

マウンド基礎構造における地震時限界支持力 の数値解析と模型実験

澤 田 知 之* 能 町 純 雄**

Numerical Analysis and Model Experiment for Seismic
Bearing Capacity of a Foundation on Mound Structure

Tomoyuki SAWADA and Sumio G. NOMACHI

要 旨

本論文は、極限解析の上界法を用いて、マウンド基礎上に荷重が作用する場合の地震時加速度を考慮してその限界支持力を求めようとするもので、マウンド基礎天端上の載荷されていない部分である余裕幅も含めて解析を進める。崩壊すべり線は載荷重作用部分の終点から開始され、対数螺旋となると仮定しており、すべり仕事とそのすべり線に沿って生じる粘着抵抗が等しいと置くことより目的関数を求め非線形最適化問題として取り扱っている。今回は理論による数値解析とこの模型実験を行った結果の比較検討を報告するものである。

Abstract

In this paper, an upperbound technique of the limit analysis is used to find bearing capacity of a mound foundation structure is discussed upon the assumptions that a logarithmic spiral rapture starts at an edge of the loaded area far from the mound slope, a sliding part of soil behaves as a rigid body and inertia force acts its center of gravity. The expression that the rate of kinematic energy of the sliding soil block together with the load should be equal to the dissipation of inertia energy rate along the sliding line, leads to the equation of ultimate load by optimizing the various parameters in it. Thus, obtained numerical results are compared with those by model experimental analysis.

1. ま え が き

地震多発地帯では、地震による土塊の滑動や斜面のすべり崩壊による震害がしばしば発生している。その為にマウンド基礎構造や斜面の構造となるものの安定問題は耐震工学上の重要な課題となっている。

いわゆる支持力理論とは基礎地盤が塑性的崩壊をきたすときの極限荷重を解析的に求める手法のことであるが、この極限支持力を理論的又は実験的に推定する問題に関しては、有限要素法および境界要素法が多用されるようになってきた²⁾³⁾。又、近年、剛体バネモデルも地盤の極限荷重の算定に

用いられつつある⁴⁾。このように、現在では相当の精度で設計上の指針となり得る系統が整えられつつあるといえるが、解析に際しては、かなり煩雑な計算を用い、演算量も大きなものとなると考えられ、その解析法がどのような場合に実施するのか、また各手法での安全率をどのように決定するかについては、結論を得るには至っていないと考えられる。

本論文では、崩壊すべり面を対数螺旋⁵⁾⁶⁾であると仮定することにより安全率を最少とするようなすべり面を求めるようとするもので、従来の微小部分における釣り合い方程式や土の構成方程式を用いずに、解析対称であるマウンド基礎構造のすべり部分の土塊の仕事率と粘着抵抗が等しいとおき、この釣り合い式より目的関数を定める。これを、非線形最適化法により上界を基礎天端の余裕幅を

* 助教授 土木工学科

** 教 授 日本大学生産工学部土木工学科

考慮して最小化することにより解を求めるとするマクロ的現地から解析を進め、マウンド基礎における地震時限界支持力(P_c)を理論的に求めたものと、その模型実験を行ってその比較検討を行ったものを報告するものである。

尚、理論解析において、マウンド基礎のすべり土塊は完全剛塑性体でモール・クーロンの破壊規準に従い¹⁾、塑性のひずみ増分の主軸方向に一致し、塑性媒体の幾可学的変形は無視すると仮定する。

2. 解析理論

図-1に示すように、マウンド基礎上の載荷重(P_c)と載荷重の載っていない余裕幅(b)を考慮し、 P_c を斜面の形状を表わす角度 θ_0 、 θ_h が媒体変数となる関数解として表わし、これを極限解析の上界法により非線形最適化問題として取り扱うものである。

この際、地震時慣性力を擬静的な水平力 KcW として考慮され、すべり土塊が崩壊すべりを成す際の自重(W)および地震時慣性力(KcW)による回転中心(O)に関するすべり仕事率、加えて基礎上に載せられる載荷重(P_c)とその慣性力($xKcP$)による仕事率が対数螺旋と仮定したすべり面に沿って生ずる粘着抵抗の総和である内部逸散エネルギー(E_i)と等しいと置くことにより釣り合い式が導かれる。

上記 Kc は地震の水平方向慣性力によりマウンド斜面が動き始める最小の地震加速度を重力加速度で除したもので限界地震加速係数と定義する。

2-1 OAC領域の重心位置

ここでは、OAC領域の土の自重による仕事を求めるために必要な重心位置を図-2より求める。以下に重心位置を得るために必要なOAC部分の面積および垂直・水平方向の各軸に対する断面1次モーメントを求める。

(A) 極座標による面積

曲線 $r=f(\theta)$ と2つの半直線 $\theta=\alpha$ 、 $\theta=\beta$
($\alpha < \beta$)で囲まれる面積 S は、図-3のように示される。

$$S = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} \{f(\theta)\}^2 d\theta \quad (1)$$

図-3の r はCoulombによって与えられた式により、本論では下式のように表わし得る。即ち、

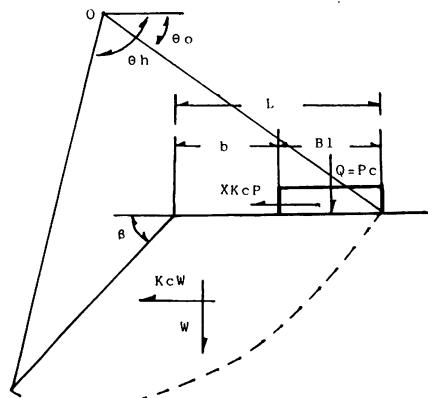


図1

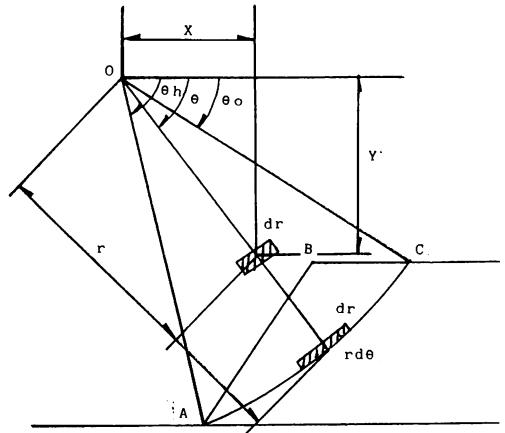


図2

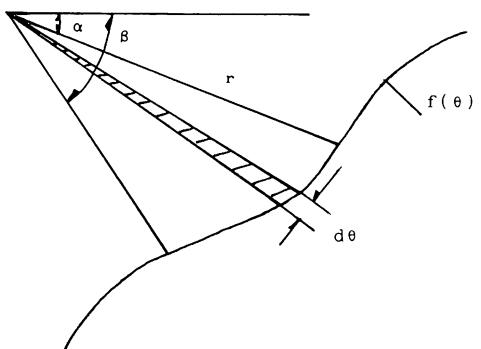


図3

$$\begin{aligned} r &= r_o e^{(\theta - \theta_0) \tan \phi} \\ r^2 &= r_o^2 e^{2(\theta - \theta_0) \tan \phi} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} r_o^2 \int_{\theta_0}^{\theta_h} e^{2(\theta - \theta_0) \tan \phi} d\theta \quad (3)$$

$$= \frac{r_o^2}{4 \tan \phi} \left\{ e^{2(\theta_h - \theta_0) \tan \phi} - 1 \right\}$$

(B) 垂直方向(Y軸廻り)の断面1次モーメント

図-4より $r \cos \theta$ をO点から領域OACの重心までの水平距離と置くと以下のようにY軸廻りの断面1次モーメント(G_Y)を知り得る。

$$\begin{aligned} G_Y &= \int_0^r \left(\int_{\theta_0}^{\theta_h} r \cos \theta r d\theta \right) dr \\ &= \int_{\theta_0}^{\theta_h} \frac{1}{3} r^3 \cos \theta d\theta \\ &= \frac{r_o^3}{3} \int_{\theta_0}^{\theta_h} e^{3(\theta - \theta_0) \tan \phi} \cdot \cos \theta d\theta \quad \leftarrow I_1 \end{aligned}$$

I_1 を部分積分により求めると、

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{3 \tan \phi} \left\{ \cos \theta_h \cdot e^{3(\theta_h - \theta_0) \tan \phi} - \cos \theta_0 \right\} \\ &\quad + \frac{1}{9 \tan^2 \phi} \left[\left\{ \sin \theta_h \cdot e^{3(\theta_h - \theta_0) \tan \phi} - \sin \theta_0 \right\} \right. \\ &\quad \left. - \int_{\theta_0}^{\theta_h} \cos \theta \cdot e^{3(\theta - \theta_0) \tan \phi} d\theta \right] \quad \leftarrow I_1 \end{aligned}$$

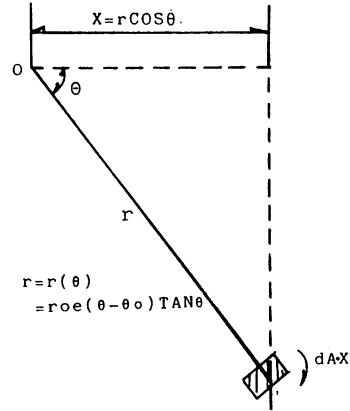


図4

$$\text{故に } I_1 = \frac{9 \tan^2 \phi}{(1 + 9 \tan^2 \phi)} \times \frac{1}{9 \tan^2 \phi} \left[3 \tan \phi \right. \\ \left. \left\{ \cos \theta_h \cdot e^{3(\theta_h - \theta_0) \tan \phi} - \cos \theta_0 \right\} \right. \\ \left. + \left\{ \sin \theta_h \cdot e^{3(\theta_h - \theta_0) \tan \phi} - \sin \theta_0 \right\} \right]$$

$$\therefore G_Y = \frac{r_o^3}{3} \left[\frac{1}{(1 + 9 \tan^2 \phi)} \times \left[3 \tan \phi \right. \right. \\ \left. \left. \left\{ \cos \theta_h \cdot e^{3(\theta_h - \theta_0) \tan \phi} - \cos \theta_0 \right\} \right. \right. \\ \left. \left. + \left\{ \sin \theta_h \cdot e^{3(\theta_h - \theta_0) \tan \phi} - \sin \theta_0 \right\} \right] \right] \quad (4)$$

(C) 水平方向(X軸廻り)の断面1次モーメント

図-5より $r \sin \theta$ をO点から領域OACの重心までの垂直距離と置くと以下の如くX軸廻りの断面1次モーメント(G_X)が得られる。

$$\begin{aligned} G_X &= \int_0^r \left(\int_{\theta_0}^{\theta_h} r \sin \theta \cdot r d\theta \right) dr \\ &= \int_{\theta_0}^{\theta_h} \frac{1}{3} r^3 \sin \theta d\theta \\ &= \frac{r_o^3}{3} \int_{\theta_0}^{\theta_h} e^{3(\theta - \theta_0) \tan \phi} \cdot \sin \theta d\theta \quad \leftarrow I_2 \end{aligned}$$

前述と同様に部分で I_2 を求める

$$I_2 = \frac{1}{(1 + 9 \tan^2 \phi)}$$

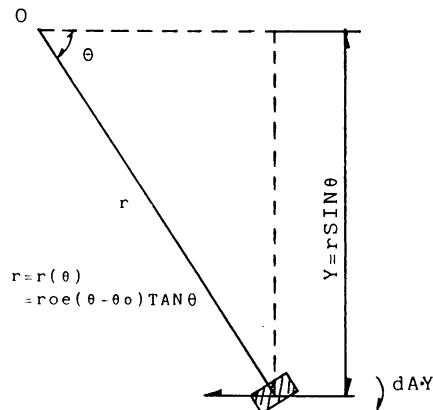


図5

$$\begin{aligned} &\times \left[3 \tan \phi \left\{ \sin \theta_h \cdot e^{3(\theta_h - \theta_0) \tan \phi} - \sin \theta_0 \right\} \right. \\ &\quad \left. - \left\{ \cos \theta_h \cdot e^{3(\theta_h - \theta_0) \tan \phi} - \cos \theta_0 \right\} \right] \\ \therefore G_X &= \frac{r_o^3}{3} \times I_2 \end{aligned}$$

(D) OAC領域の重心位置

よって、重心位置は、各々の断面1次モーメントを(3)式で求めた全体面積で除して求め得る。

$$X = \frac{G_Y}{A} \quad (6) \quad Y = \frac{G_X}{A} \quad (7)$$

これより、OAC領域の土塊の自重によるすべり仕事率を以下の手順で求めることができる。

2-2 OAB領域とOBC領域における重心位置

図-6より、領域OABと領域OBCについて図-7(a)(b)より重心 G_1 , G_2 の (x_1, y_1) (x_2, y_2)の座標を求めることができる。

領域OABのABの中点をMとして、ベクトルで考えると

$$\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2} \quad (8)$$

重心 G_1 は中線 OM を2:1に内分するから(8)式より

$$\overrightarrow{OG_1} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{3} \quad (9-a)$$

同様に、領域OBCの重心 G_2 も同様の式が成り立つ。

$$\overrightarrow{OG_2} = \frac{\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}}{3} \quad (9-b)$$

よって、領域OABと、領域OBCのそれぞれの点の座標は以下の如く示される。

$$A = (r_h \cos \theta_h, r_h \sin \theta_h)$$

$$B = (r_0 \cos \theta_0 - L, r_0 \sin \theta_0)$$

$$C = (r_0 \cos \theta_0, r_0 \sin \theta_0)$$

領域OABの重心 G_1 の (x_1, y_1) 座標は、次のように表わし得る。

$$x_1 = \frac{r_h \cos \theta_h + r_0 \cos \theta_0 - L}{3} \quad (10)$$

$$y_1 = \frac{r_h \sin \theta_h + r_0 \sin \theta_0}{3} \quad (11)$$

また、領域OBCの重心 G_2 の (x_2, y_2) 座標は次のように示される。

$$x_2 = \frac{2r_0 \cos \theta_0 - L}{3} \quad (12)$$

$$y_2 = \frac{2r_0 \sin \theta_0}{3} \quad (13)$$

2-3 外力による仕事率の計算

外力による仕事率には、次の3つが考えられる。

- 1) 鉛直方向に働く仕事率
- 2) 水平方向に働く仕事率
- 3) 載荷荷重と慣性力による仕事率

以上の仕事率の総和をすべり仕事率とする。図-8のような斜面において領域ABCの外力に仕事率を求めると次式で示される。

$$W = \gamma \cdot \Omega \cdot A \cdot x = \gamma \cdot \Omega \cdot G \quad (14)$$

ここで γ : 土の密度(t/m^3) A : 面積 (m^2)

Ω : 角速度 (rad/s) X : 重心までの距離 (m)

$$G : (= A \cdot X) \text{断面一次モーメント} (m_3)$$

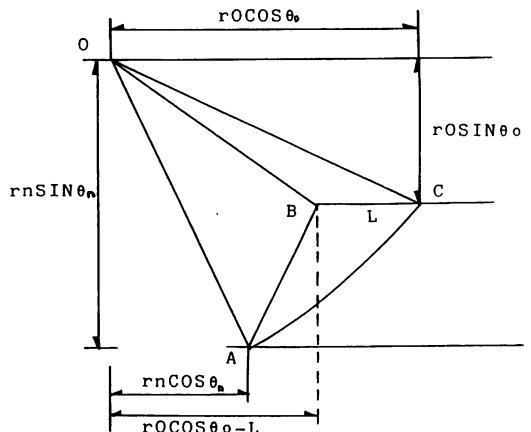


図 6

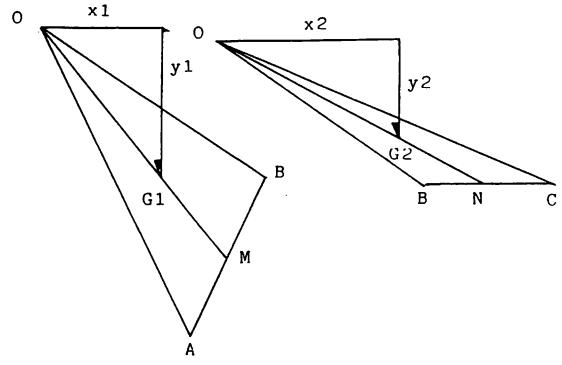


図 7

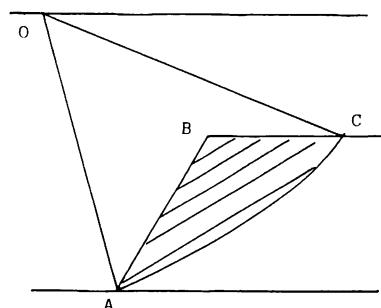


図 8

領域ABCの面積および重心位置は、各々領域OACから、領域OABと領域OBCの差として得られる。

a) 鉛直方向のすべり仕事率

(a)-1 領域OACの鉛直方向仕事率(\dot{W}_1)図-9を参照して $\triangle OAC$ の面積 A_1 は(3)式より、また仕事のarmは鉛直方向断面1次モーメント式(4)から

$$\begin{aligned} \dot{W}_1 &= \frac{\gamma \Omega \gamma_0^3}{3(1+9\tan^2\phi)} \\ &\quad \left[3\tan\phi \left\{ \cos\theta_h \cdot e^{3(\theta_h-\theta_0)\tan\phi} - \cos\theta_0 \right\} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \sin\theta_h \cdot e^{3(\theta_h-\theta_0)\tan\phi} - \sin\theta_0 \right\} \right] \\ &= \gamma \cdot \Omega \cdot \gamma_0^3 \cdot f_1 \end{aligned} \quad (15) \quad \text{と書ける。}$$

(a)-2 領域 OBC の鉛直方向仕事率 (\dot{W}_2)
 \triangle OBC の面積は図-10より $A_2 = \frac{1}{2} L r_0 \sin\theta_0$ また、重心 G_2 の x 座標は(12)式より求められている。
よって(14)式から \dot{W}_2 は次のように示すことができる。

$$\begin{aligned} \dot{W}_2 &= \gamma \cdot \Omega \cdot A_2 \cdot X_2 \\ &= \gamma \cdot \Omega \cdot \frac{r_0^3}{6} \sin\theta_0 \frac{L}{r_0} \left\{ 2\cos\theta_0 - \frac{L}{r_0} \right\} \\ &= \gamma \cdot \Omega \cdot r_0^3 \cdot f_2 \end{aligned} \quad (16)$$

(a)-3 領域 OAB の鉛直方向仕事率 (\dot{W}_3)

\triangle OAB の面積は領域 OA'A''E から、 \triangle OA'A および \triangle AA''B と \triangle OBE を差し引いたものとして得られる。よって面積 A_3 は

$$\begin{aligned} A_3 &= r_h \sin\theta_h (r_0 \cos\theta_0 - L) - \left\{ \frac{1}{2} r_h \cos\theta_h \cdot r_h \sin\theta_h \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} r_0 \sin\theta_0 (r_0 \cos\theta_0 - L) + \frac{1}{2} (r_h \sin\theta_h - r_0 \sin\theta_0) \cdot H \right\} \end{aligned}$$

ここで $H = r_0 \cos\theta_0 - L - r_h \cos\theta_h$

また、重心の x 座標は(10)式より求められているので、 $r_h = r_0 e^{(\theta_h-\theta_0)\tan\phi}$ を考慮してすべり仕事率 \dot{W}_3 は次の如く示される。

$$\begin{aligned} \dot{W}_3 &= \gamma \cdot \Omega \cdot A_3 \cdot X_3 \\ &= \gamma \cdot \Omega \cdot \frac{r_0^3}{6} e^{(\theta_h-\theta_0)\tan\phi} \left\{ \sin(\theta_h - \theta_0) - \frac{L}{r_0} \sin\theta_h \right\} \\ &\quad \cdot \left\{ \cos\theta_h e^{(\theta_h-\theta_0)\tan\phi} + \left(\cos\theta_0 - \frac{L}{r_0} \right) \right\} \\ &= \gamma \cdot \Omega \cdot \gamma_0^3 \cdot f_3 \end{aligned} \quad (17)$$

(b) 水平方向のすべり仕事率

(b)-1 領域 OAC の水平方向仕事率 (\dot{W}_4)

図-12から領域 OAC の面積は、前項と同様に(3)式より求められており、(4)式と合わせて仕事の arm Y₁を求める。また、地震時慣性力は水平慣性力として(14)式に K_c を乗じたもので表められる。よって \dot{W}_4 は

$$\begin{aligned} \dot{W}_4 &= \frac{K_c \cdot \gamma \cdot \Omega \cdot r_0^3}{3(1+9\tan^2\phi)} \\ &\quad \left[3\tan\phi \left\{ \sin\theta_h e^{3(\theta_h-\theta_0)\tan\phi} - \sin\theta_0 \right\} \right. \\ &\quad \left. - \left\{ \cos\theta_h e^{3(\theta_h-\theta_0)\tan\phi} - \cos\theta_0 \right\} \right] \\ &= K_c \cdot \gamma \cdot \Omega \cdot \gamma_0^3 \cdot f_4 \end{aligned} \quad (18) \quad \text{となる。}$$

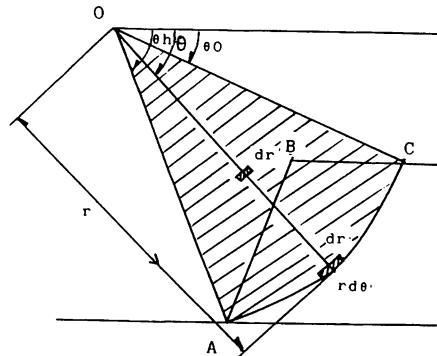


図9

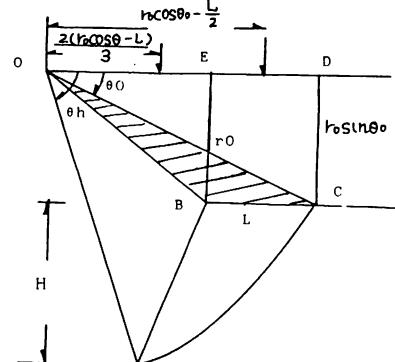


図10

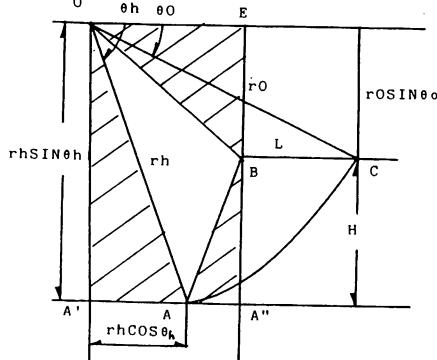


図11

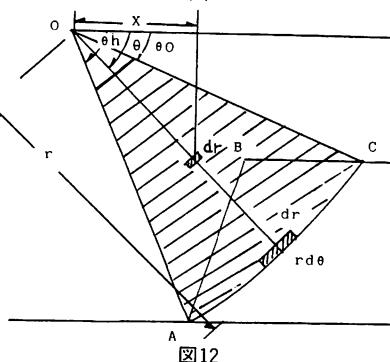


図12

(b)-2 領域OBCの水平方向仕事率(\dot{W}_5)

領域OBCの面積 A_2 は図-13より

$$A_2 = \{\triangle OBE + \square EBCD - \triangle OCD\}$$

$$= \frac{1}{2} r_0 \sin \theta_0$$

また、重心 G_2 の y_2 の座標は(13)式より求められているから、地震時慣性力は、(14)式に Kc を乗じて水平慣性力を考慮したものとして次のように表わされる。

$$\dot{W}_5 = Kc \cdot \gamma \cdot \Omega \cdot A_2 \cdot y_2$$

$$Kc \cdot \gamma \Omega \cdot r_0^3 \cdot \frac{L}{6r_0} \cdot 2 \sin^2 \theta_0$$

$$= Kc \cdot \gamma \Omega \cdot r_0^3 f_5 \quad (19)$$

(b)-3 領域OABの水平方向仕事率(\dot{W}_6)

領域OABの面積 A_3 もa)-3で求めたものと同じものであり、重心の y_3 座標は(11)式で求めてある。故に水平慣性力として Kc を考慮した地震時慣性力による仕事率 \dot{W}_6 は以下のように示される。

$$\dot{W}_6 = Kc \gamma \Omega A_3 y_3$$

$$= Kc \gamma \Omega r_0^3 \frac{1}{6} e^{(\theta_h - \theta_0) \tan \phi} \cdot \left\{ \sin(\theta_h - \theta_0) + \frac{L}{r_0} \sin \theta_h \right\}$$

$$\cdot \left\{ \sin \theta_h \cdot e^{(\theta_h - \theta_0) \tan \phi} + \sin \theta_0 \right\}$$

$$= Kc \cdot \gamma \Omega r_0^3 f_6 \quad (20)$$

2-4 すべり面に沿った内部逸散エネルギー(Ei)の計算

すべり面ACに沿った粘着内部抵抗として内部逸散エネルギー(Ei)を以下のように計算する。図-15(a)に崩壊形式を対数螺旋とした場合の一般図を示してあり、(b)にその微小部分を示してある。

ここで、内部エネルギー率($\triangle Ei$)は微小部分 ds で $C \cdot V \cos \phi ds$ であり全体の $S(AC)$ に関する Ei は積分することにより次の如く得られる。

$$E_i = \int_s (c \cdot V_s) ds \quad (21)$$

C : 粘着力 (Kg/cm^2)

$$\text{また } V_s = V \cos \phi \quad (22)$$

$$d\theta = \frac{ds \cdot \cos \theta}{r}$$

$$\therefore ds = \frac{r}{\cos \phi} d\theta \quad (23)$$

一方、図-16に示すCDが対数螺旋と仮定すると

$$r = A e^a \quad (24)$$

$\theta = \theta_0$ で $r = r_0$ の初期条件と(24)式より

$$A = r_0 e^{-a} \quad (25)$$

ここで、内部摩擦角を ϕ とすると

$$a = \tan \phi \quad (26)$$

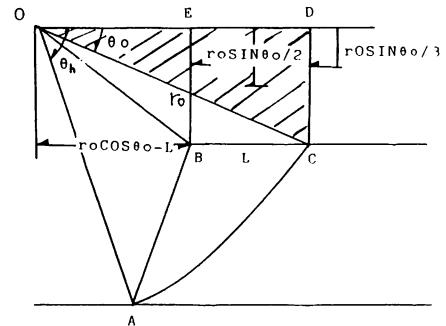


図13

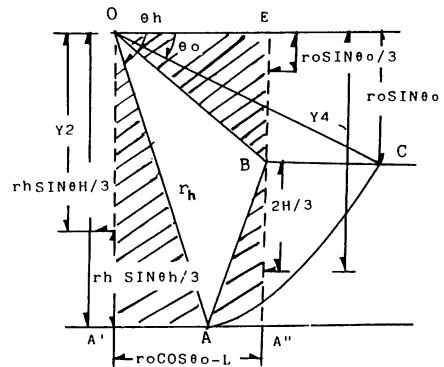
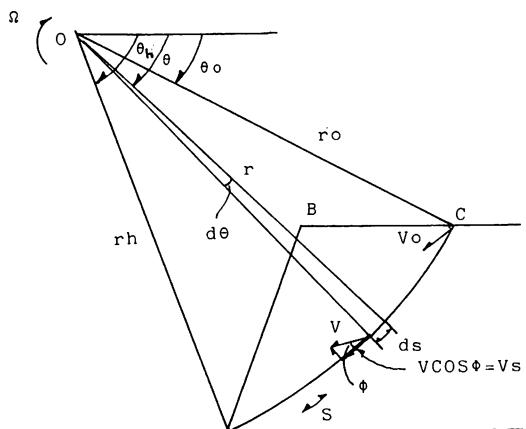
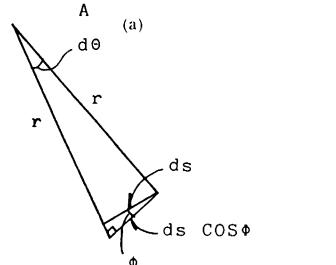


図14



(a)



(b)

図15

(24)(25)および(26)式より $r_0 e^{(\theta-\theta_0)\tan\phi}$

$$r = r_0 e^{(\theta-\theta_0)\tan\phi} \quad (27)$$

図-15に於いて AC 面が対数螺旋と仮定すると(27)式のように定義できる。

次にすべり面 AC に沿ったすべり速度 V もまた図-17(a)(c)より

$$V = V_0 e_a \quad (28)$$

また図-17(a)の 6 つの三角形はお互いに等しい角度 $\Delta\theta$ で分けられているから、図-17(b)より

$$V_2 = V_1 (1 + \Delta\theta \tan\phi) \quad (29)$$

また、 δu は、小さなすべり速度 δu を用いて $\delta v = \delta u \tan\phi$ で表わされる。 (30)

よって、整理して示すと、すべり速度 V は図-17(b)(d)より、 $\triangle AOB$ と $\triangle BOC$ の V_1 と V_2 は、等速を意味し、これらを充分に小さい中心角度 $\Delta\theta$ を用いると次のように書くことができる。

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= V_0 (1 + \Delta\theta \tan\phi) \\ V_2 &= V_1 (1 + \Delta\theta \tan\phi) \\ V_n &= V_{n-1} (1 + \Delta\theta \tan\phi) \end{aligned} \right\} (31)$$

よって、12個の三角形 OEF において、速度 V の関係式は次のように表わされる。

$$V_n = V_0 (1 + \Delta\theta \tan\phi)^n \quad (32)$$

V_0 : 初速度

(32)式において $n \rightarrow \infty$ とすると

$$V_0 (1 + \Delta\theta \tan\phi)^n = V_0 \left(1 + \frac{\theta \tan\phi}{n}\right)^n \rightarrow V_0 e^{\theta \tan\phi}$$

$$\therefore V = V_0 e^{\theta \tan\phi} \quad (33)$$

よって、(27)および(33)式を用いて ΔEi を積分して内部逸散エネルギー (Ei) が次式の如く求められる。

$$\begin{aligned} E_i &= \int_s (c \cdot V_s) ds = \int_{\theta_0}^{\theta_h} (c \cdot V \cos\phi) \cdot \frac{r}{\cos\phi} d\theta \\ &= c \cdot \int_{\theta_0}^{\theta_h} \left(\left(V_0 e^{(\theta-\theta_0)\tan\phi} \cdot \cos\phi \right) \cdot \left(\frac{1}{\cos\phi} r_0 e^{(\theta-\theta_0)\tan\phi} \right) \right) d\theta \\ &= \frac{c r_0 \cdot V_0}{2\tan\phi} \cdot \left(e^{2(\theta_h-\theta_0)\tan\phi} - 1 \right) \\ &= c \cdot r_0^2 \cdot \Omega \cdot f_c \end{aligned} \quad (34)$$

2-5 載荷重およびその慣性力による外部仕事率

ここでは、マウンド基礎上に載荷重を仮定し、その荷重による仕事率およびその荷重による慣性力の仕事率を図-18より求め、載荷による外部仕事率を導く。

(a) 載荷重による仕事率 (\dot{W}_p)

$$\dot{W}_p = p \cdot r_{02} \cdot \frac{L}{r} (\cos\theta_0 - \frac{L}{2r_0}) \cdot \Omega$$

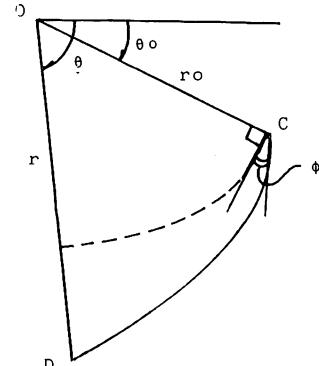
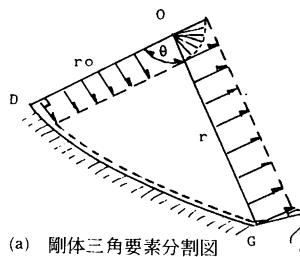
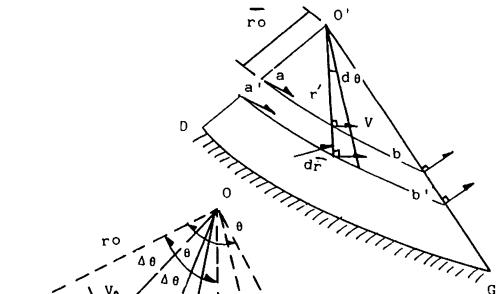


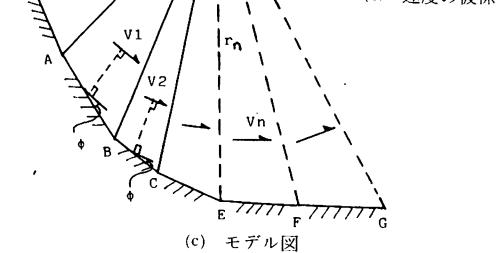
図16



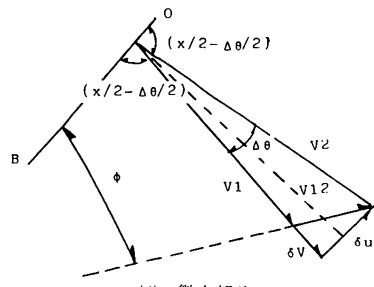
(a) 剛体三角要素分割図



(b) 速度の関係



(c) モデル図



(d) 微小部分

$$= p \cdot r_0^2 \Omega \cdot f_p \quad (35)$$

(b) 載荷重の慣性力による仕事率 (\dot{W}_q)

$$\dot{W}_q = x Kc \cdot (pL) \cdot (r_0 \sin \theta_0) \cdot \Omega$$

$$x Kc \cdot p r_0^2 \cdot \frac{L}{r_0} \sin \theta_0 \Omega$$

$$= p r_0^2 \Omega \cdot x Kc \cdot f_q \quad (36)$$

x : 載荷重と土との質量比

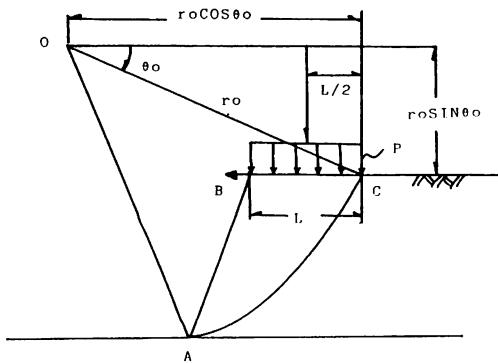


図18

2-6 目的関数

以上、上記の事柄より支持力 (p) を θ_0 , θ_h を媒体変数とする目的関数は、既述の通り、限界地震加速度係数 Kc を定義し、回転中心 (O) に関する、自重、および地震時慣性力によるすべり仕事の総和と、崩壊すべり面を対数螺旋とする時のそれに沿って生じる粘着抵抗の総和が等しいと置く式より、次のように表わされる。

$$P(\theta_0, \theta_h) = \frac{c f_c - \gamma(f_1 - f_2 - f_3) - Kc \cdot \gamma(f_4 - f_5 - f_6)}{f_p + x Kc f_q} \quad (37)$$

故に、次の条件を満足する時、 $P(\theta_0, \theta_h)$ は最小

値を取る。

$$\frac{\partial P}{\partial \theta_0} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial \theta_h} = 0 \quad (38)$$

よって、限界載荷重 (P_c) すなわち限界支持力 (Q) は次のように表わされる。

$$P_c = Q = \min \cdot P(\theta_0, \theta_h) \quad (39)$$

3. 数値解析及び考察

数値計算は非線形最適化法を用いるが、演算プログラムは次の3つの大きな部分より成っている。

(1) 主プログラム

(2) 目的関数を定めて最少の載荷重を計算するプログラム

(3) 制約条件を計算するサブプログラム

である。ここで主プログラムは次の2つの目的を持つ。

(a) 媒介変数の初期値決定

(b) 準ニュートン法の非線形最適化手法 (*B.F.* *G.S.*) による解析

つまり、マウンド基礎の限界静止状態において、その安全率が1.0となる場合の解集合を求め、2次平面上において一軸方向探索を行ない、3次近似を持って限界載荷重 (P_c) を求めるものである。

これは、極限解析の上界法であり、条件を満たす値の中での最小値を採用するものである。

上記のプログラムで計算を行った結果を表-1~6までに示す。どの結果も Kc が増加するほど、また x が増加するほど支持力が減少し、そのマウンド構造が不安定に向かうことが示されており、これは、妥協な傾向と言える。また β (斜面角) が減少すれば、各粘着力 (c) とも支持力が増加し、その増加の割合

表1 数値解析結果表

$$C=0.05 \text{ kg/cm}^2 \quad AL=0.0^\circ \quad H=20.0 \text{ cm}$$

$$GAM=0.0026 \text{ g/cm}^3 \quad BL=60.0^\circ \quad PH=45.0^\circ$$

Kc	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.2	0.1708	0.1518	0.1341	0.1177	0.1024	0.0881	0.0747	0.0621	0.0503	0.0391
0.4	0.1644	0.1412	0.1210	0.1033	0.0876	0.0736	0.0607	0.0490	0.0385	0.0291
0.6	0.1584	0.1319	0.1102	0.0919	0.0758	0.0617	0.0495	0.0391	0.0301	0.0225
0.8	0.1529	0.1238	0.1011	0.0819	0.0655	0.0520	0.0409	0.0318	0.0243	0.0181
1.0	0.1477	0.1167	0.0928	0.0728	0.0568	0.0442	0.0343	0.0266	0.0202	0.0150
1.2	0.1429	0.1103	0.0849	0.0648	0.0495	0.0381	0.0294	0.0226	0.0172	0.0128
1.4	0.1384	0.1042	0.0777	0.0579	0.0436	0.0332	0.0255	0.0197	0.0150	0.0111
1.6	0.1341	0.0983	0.0712	0.0520	0.0387	0.0293	0.0225	0.0173	0.0132	0.0098
1.8	0.1301	0.0927	0.0653	0.0469	0.0346	0.0262	0.0201	0.0155	0.0118	0.0088
2.0	0.1264	0.0873	0.0601	0.0426	0.0313	0.0237	0.0181	0.0140	0.0107	0.0080

表2 数値解析結果-2

$K_c \backslash X$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.2	0.2347	0.2130	0.1923	0.1724	0.1531	0.1344	0.1165	0.0993	0.0829	0.0673
0.4	0.2288	0.2027	0.1780	0.1546	0.1328	0.1128	0.0945	0.0781	0.0634	0.0502
0.6	0.2232	0.1925	0.1637	0.1375	0.1142	0.0940	0.0767	0.0620	0.0495	0.0387
0.8	0.2179	0.1823	0.1499	0.1217	0.0981	0.0788	0.0631	0.0503	0.0399	0.0311
1.0	0.2125	0.1721	0.1368	0.1076	0.0846	0.0667	0.0528	0.0419	0.0331	0.0258
1.2	0.2070	0.1622	0.1245	0.0953	0.0735	0.0573	0.0451	0.0356	0.0281	0.0219
1.4	0.2016	0.1526	0.1246	0.0848	0.0645	0.0499	0.0391	0.0309	0.0244	0.0190
1.6	0.1961	0.1435	0.1036	0.0759	0.0571	0.0441	0.0345	0.0273	0.0215	0.0168
1.8	0.1907	0.1348	0.0947	0.0684	0.0513	0.0395	0.0309	0.0244	0.0192	0.0150
2.0	0.1852	0.1266	0.0868	0.0621	0.0465	0.0358	0.0290	0.0220	0.0174	0.0136

表3 数値解析結果-3

$K_c \backslash X$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.2	0.2756	0.2509	0.2269	0.2035	0.1808	0.1590	0.1381	0.1181	0.0991	0.0811
0.4	0.2692	0.2386	0.2094	0.1818	0.1562	0.1328	0.1116	0.0925	0.0775	0.0602
0.6	0.2627	0.2261	0.1920	0.1611	0.1338	0.1103	0.0902	0.0732	0.0587	0.0464
0.8	0.2561	0.2136	0.1752	0.1420	0.1145	0.0921	0.0739	0.0593	0.0472	0.0371
1.0	0.2491	0.2013	0.1594	0.1251	0.0984	0.0778	0.0618	0.0492	0.0391	0.0308
1.2	0.2429	0.1893	0.1449	0.1107	0.0853	0.0666	0.0526	0.0418	0.0332	0.0261
1.4	0.2362	0.1778	0.1317	0.0983	0.0747	0.0580	0.0457	0.0363	0.0288	0.0227
1.6	0.2295	0.1668	0.1199	0.0878	0.0663	0.0513	0.0404	0.0320	0.0254	0.0200
1.8	0.2229	0.1564	0.1094	0.0790	0.0595	0.0460	0.0362	0.0286	0.0227	0.0179
2.0	0.2163	0.1466	0.1002	0.0719	0.0540	0.0417	0.0328	0.0259	0.0205	0.0162

表4 数値解析結果-4

$K_c \backslash X$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.2	0.3300	0.3031	0.2739	0.2455	0.2182	0.1919	0.1668	0.1428	0.1202	0.0987
0.4	0.3250	0.2875	0.2518	0.2183	0.1874	0.1592	0.1338	0.1110	0.0908	0.0728
0.6	0.3167	0.2717	0.2299	0.1924	0.1596	0.1314	0.1075	0.0874	0.0704	0.0559
0.8	0.3084	0.2560	0.2090	0.1689	0.1359	0.1092	0.0878	0.0706	0.0564	0.0446
1.0	0.3000	0.2406	0.1895	0.1483	0.1164	0.0920	0.0732	0.0585	0.0466	0.0369
1.2	0.2916	0.2256	0.1716	0.1306	0.1006	0.0786	0.0622	0.0496	0.0396	0.0313
1.4	0.2832	0.2113	0.1555	0.1157	0.0880	0.0685	0.0541	0.0430	0.0343	0.0270
1.6	0.2748	0.1978	0.1412	0.1031	0.0781	0.0607	0.0478	0.0380	0.0303	0.0240
1.8	0.2665	0.1850	0.1286	0.0930	0.0702	0.0544	0.0429	0.0340	0.0271	0.0214
2.0	0.2583	0.1731	0.1175	0.0846	0.0638	0.0494	0.0389	0.0308	0.0245	0.0194

表5 数値解析結果-5

		C=0.05 kg/cm ²		AL=0.0°		H=20.0 cm.					
		GAM=0.0026 g/cm ³		BL=60.0°		PH=40.0°					
Kc	X	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.2		0.1507	0.1354	0.1208	0.1071	0.0941	0.0817	0.0699	0.0586	0.0477	0.0374
0.4		0.1464	0.1280	0.1115	0.0966	0.0827	0.0698	0.0579	0.0472	0.0374	0.0286
0.6		0.1424	0.1215	0.1034	0.0869	0.0722	0.0593	0.0490	0.0383	0.0300	0.0277
0.8		0.1385	0.1155	0.0955	0.0780	0.0630	0.0506	0.0403	0.0317	0.0246	0.0185
1.0		0.1349	0.1098	0.0881	0.0698	0.0552	0.0435	0.0343	0.0268	0.0207	0.0156
1.2		0.1314	0.1041	0.0810	0.0626	0.0486	0.0379	0.0296	0.0231	0.0178	0.0134
1.4		0.1282	0.0986	0.0746	0.0564	0.0432	0.0334	0.0260	0.0202	0.0156	0.0118
1.6		0.1250	0.0933	0.0687	0.0511	0.0386	0.0297	0.0231	0.0180	0.0139	0.0105
1.8		0.1219	0.0835	0.0634	0.0464	0.0349	0.0267	0.0207	0.0161	0.0125	0.0094
2.0		0.1188	0.0835	0.0587	0.0424	0.0317	0.0242	0.0188	0.0140	0.0113	0.0085

表6 数値解析結果-6

		C=0.05 kg/cm ²		AL=0.0°		H=20.0 cm					
		GAM=0.0026 g/cm ³		BL=45.0°		PH=40.0°					
Kc	X	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.2		0.2208	0.1989	0.1783	0.1588	0.1404	0.1229	0.1062	0.0903	0.0751	0.0602
0.4		0.2143	0.1878	0.1641	0.1425	0.1224	0.1040	0.0873	0.0722	0.0586	0.0464
0.6		0.2081	0.1779	0.1513	0.1273	0.1061	0.0878	0.0720	0.0584	0.0468	0.0367
0.8		0.2023	0.1686	0.1390	0.1134	0.0920	0.0744	0.0601	0.0482	0.0383	0.0299
1.0		0.1968	0.1595	0.1273	0.1010	0.0802	0.0638	0.0510	0.0407	0.0322	0.0251
1.2		0.1916	0.1506	0.1166	0.0902	0.0704	0.0554	0.0440	0.0350	0.0277	0.0216
1.4		0.1866	0.1420	0.1068	0.0809	0.0623	0.0487	0.0385	0.0306	0.0242	0.0189
1.6		0.1817	0.1339	0.0980	0.0729	0.0566	0.0433	0.0341	0.0271	0.0215	0.0168
1.8		0.1767	0.1261	0.0901	0.0661	0.0501	0.0388	0.0306	0.0243	0.0193	0.0151
2.0		0.1718	0.1189	0.0831	0.0603	0.0454	0.0352	0.0277	0.0220	0.0175	0.0137

も粘着力が高い程大きな変化を見せてている。これはマウンド基礎の斜面となる部分の粘着力が支持力に多くの影響を及ぼすということが言える。また、内部摩擦角については角度が大きくなると安定に向かう傾向を示し、その増加の割合は、ほぼ一定で直線的となった。

4. 模型実験

数値解析結果との比較を行ない、理論の検証を行う為に以下に示すような模型実験を行なった。

4-1 実験装置

図-19に示すようなアクリル板製の箱(400×800×400mm)を作製し、シルト混じりの赤土(0.084mmふるいを通過したもの)にオイルを重量比で8:2の割合で混合したものを実験試料として用いた。

加速度変換器(SHINKOH BAL-50G)をこの試料内に埋め込み起震機(ORIENTAL MOTOR-5GK-5K)上に載せ水平方向加速度を与えた。又、試料の重心と重量の関係から、より起震機と実験試体の安定を計るため、同材質のアクリル板によるアタッチメントを作製して用いた。また、動うずみ測定器(DPM-6BA)および起震機制御盤(Us540-01)と記録装置としてはラピコーダー(RMV-300A)を用いて測定した。(図-19参照)

4-2 実験供試体

前述のような混合土を実験供試体として用いたが、一面力断試験及び比重試験より粘着力: C = 0.045kg/cm²、内部摩擦角: $\phi = 45^\circ$ と決定して模型実験を進めた。また、崩壊すべり面をより明瞭にする為に3cm感間隔に石灰で約1mmのラインを入れ層を作製して行った。(写真-1参照)

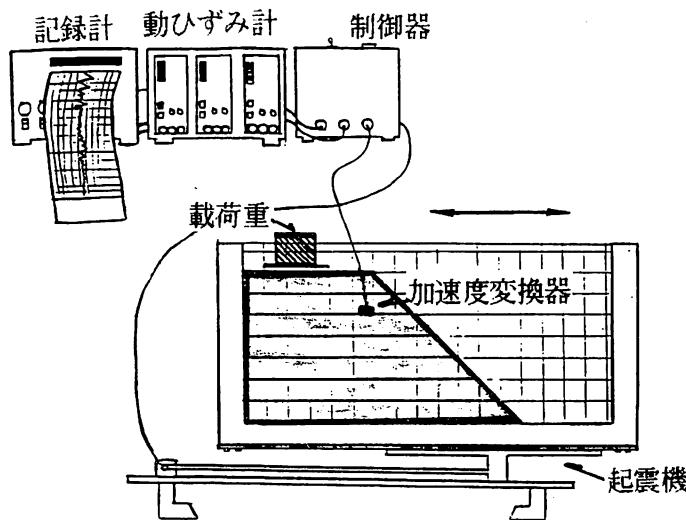


図19 実験装置モデル

供試体はマウンド高： H 、斜面角： β の大きさを各々18cm, 24cmおよび 30° , 45° , 60° と変化させて行ない。(図-20), 土の自重のみでの崩壊恒態を見るため載荷重を載せない場合と載荷 P を0kgから各2kg, 6kg, 10kg, 12kgと変化させた場合の各実験を行った。(図-20)

4-3 実験結果および考察

実験結果の一覧を表-7に示す, 28種の実験を行なったが, 限界地震家族度(K_c)が4ケース求め得なかった。又, 崩壊例を写真-2に示す。又, 載荷重0kgと2kgの結果を表-8および表-9に示す。

上記知実験結果より同じ斜面角に於いて, マウンド高が低い程 K_c は大きくなり安定となり, 載荷が増大すると不安定に向かう妥当な傾向を得た。

(表-7および表-8, 9) また, マウンド高を同じにすると斜面角が小さくなる程安定に向かう傾向を得た。(表-8, 9) まとめる, モデルマウンドの形状が各々, H が小さくなる, β が小さくなる。載荷重が斜面先より遠のく, K_c が大きくなるに雍により, 限界地震支持力は大きく現われ, 安定に進むことが明らかとなった。

4-4 理論値との比較

表-10に本実験結果と理論値との比較を示した。実験で得られた支持力を理論から数値解析で得た支持力との比で表わした。

表7 K_c の実験結果一覧

NO	K_c	$H(cm)$	$B(^{\circ})$	$P(kg)$
1	0.37	28.5	47	6
2	0.42	33.5	54	6
3	0.56	27.0	39	12
4	0.32	18.0	45	8
5	0.44	18.0	45	8
6	0.39	18.0	45	6
7	0.56	18.0	45	10
8	0.46	18.0	45	10
9		18.0	45	10
10	0.33	18.0	45	10
11	0.42	18.0	45	0
12	0.61	18.0	45	0
13	0.64	18.0	30	0
14	0.47	18.0	30	0
15	0.50	24.0	45	0
16		24.0	45	0
17	0.31	24.0	60	0
18	0.50	18.0	45	2
19		18.0	45	2
20	0.56	18.0	45	2
21	0.47	18.0	30	2
22	0.58	18.0	30	2
23	0.31	24.0	45	2
24		24.0	45	2
25	0.25	24.0	60	2
26	0.39	18.0	45	2
27	0.28	18.0	45	2
28	0.39	18.0	45	2

表8 載荷重なしの場合

荷重 P(kg)	0		
マウンド高 H(cm)	18	24	
斜面角 B(°)	30	45	24
Kc	0.64	0.61	0.50
			0.31

表9 荷重2kgの場合

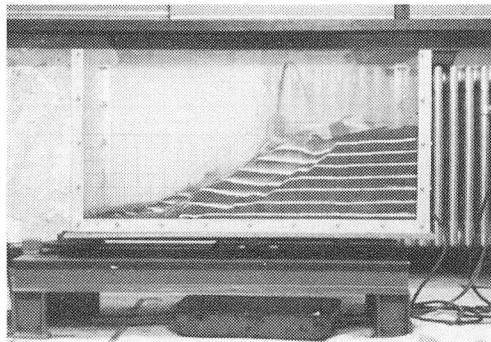
荷重 P(kg)	2		
マウンド高 H(cm)	18	24	
斜面角 B(°)	30	45	60
Kc	0.58	0.50	0.31
			0.25

表10 実験と理論との比較

NO	実験値		理論値	(%) P1/Po
	P1(kg/cm²)	Kc	Po(kg/cm²)	
5	0.019	0.44	0.050	38
7	0.014	0.56	0.037	38
10	0.024	0.33	0.067	36
11	0.024	0.42	0.052	46
12	0.024	0.61	0.033	72
18	0.005	0.50	0.043	12
21	0.005	0.47	0.072	7
22	0.005	0.58	0.061	8
23	0.005	0.31	0.071	7
25	0.005	0.25	0.057	9
27	0.005	0.28	0.078	6

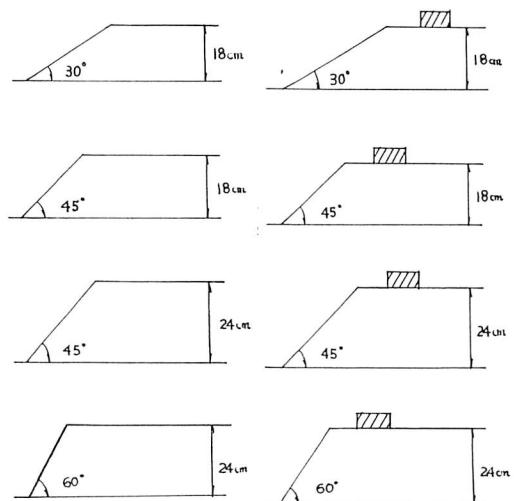


写真一 1 モデル供試体



写真一 2 崩壊例

図20 供試体モデル



本実験では、モーグルマウンドのスケールが、かなり小さい為、側壁などの摩擦抵抗の影響が大きく表われ、あまりよく一致しているとは言い難い結果となった。

実験供試体の分解能を向上させてさらに定量的結果を得られるよう実験を進める必要があるものと考えられる。

参考文献

- 1) W.F. Chen : Limit Analysis and Soil Elasticity, Elsevier Scientific Publishing Co., 1951.
- 2) 最上武雄()：土質力学，技報堂，1982。
- 3) 土質工学会編：土質工学ハンドブック，技報堂，1982。
- 4) 川井忠彦編：物理モデルによる連続体力学諸問題の解析（生研セミナーテキスト），1978, 1979。
- 5) W.F. Chen and T. Sawada : Earthquake-Induced Slope Failure in Nonhomogeneous, Anisotropic Soil, SOILS AND FOUNDATIONS, Vol.23, No.2, June, pp.125-139, 1983.
- 6) T. Sawada, S.G. Nomachi, W.F. Chen and Y. Takahashi : Evaluation of Limit Seismic Factor in Anisotropic cohesion Slopes, Proceedings of the fifth EMD specialty Conference, ASCE, Vol.2, August, pp.997-1001, 1984.

(昭和63年11月30日受理)

