年間の学生の成績データを基に正準相関分析を行い、学年間の成績から見た科目の関係を調べた<sup>1)2)</sup>。基本的に全科目を変数にした為いろいろな要素が入り込み正準相関の意味付けを難しくした。このとき、第一正準変量と第二正準変量により作られる平面上では科目間に一定の関係が年度に関係なく認められた学年もあった。このことから、学年間の科目の関係を調べるためには、まず、成績データの構造を調べ、成績に現れている科目の特徴を把握することが必要であると考えた。その上で、科目を類別するなどしてから多変量解析の手法を使う方がより効果であるだろうという予想を得た。

今回は、このような場合のデータを扱う一般的手法である、主成分分析法を用いて成績データの構造を調べてみた。その結果、いくつかの特徴が得られたので報告する。扱ったデータは今年卒業した学生の1年生から5年生までの学年末の成績である。比較のため2学科について調べてみた。

#### 2. 分析手法の考え方

科目  $x_i$  は学生数  $n$  個の成分をもつ列ベクトルと見ることができる。科目の平均を0に標準化すると、原点を始点とするベクトルになる。ベクトルの大きさは  $(x_i$  の標準偏差  $\sigma_i) \times (n-1)$  である。科目数を  $p$  とすれば、科目は  $p$  次元ユークリッド空間内の原点を始点とする  $p$  個のベクトルと考えられる。この空間に直交する  $m$  個の座標軸を決め、この軸によってできる部分空間を考える。決め方は、この部分空間に科目ベクトルを射影したときに元のベクトルの関係ができるだけ保たれるように座標軸を決める。このとき、成績データの1点の重さは科目に関係なく同じを考えて部分空間を決めたことになる。これが主成分分析法の分散共分散から出発する主成分の決め方である。次に、このようにして決めた部分空間の中で共通性の高い科目ベクトルがまとまって見えるように、さらに座標軸を直交回転する。これが因子分析における座標軸のバリマックス回転である。回転した座標軸を基にした部分空間での科目ベクトルの位置関係から教科間の関連を特徴付け、成績データの構造を考察する。

分析を行うにあたって次の点を考慮した。

第1点は各学科共通の科目はその特徴を比較し

\* 助教授 一般教科

\*\* 教授 北海道工業大学

易いが、それ以外の科目は各学科の特殊性を含むのでその特徴を把握できない。そこで、成績データはその評価の決め方から定期試験の成績が大きく影響を与えているので、この点に着目し次のように科目を分類した。

(K) グループ：計算力の優劣が、定期試験の成績に大きく影響を与えている科目である。

(J) グループ：実験、実習の科目のように定期試験を行わない科目である。

(R) グループ：(K)(J)以外の科目である。共通科目は科目名を記したが、それ以外の科目は科目名を専1 Kのように分類標記にした。

第2点は第1点のグループが更に、文科系、理科系に分かれることを考え、また、寄与率が80%以上になるように考えて、部分空間の次元  $m$  を5とした。

### 3. 分析結果

3次元の散布図の解釈の仕方について、1年生の考察を進める中で説明して行くことにする。初めに各軸の性格付けをする。次に3次元空間の図を参考にして、この空間での科目の関係をまとめる。

#### A学科1年生(図1)

各軸ごとに、成分の大きい科目を抜き出し、軸の性格付けをする。第1軸  $f_1$  は物理、専2 K、数学の値が大きく、理数系の性格をもつ軸と考えられる。また、この軸の寄与率は30.3%である。つまり、成績データのもっている情報の30%をもっていることになる。第2軸  $f_2$  は地理、国語、英語が大きく、文科系の軸と考えられる。第3軸  $f_3$  は化学の値が特に大きいので、化学の特徴をもつ軸である。第4軸  $f_4$ 、第5軸  $f_5$  は、それぞれ、専1、専3 Jのみの値が大きいのので、おのおの科目がもつ特徴のみによって性格付けられると考えられる。また、各成分の最大値は1なので、専3 Jの値0.978は非常に大きいことになり、 $f_5$  は専3 Jとほぼ同一と考えられる。これらの軸をもとに科目を分けると、 $f_1$  方向の理数系の科目、 $f_2$  方向の文科系科目、そして、化学、専1、専3 Jと分けられる。次に、 $f_1$ 、 $f_2$ 、 $f_3$  を軸とする3次元空間(図1)上で科目の関係を調べる。保体、専1、専3 Jは原点付近に、それ以外の科目はこの空間に広がるように分布しているのがわかる。理数系科目、文科系科目が、同一方向に並んでいて、区別されることもよくわかる。数学と英語は図の中央に大

きく飛び出ている。この位置にある科目は、おのおの軸のもつ性格を兼ね備えていること意味し、他の科目との関連が大きいことになる。この位置を中央外側と呼ぶことにする。以上まとめると10科目中7科目は、この図の空間にまとめることができ、理数系、文科系、そして、化学と方向付けができる。さらに、専3 J、専1はこの空間と関係が小さく、それぞれ独立した科目である。軸  $f_1$ 、 $f_2$ 、 $f_3$  の寄与率はそれぞれ30.3%、21.5%、13.0%であるから、この3次元空間の図によって、成績データを説明できる比率は64.8%である。第5軸まで含めると87.4%まで説明できたことになる。

#### B学科1年生(図2)

第1軸  $f_1$  は専3、専1 Kの値が大きく、専門系の軸と考えられる。第2軸以降は、 $f_2$  は英語、 $f_3$  は国語、 $f_4$  は物理、 $f_5$  は地理と大きな値の科目は1つずつなので、軸の性格は、それぞれの科目の特徴をもつと考えてよいだろう。次に、3次元空間の図2を見ると、保体は原点付近に他の科目から離れて1つだけある。つまり、科目の関連がない。外側に広がるようにして分布しているのは、 $f_1$  方向に専3、また、軸からかなり中央によった形で、専1、英語、国語がある。そして、中央外側に専2 J、数学、専4がある。物理、地理はこの空間でも大きさをもっているのので、第5軸まで含めて

図1. A学科1年生

|               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| $f_1$ (30.3%) | $f_2$ (21.5%) | $f_3$ (13.0%) |
| 物理 0.901      | 地理 0.893      | 化学 0.815      |
| 専2 K 0.832    | 国語 0.801      |               |
| 数学 0.610      |               |               |
|               |               | $f_4$ (14.8%) |
|               |               | 専1 0.920      |
|               |               | $f_5$ (7.8%)  |
|               |               | 専3 J 0.978    |

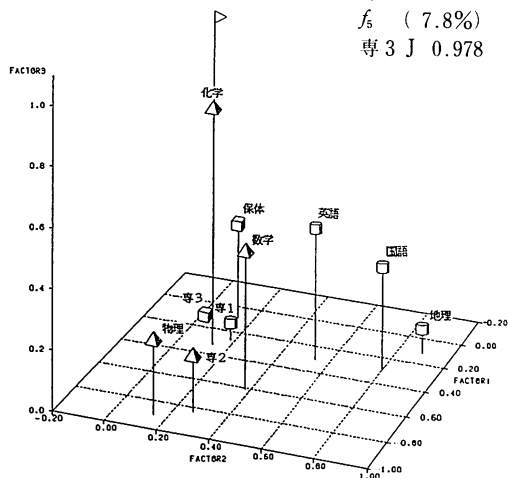


図2. B学科1年生

|               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| $f_1$ (29.2%) | $f_2$ (18.5%) | $f_3$ (18.3%) |
| 専3 0.938      | 英語 0.883      | 国語 0.887      |
| 専1 K 0.803    | 専4 0.596      | 専2 J 0.625    |
| 化学 0.538      | 数学 0.533      |               |
| 専4 0.511      |               | $f_4$ (15.2%) |
|               |               | 物理 0.820      |
|               |               | $f_5$ (7.1%)  |
|               |               | 地理 0.887      |

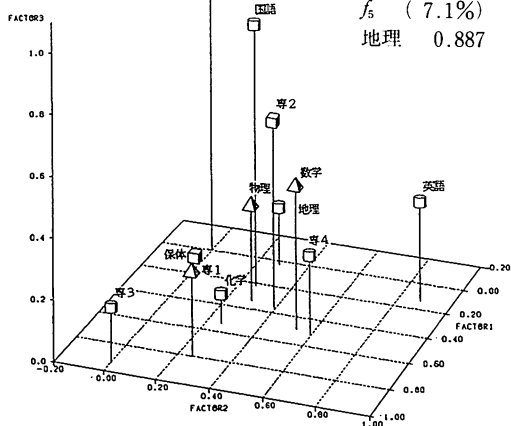
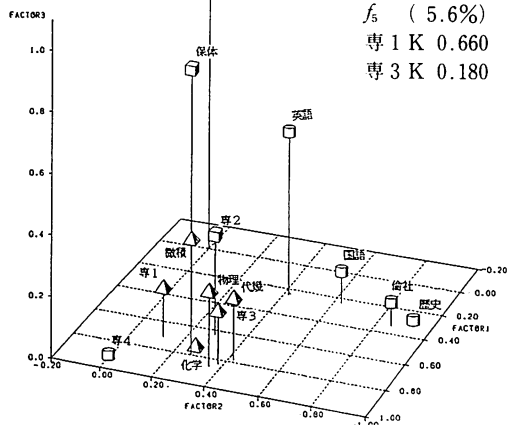


図3. A学科2年生

|               |               |              |
|---------------|---------------|--------------|
| $f_1$ (49.0%) | $f_2$ (21.2%) | $f_3$ (6.2%) |
| 専4 0.900      | 歴史 0.915      | 保体 0.658     |
| 物理 0.857      | 倫社 0.856      | 英語 0.552     |
| 専3 K 0.833    | 国語 0.630      |              |
| 微積 0.797      |               | $f_4$ (8.7%) |
| 代幾 0.785      |               | 国語 0.677     |
| 化学 0.714      |               | 英語 0.616     |
| 専1 K 0.713    |               |              |
|               |               | $f_5$ (5.6%) |
|               |               | 専1 K 0.660   |
|               |               | 専3 K 0.180   |



考えれば、英語や国語を同じように、軸からかなり中央によった形で、 $f_4$ ,  $f_5$ の近くにあると考えられる。以上まとめると、この空間では専門科目のすべてと、数学、英語、国語がはっきりと現れている。寄与率は66.0%であるので、専門科目の情報の、成績データに占める割合が大きいがわかる。また、科目の関連は、数学と専門の2科目を中心にして、5次元方向に同角度で広がっていると考えられる。

以上、成分の大きさ、図の位置関係から見た考察の手順を説明した。以下、同様にして考察を試みて得られた特徴をまとめることにする。

#### A学科2年生(図3)

第1軸 $f_1$ では専門科目、理科系の科目の値が高く、そのほかの科目とはっきりと区別される。理数系の軸と考えられる。第2軸 $f_2$ は人文系の軸、第3軸 $f_3$ は保体、第4軸 $f_4$ は語学系の軸である。しかし、第3軸以降は大きさは0.66前後であり、寄与率も低いので強いて考えるとすばいという程度である。図を見ると、これら理数系の科目がはっきりしたグループを構成していることがわかる。また、歴史、倫社、国語もグループを形成している。 $f_1$ と $f_2$ を合わせた寄与率は70.2%と非常に高く、この平面で、成績データのもつ科目の関連はほとんど説明できると考えてよいであろう。

図4. B学科2年生

|               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| $f_1$ (42.9%) | $f_2$ (14.1%) | $f_3$ (13.9%) |
| 専3 K 0.871    | 専2 J 0.814    | 倫社 0.766      |
| 微積 0.854      | 専4 J 0.798    | 国語 0.649      |
| 代幾 0.837      |               |               |
| 専1 K 0.802    |               | $f_4$ (13.3%) |
| 物理 0.787      |               | 歴史 0.824      |
|               |               | $f_5$ (4.1%)  |
|               |               | 英語 0.504      |

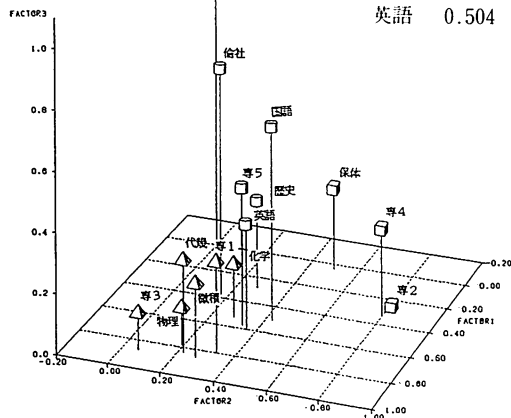


図5. A学科3年生

|               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| $f_1$ (19.0%) | $f_2$ (22.6%) | $f_3$ (13.8%) |
| 歴史 0.883      | 微積 0.823      | 専2 J 0.656    |
| 政経 0.862      | 解析 0.679      | 専7 K 0.600    |
| 国語 0.711      | 専8 0.644      |               |
|               | 専1 K 0.612    |               |
|               | $f_4$ (19.9%) |               |
|               | 専5 0.891      |               |
|               | 専6 K 0.761    |               |
|               | $f_5$ (13.8%) |               |
|               | 英語 0.767      |               |
|               | ドイツ 0.757     |               |

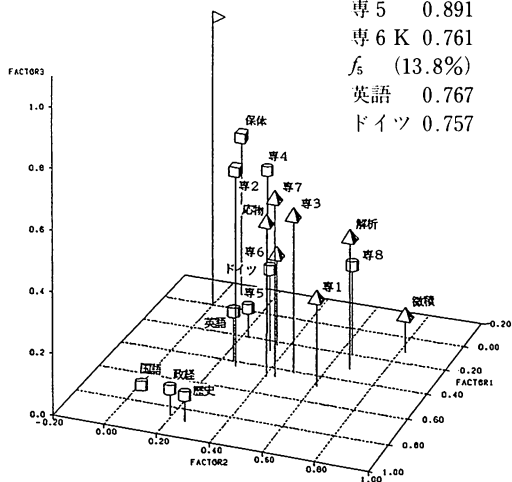


図7. A学科4年生

|               |               |              |
|---------------|---------------|--------------|
| $f_1$ (39.3%) | $f_2$ (19.8%) | $f_3$ (8.7%) |
| 応数 0.895      | 国語 0.925      | 専8 J 0.886   |
| 応物 0.877      | ドイツ 0.631     | 専7 J 0.839   |
| 解析 0.839      | 専2 0.615      | 保体 0.776     |
| 専5 K 0.825    | 専6 0.570      |              |
| 専3 K 0.750    |               |              |
| 専1 K 0.700    |               |              |
|               | $f_4$ (13.1%) |              |
|               | 専4 0.693      |              |
|               | 専1 K 0.598    |              |
|               | $f_5$ (7.7%)  |              |
|               | 英語 0.637      |              |
|               | ドイツ 0.608     |              |

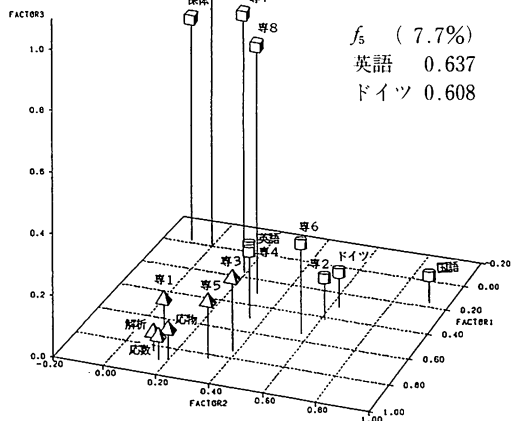


図6. B学科3年生

|               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| $f_1$ (22.7%) | $f_2$ (26.2%) | $f_3$ (17.5%) |
| 専5 J 0.877    | 微積 0.871      | 政経 0.750      |
| 専1 J 0.874    | 専2 K 0.722    | 専7 K 0.649    |
| 歴史 0.758      | 解析 0.711      | 専8 K 0.627    |
| 専4 J 0.742    | 専6 K 0.672    |               |
|               | $f_4$ (14.9%) |               |
|               | ドイツ 0.792     |               |
|               | 英語 0.723      |               |
|               | $f_5$ (8.9%)  |               |
|               | 国語 0.773      |               |

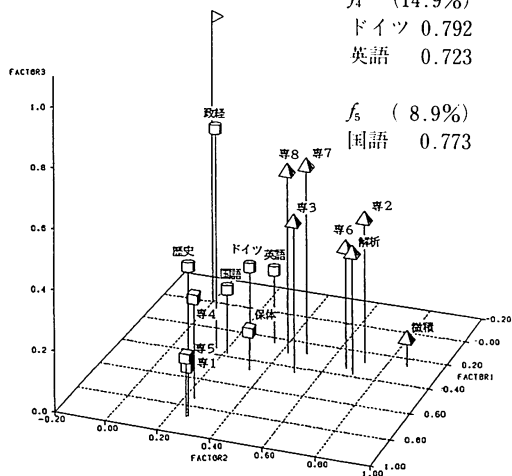


図8. B学科4年生

|               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| $f_1$ (27.0%) | $f_2$ (19.3%) | $f_3$ (15.1%) |
| 専8 0.760      | 応物 0.809      | 国語 0.778      |
| 専10 0.759     | 専3 K 0.631    | 英語 0.761      |
| 専4 J 0.646    | 専1 J 0.610    |               |
| 専7 K 0.636    |               |               |
|               | $f_4$ (15.0%) |               |
|               | 専9 0.779      |               |
|               | ドイツ 0.646     |               |
|               | $f_5$ (9.2%)  |               |
|               | 専2 K 0.866    |               |

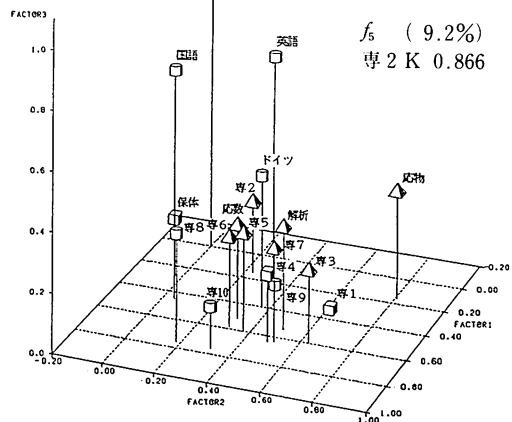


図9. A学科5年生

|               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| $f_1$ (18.4%) | $f_2$ (17.8%) | $f_3$ (16.6%) |
| 専9 K 0.800    | 英語 0.883      | 専8 K 0.759    |
| 専3 0.799      | 専6 0.703      | 専2 0.706      |
| 専10 0.611     |               |               |

$f_4$  (16.3%)  
専7 J 0.821

$f_5$  (16.0%)  
専4 0.878

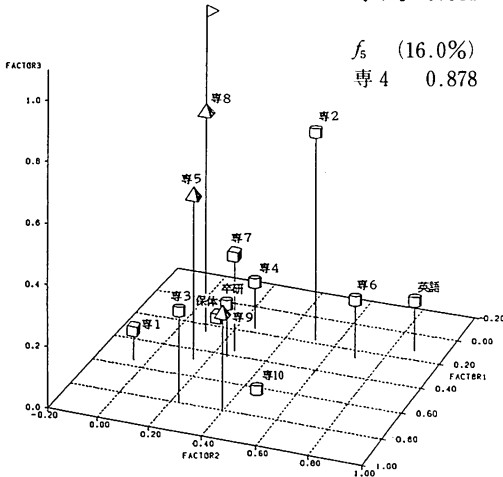
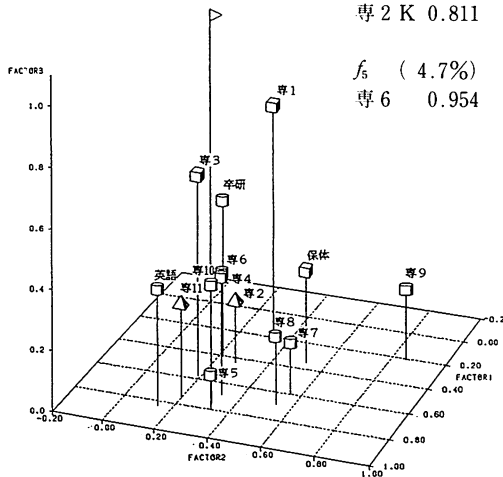


図10. B学科5年生

|               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| $f_1$ (38.7%) | $f_2$ (13.8%) | $f_3$ (16.7%) |
| 英語 0.833      | 専9 0.854      | 専1 J 0.809    |
| 専5 0.790      | 専7 0.559      | 専3 J 0.676    |
| 専10 0.762     | 専8 0.536      | 専3 J 0.676    |
| 専11 K 0.743   |               | 卒研 0.533      |
| 専8 0.689      |               |               |
| 専4 0.684      |               |               |

$f_4$  (14.1%)  
専2 K 0.811

$f_5$  (4.7%)  
専6 0.954



## B学科2年生(図4)

第1軸 $f_1$ は計算系の軸, 第2軸 $f_2$ は実習系の軸と考えられる。第3軸 $f_3$ は倫社, 国語が, 大きい方である。第4軸 $f_4$ は歴史が大きい。 $f_2$ ,  $f_3$ ,  $f_4$ の寄与率は同程度なので, これを考慮して図を見ると,  $f_1$ の計算系の科目は明かに1つのグループを形成している。 $f_2$ の実習系の科目は保体を含めて, 他の科目から分離されているのがよくわかる。英語, 国語, 専5が中央外側に位置している。以上まとめると, 計算系のグループ, 実習系科目, そして, 化学, 専5を含む文科系のグループが4次元空間に分布していて, 全体として,  $f_1$ 方向によっている。

## A学科3年生(図5)

第1軸 $f_1$ は人文系の軸, 第2軸 $f_2$ は計算系の軸, 第3軸 $f_3$ は実習系の軸と考えられる。 $f_1$ は専門科目の特徴を表す軸,  $f_3$ は外国語の軸である。寄与率は同程度なので, 第5軸まで考える。図で見ると,  $f_1$ の人文系科目が他からはっきりと分離され1グループを作っている。残りの科目は専7 K, 専3 K, 応物を中心にして, 各軸の方向に広がっている。全体として, 計算系の $f_2$ 軸に集まっている。

## B学科3年生(図6)

第1軸 $f_1$ は実習系の軸, 第2軸 $f_2$ は計算系の軸, 第3軸 $f_3$ は計算の比重が少ない専門系の軸と考えられる。 $f_4$ は外国語の軸である。図を見ると, 語学系の科目が原点付近に集まり, 他の科目は, 外側に広がるように分布している。実習系科目が他からはっきりと分離され1グループを作っている。また, 計算系科目は, 中央外側に位置し,  $f_2$ ,  $f_3$ 方向に2つのグループに分かれている。専門科目は3グループに分けることができると考えられる。

## A学科4年生(図7)

第1軸は計算系の軸と考えられる。第2軸 $f_2$ は国語の値が大きい。第3軸 $f_3$ は実習系の軸,  $f_1$ は専門のある特徴を表した軸,  $f_3$ は外国語の軸と考えられる。図で見ると, 実習系の科目が他から大きく分離されて1グループを作っている。 $f_1$ 方向に計算系のグループがあり, 他から分離している。専門科目は, 計算系, 専門系, 実習系の3グループに分かれていると考えられる。

## B学科4年生(図8)

第1軸 $f_1$ は専8, 専10の値が大きい方である。 $f_2$ は応物,  $f_3$ は語学,  $f_4$ は専9の値が大きい方である。各軸ともそれぞれの科目の特徴を表す軸と考

えられる。図を見ると、計算系の科目が中央外側に集まっていることがわかる。これらを取り囲むように、他の科目が各軸の方向に少しずつ広がっている。計算系科目を中心に1つにまとまっていて、分離できない形である。

#### A学科5年生(図9)

第1軸 $f_1$ は専9K, 専3の値が大きい。 $f_2$ は英語,  $f_3$ は専8K, 専2K,  $f_4$ は専7J,  $f_5$ は専4がそれぞれ大きい。寄与率の同程度であるので、軸の性格は対応する科目の特徴と見て良いようである。図からみると、グループ化は見られず、中央外側に位置する科目もない。科目のばらつきが大きい。科目の多様化が進んでいると考えられる。

#### B学科5年生(図10)

第1軸 $f_1$ は専門の総合力を表す軸と考えられる。 $f_2$ は専9が大きく、この科目の特徴を表す軸である。 $f_3$ は実習系の軸である。 $f_4, f_5$ はそれぞれ科目の特徴を表す軸と考えられる。図を見ると、多くの科目が $f_1$ 方向に集まっている。4年生の時よりは分化が進んでいるが十分でないと考えられる。

### 4. ま と め

学年の特徴をまとめると、1年生では、中心となる科目があり、この科目を中心にして、多次元方向に広がるように分布している。1年生の成績データは多様性をもった科目から構成されていると考えられる。2年生では、計算系の科目がはっきりとグループ化し、 $f_1$ 軸に集まっている。 $f_1$ 軸の寄与率も大きく、成績データに計算系の科目が1つの方向を与えていると考えられる。3年生では、計算系の科目が2つに分かれてくる傾向がみられ、 $f_1$ 軸を別なグループに譲り、 $f_2, f_3$ 軸方向に広がるように分布してくる。専門科目が増え分けてきたと考えられる。4年生では、A学科は広がる形に、B学科では中央にまとまる形になるが、計算系の科目の方に他の多くの科目が集まる傾向がある。5年生では、計算系の科目も少なくなりグループ化の傾向が弱まった。専門科目が多様性をもってきた傾向が、A学科でははっきりと、B学科では、少しであるが、うかがえる。

学科の特徴について、A学科では、一定の傾向をもって広がる形が学年を通して見られる。1, 2年生では理数系, 文科系であり、3, 4年ではこれに専門実習系が加わる。そして、5年生では専門のそれぞれの分野に広がっていく様子が伺え

る。B学科については、逆に、一つの方向にまとまる傾向が学年を通じて見られる。1年生では専門科目と数学に、2, 3, 4年生では計算系の科目に、5年生になってもやはり同じである。このような傾向をもつ中で、2, 3年の実習系の科目だけが大きく分離される。

以上のように、学科, 学年の特徴をまとめたが、これは、あくまでも対象となったクラスの特徴であることを断わっておく。しかし、全体を通してみて、成績評価上で計算力の影響が非常に大きいことは間違いないであろう。数学を担当する1教官として、その重要性を再認識するとともに、専門教科と一体になって指導にあたる必要性を感じた。

主成分分析, 因子分析の計算は、本校電子計算機室のSASを利用し、図表に関しては北大大型計算機センターのSASGRAPHを利用した。

最後に、この分析を実施するに当たって、本校電気工学科今田孝保教授, 土木工学科沢田知之助教授に多くの助言をいただいた。また、電子計算機室三河佳紀さんには大変お世話になった。ここに記して謝意を表したい。

### 参 考 文 献

- 1) 小鹿正夫・今田孝保・金田嶋：「投績データについての一考察」苫小牧高専紀要第19号(1984)
- 2) 小鹿正夫・今田孝保・金田嶋：「成績データについての一考察(II)」苫小牧高専紀要第20号(1985)
- 3) SAS Institute Inc.「SAS User's Guide: Basics, Version 5 Edition [日本語版1]」SASソフトウェア株式会社(1986)
- 4) SAS Institute Inc.「SAS User's Guide: Statistics, Version 5 Edition, SAS Institute Inc.」(1985)
- 5) 市川伸一・大橋靖雄：「SASによるデータ解析入門」東京大学出版会(1987)
- 6) 奥野忠一他：「多変量解析法」日科技連出版社(1971)
- 7) 奥野忠一他：「続多変量解析法」日科技連出版社(1971)
- 8) 河口至商：「多変量解析入門」森北出版(1973)

(昭和62年11月30日受理)