

数学教育改善の方法

(数学教育用ビデオ教材の試作)

菅原道弘*・藤島勝弘**・金田 嶠***

A Means of Improving Mathematics Education
(A Trial Production of Teaching Aids for Mathematics Education by Using Video.)

Michihiro SUGAWARA, Katsuhiko FUJISHIMA and Takashi KANETA

要 旨

数学教育用ビデオ教材を試作した。それは、新しい概念を学ぶ際、学生に興味づけするための短いものである。そして、それは数学のみでなく数学史、歴史、その他に関連したものである。試行の効果その有効性が確かめられた。

Abstract

We tried producing a few teaching aids for mathematics education by using video. Some brief stories which were useful for students to learn new concepts were told in them. Moreover, not only mathematics but also the history of mathematics, Japanese history and others were dealt with in them. We used them practically, and then found them very useful for mathematics education.

1. はじめに

新学習指導要領は、小学校については平成4年度、中学校については平成5年度、高等学校については平成6年度から学年進行で実施される。その精神から、今後ますます情報化への対応が重視され、コンピュータ等を含んだ教育機器の積極的活用による教育技術の水準の上昇に伴い、教育の質的な改善がなされることと思われる¹⁾。

高等専門学校においても、学生の質の変化に対応して、様々な工夫がなされているが、適切な場面をとらえた、教育機器の積極的利用が言われている^{2),3)}。

「教育の場では、貪欲に、教育に実際に効果のあるものならば、何でも取り入れてやるべきだ。」

という意見は傾聴に値するし、「コンピュータの活用は、今までにない新しい展開を可能にし、情報化時代の現代にマッチした、生き生きした授業に対する見通しを与える^{4),5)}。」ことも確かである。どんな場面でどんな風にコンピュータを活用するかについては、種々検討され、個々の具体例もあれば、基本的あり方について述べたものもある^{6),7),8),9),10),11),12)}他。

此の度、我々は、新しい概念の導入の際、学生の動機付け¹³⁾等のために、気軽に利用できる^{14),15)}せいぜい5分間程度の数学教育用ビデオ教材を試作した。

2. 基本的考え方

「学校教育では、授業の中での教え方に、教師の個性が発揮されなければ、生きた授業とはなりません¹⁶⁾。」という考え方は大切である。我々は教育機器を利用することによって、従来の授業に

* 教授 一般教科

** 講師 一般教科

*** 教授 北海道工業大学

新しい活力を与えようとするものである。

新たな学習内容が熟知の快い付随情報と結びつければ、学習にとって有益となる。すなわち、受け入れやすく後まで良く残る。従って、「好奇心を喚起すること、未知の素材を既知の情報で包むこと、補助的導入路を働かせること、新たな情報を馴れた感覚と結合させること¹⁷⁾。」という指摘を重視し、我々の基本とした。

新しい概念の導入の際、数学史の観点から、その出発点となる考え方を示し、その当時の歴史的事項の中から学生達に良く知られているものを取り上げ、それらを映像化した。

「数学史や数学者の伝記を読むことにより、学生は数学に親しみを持つようになる。」と田村¹⁸⁾は言い、塚原はそれを明らかにしている¹⁹⁾。

3. ビデオ教材の内容と編集方法

3. 1 ビデオ教材の内容

いずれも導入のためのもので、所要時間はおおよそ5分程度で、数学と歴史その他を統合し映像化した所が特徴である。

(1) 等差数列の和

ガウスの少年時代のエピソード^{20), 21), 22), 23), 24)}を語った。その際、小堀のもの²⁰⁾を利用した。ガウスの生まれた1777年、少年時代の1785年頃の歴史上の出来事として、アメリカの独立宣言(1776年)²⁵⁾、杉田玄白、前野良沢等の解体新書刊行(1774年)、1783年に没した与謝蕪村²⁶⁾を取り上げた。また、B. G. M. としては、モーツァルトのピアノ協奏曲第21番(1785年)²⁷⁾を利用した。主な画面は、次の通りである。

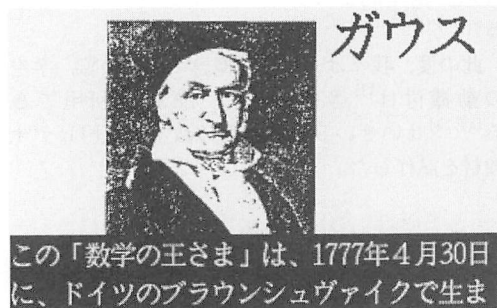


図 1



図 2



図 3

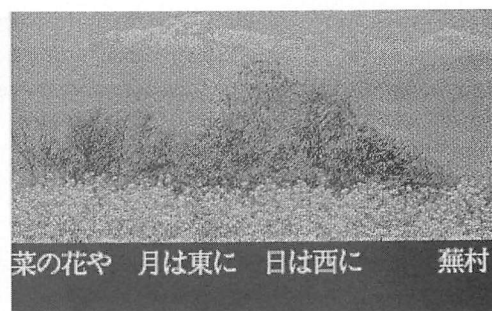


図 4

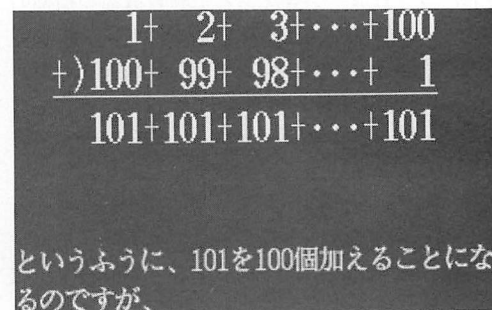


図 5

(2) マクローリン展開

指導方法の一つとして、マクローリンのアイディアによって、マクローリン展開を導入し、その応用に力を注ぐということが可能であろう。

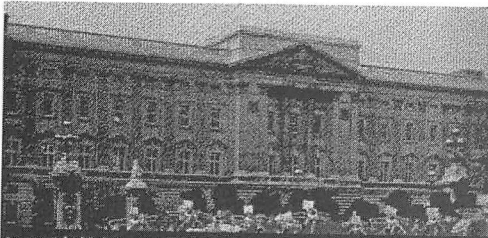
なお、その方法の問題点を指摘しておくのは、当然必要なことである。

マクローリンのアイディアについても小堀のもの²⁸⁾を利用した。その頃の歴史上の事柄としては、バッキンガム宮殿の建築(1703年)²⁹⁾、1716年に没した尾形光琳、8代将軍徳川吉宗³⁰⁾を取り上げた。また、B. G. M. としては、バッハのポロネーズ(管弦楽組曲第2番)³¹⁾を用いた。



マクローリン(1698~1746)は、18世紀前半のイギリスの数学者である。

図6



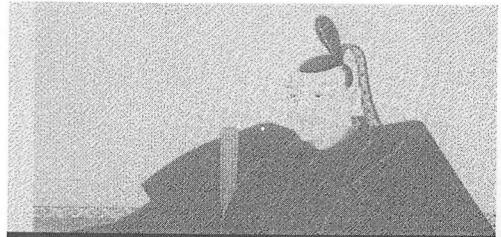
この建物は、1703年バッキンガム公が邸宅として建てたバッキンガム宮殿である。

図7



その頃の日本は、尾形光琳(おがたこうりん)等が活躍した元禄末期であった。

図8



その1716年に、徳川吉宗(よしむね)が8代将軍となった。当時33歳であった。

図9

$$f(x) = A_0 + A_1x + A_2x^2 + A_3x^3 + A_4x^4 + \dots$$

$x=0$ とおくと、 $A_0 = f(0)$ となる。

$$f'(x) = A_1 + 2A_2x + 3A_3x^2 + 4A_4x^3 + \dots$$

$x=0$ とおくと、 $A_1 = f'(0)$ が出てくる。

$$f''(x) = 2A_2 + 6A_3x + 12A_4x^2 + \dots$$

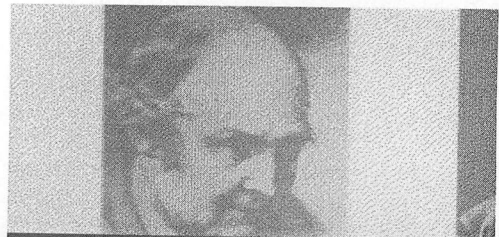
$x=0$ とおくと、 $A_2 = f''(0)/2$ を得る。

このように、項別微分をして各係数を定める。

図10

(3) 行列の積

矢ヶ部は、行列の積について、「導入の原点に返るのが教育的なこともある。」と述べている³²⁾。そこでは、行列の理論の内容や歴史の流れと共に、当時の歴史的な事柄について、伊能忠敬や安政の大獄等が取り上げられている。しかし、ここでは、歴史的な事柄については、ケーリーの注目すべき論文の発表された1858年に着目し、井伊直弼、日米修好通商条約、第14代将軍徳川家茂、そして、安藤広重を取り上げた³³⁾。勿論、行列については、矢ヶ部のもの³²⁾を用いた。なお、B. G. M. としては、リストのハンガリア狂詩曲第2番(1853年)³⁴⁾を用いた。



行列の理論は、1858年ケーリーの論文に始まる。ケーリーの場合、行列は線形写像の

図11



図12



図13



図14



図15

$$\begin{aligned}
 X &= ax + by + cz \\
 Y &= a'x + b'y + c'z \\
 Z &= a''x + b''y + c''z
 \end{aligned}$$

を、

$$(X, Y, Z) = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}$$

と表わした。

図16

3. 2 編集方法

図17で示す通りに各機器を接続し、パソコンからの映像と CD プレーヤーからの音楽を同時に録画、録音して作成した。

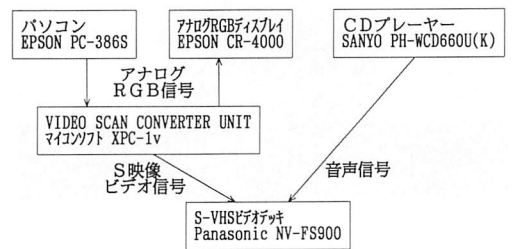


図17

4. 学生への提示とその反応

今回、種々の事項の説明には、音声ではなく、文字を画面に入れた。従って、普通教室の29インチディスプレイではやや見づらいという懸念があった。そこで、視聴覚室で、HiFiS-VTR 及びビデオプロジェクションを利用して、作成した数列の和に関するビデオ教材を提示した。対象学生は電気工学科1年40名である。そこは、移動が大変、黒板が使いづらい、1クラスにしては広すぎる等の難点があったが、アンケートの結果は、「面白かった。ガウスは偉大な人だと思った。数学ではアイデアが大切だと思った。数学と歴史的な事柄の同時代性に驚いた。数列の和を求めて見ようと思った。」等多くの学生から積極的な支持を得た。そして、数学の授業におけるこの種のビデオの利用に対しては、殆どの学生が賛意を示した。しかし、「画面の粗さや構成、音声の利用、B. G. M. の工夫、実施時期」等の問題点の指摘もあった。

5. まとめ及び今後の課題

教師が気軽に利用できる教師主導型のもので、学生には学習に対する興味を喚起し、既知の事項との結び付きから、学習内容が長く残るようなビデオ教材を目指し試作したが、

- (1) 新しい概念を学習する際の動機付けとする。
- (2) 数学ではアイディアが大切である³⁵⁾ことを理解させる。

(3) 平素各教科は独立したものとして学生は学習しているが、1つの時点で時代を切ると、パラパラであった数学や歴史その他の同時代性がわかり親しみを感ずる。

などの点で目的は達せられた。しかし、課題として、次のような事項が残った。

- (1) 音声を利用して各教室で簡単に利用出来るものにする。

(2) より多くのものを開発し、数学の多くの分野に対応出来るようにする。

(3) 数学と歴史その他等に関連させるとき、どんな事柄を取り上げるかで、各教科の協力を得ると一層深みが増す。

(4) より見やすい画面の作成と共に画面の構成ではさらに工夫する。

6. おわりに

数学教育の第一の目標が、数学文化の継承と発展およびその高度の応用にあることは、今日未来をとおして変わらない³⁶⁾。と同時に、

1) 学生の学習意欲の低下、受身的で自宅学習の不足。

2) 感覚的で、長い計算や証明を追う持続力の低下。

等、最近の学生の実態については、大西等の報告⁴⁰⁾の通りである。そこで、効果的な指導方法の探求となるのであるが、我々の今回の方法は、学生に1つの切っ掛けを与えるにすぎない。また、数学がどう役立つかの話もまた然りである。“役立つ”に対する学生の思惑も様々で、新しい事柄に出会うと、「こんな事勉強して、何の役に立つんだ。」と、怠慢に対する言い訳のように言う。「高校で習ったことの大部分は、実社会では、ほとんど役にたちません。しかし、学問というものは役にたつからやるというものではないのです。学問というのは、世界を知るためにあるのです。」という品川の指摘²⁴⁾は真に明解である。そして、

教育の要点は、学生の好奇心をうまくかき立て、イメージ的にわからせること^{17), 18), 24)}にあるようです。しかし、この好奇心も長い努力が必要なきには、息が切れてしまう。とはいえ、次の一松の言葉も重々しい事実である。「数学の勉強には、なによりも秩序だった学習が必要である。Aが不明瞭ならばその基礎にあるBに戻り、さらにC, D……に戻るといった根気のよい努力を惜しんでいては、数学の勉強はできないといってもよいだろう。」³⁵⁾根気のよい努力や繰り返しの努力により基礎知識を確実に自分のものにすることが是非必要である。これは数学だけに限らない³⁸⁾。しかし、ここが一番の問題点なのである。そしてまた、「学校は先生と授業で教育するが、それだけでない。目に見えない空気が、教室の勉強にとらぬ教育をする。薫陶というのは、そういう空気によって、いつとはなしに感化されておこる教育の効果で、精神のもっとも深いところに達する。」という外山の言葉³⁹⁾に接するとき、また新たな問題点を見いだすのである。

最後に、本研究の画面作成にあたり御協力頂いた本校電子計算機室長佐藤義則先生に深く感謝致します。

引用・参考文献

- 1) 正田實：新学習指導要領におけるコンピュータ教育，教育用コンピュータ・ハンドブック'90，日本評論社，pp. 8-23, 1990
- 2) 数学部会：高専の数学教育，高専教育（特集号），高等専門学校教育研究会，pp. 131-151, 1992
- 3) 春山志郎：21世紀へ向けての高専教育，「教育方法改善プロジェクト報告書」まえがき，高専教育（特集号），同上，pp. 13-18, 1992
- 4) 竹之内脩：教育の現場でのコンピュータの利用，数学教育とコンピュータ，日本評論社，pp. 83-88, 1989
- 5) 竹谷勝：新学習指導要領と情報化への対応，教育科学／数学教育3（No396），明治図書，pp. 10-29, 1991
- 6) 竹之内脩編：「コンピュータと数学」Ⅱ，コンピュータと数学教育，日本評論社，1985
- 7) 正田實，吉村啓編：教育用コンピュータ・ハンドブック'89，日本評論社，1989
- 8) 正田實，寺田文行，吉村啓編：教育用コンピュータ・ハンドブック'90，日本評論社，1990

- 9) 同上 : 同上 '91, 同上, 1991
- 10) 教育科学/数学教育No380, 明治図書, 1990
- 11) 同上 No396, 同上, 1991
- 12) 同上 No415, 同上, 1992
- 13) 寺田文行: コンピュータの時代に向けての数学教育, 数学用コンピュータ・ハンドブック '91, 日本評論社, pp. 4-11, 1991
- 14) 加々美勝久: 教科でのコンピュータ利用の形態, 教育科学/数学教育3 (No396), 明治図書, pp. 102-120, 1991
- 15) 吉村啓: 教育の場でのコンピュータ利用, 同上, 同上, pp. 30-51, 1991
- 16) 佐藤隆博: コンピュータ利用教育のあり方, 教育用コンピュータ・ハンドブック '89, 日本評論社, pp. 102-128, 1989
- 17) フレデリック・フェスター (田多井吉之介訳): 考える・学ぶ・記憶する, 講談社, 1976
- 18) 田村三郎: 数学ぎらいをなくす本, 講談社, 1979
- 19) 塚原久美子: 複素数の指導についての一考察, 日本数学教育学会誌第74巻第9号, 日本数学教育学会, pp. 20-27, 1992
- 20) 小堀憲: 大数学者, 新潮社, 1968
- 21) 高木貞治: 近世数学史談, 共立全書, 1970
- 22) 矢野健太郎: 数学をきずいた人々, 講談社, 1970
- 23) カール・B・ポイヤール (加賀美鐵雄, 浦野由有訳): 数学の歴史5, 朝倉書店, 1986
- 24) 品川嘉也: 全脳型勉強法のすすめ, 講談社, 1988
- 25) 世界の旅17 アメリカ(1), 河出書房, 1968
- 26) 奈良本辰也編: 日本歴史展望9 江戸Ⅱ, 旺文社, 1981
- 27) 堀内敬三, 野村良雄, 田村武雄監修: 世界音楽全集5 モーツアルト2, 河出書房, 1968
- 28) 小堀憲: 数学の歴史V 18世紀の数学, 共立出版, 1979
- 29) 世界の旅14 イギリス, 河出書房, 1968
- 30) 原田伴彦編: 日本歴史展望8 江戸Ⅰ, 旺文社, 1981
- 31) 堀内敬三, 野村良雄, 村田武雄監修: 世界音楽全集1 バッハ, 河出書房, 1968
- 32) 矢ヶ部巖: 行列と群とケーリーと, 現代数学社, 1978
- 33) 奈良本辰也編: 日本歴史展望10 幕末一維新, 旺文社, 1981
- 34) 堀内敬三, 野村良雄, 村田武雄監修: 世界音楽全集14 リスト, 河出書房, 1968
- 35) 一松信: 数のエッセイ, 中央公論社, 1976
- 36) 寺田文行: 高校数学でのコンピュータ, 教育用コンピュータ・ハンドブック '89, 日本評論社, pp. 80-101, 1989
- 37) 大西安, 佐藤義隆: 高専数学の抱える問題とビジョンについて, 日本数学教育学会第74回全国大会高専・大学部会講演論文集, pp. 30-31, 1992
- 38) 千野栄一: 外国語上達法, 岩波新書, 1986
- 39) 外山滋比古: 空気の教育, 福武文庫, 1989
- (平成4年11月30日受理)