

位置ベクトルおよび単位法線ベクトルの測定による幾何形体の認識

青 山 英 樹*

Recognition of Geometrical Features by Measuring Position Vectors and Unit Normal Vectors

Hideki AOYAMA

Abstract

This paper describes a contact sensor and a non-contact sensor to detect the position vector and the unit normal vector of a point to be measured. Also, it deals with a method of recognizing geometrical features by measuring position vectors and unit normal vectors. A distance between parallel planes is obtained from the position vector and the unit normal vector of an arbitrary point on each plane. The radius and the center axis of a cylinder are derived from the position vectors and the unit normal vectors of arbitrary two points on a cylinder. The radius and the center position of a sphere are determined by the position vectors and the unit normal vectors of arbitrary two points on a sphere. The angle at the vertex, the position of the vertex, and the center axis of a circular cone are got by the position vectors and the unit normal vectors of arbitrary three points on a circular cone. The center axis, the center position, the radius of the center line, and the radius of a circular ring are calculated from the position vectors and unit normal vectors of arbitrary four points on a circular ring.

Key words : measurement, geometrical feature, shape recognition, position vector, unit normal vector

1. 緒 言

三次元座標測定機は、加工部品を構成している形体の幾何偏差を定量化し、幾何公差との比較において加工部品を検査・評価するために有効に活用されている。測定点は接触式および非接触式プローブにより検出されるが、従来のプローブを用いた三次元座標測定機による測定では、測定点の位置のみ（三次元座標値）しか検出されないため、次のような問題点が指摘されている。すなわち、円筒、円錐および円環の場合、ポイント測定データから形状を認識することができないため、それらの形状認識において輪郭測定データと高度な解析ソフトウェアを必要とする。このため現実においては、大胆な仮定（円筒、円錐および円環の方向を既知としている）の基に測定を行っている。また接触式プローブの場合、プローブ球の半径値

を補正する必要があるが、この作業が単純ではない。非接触式プローブは、光ビームを投光しその反射光から測定点を検出する形式が一般的であるが、この場合、傾きが70度を越える被測定面の測定が困難である。

このため本研究では、測定点の位置ベクトルと単位法線ベクトルを直接検出する接触式プローブおよび非接触式プローブを紹介し、任意点の位置ベクトルと単位法線ベクトルの検出による、平行平面間距離、円筒、球、円錐、および円環の厳密な認識を可能とする測定方法を提案する。

2. 位置および単位法線ベクトル検出プローブ

本研究の前提となる測定点の位置および単位法線ベクトル検出プローブは筆者らにより開発されており、図1に接触式^{1),2)}を、図2非接触式^{3),4)}を示す。以下において、これらのプローブの検出原理を簡単に述べる。

* 助手 機械工学科

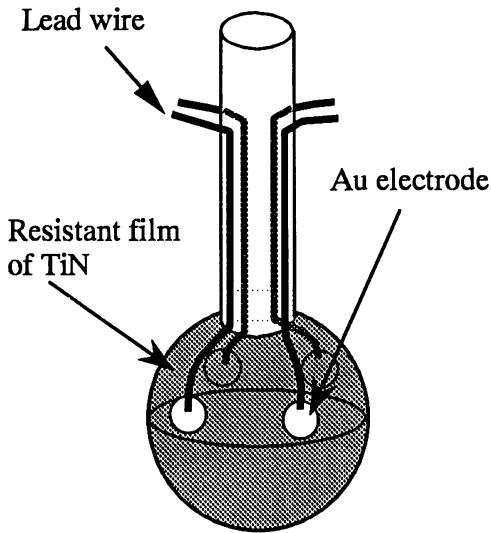
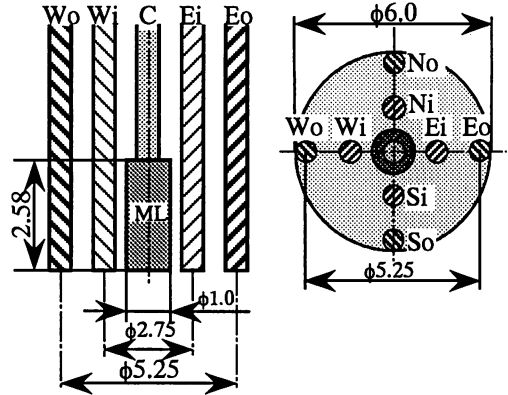


図1 接触式位置・法線検出プローブ

接触式プローブの構造は、図1に示されているように、絶縁セラミック球表面にTiN抵抗薄膜が形成され、上半球に4つの電極が90度間隔に設置されている。被測定物と電極を定電流電源で接続することにより、被測定物とプローブが接触した瞬間に接触点から各電極に電流が流れる。このとき電流は接触点と電極間の抵抗値に反比例して分流するため、各電極に流れ込む電流値から接触点位置を検出できる。プローブが球形状であるため、三次元座標測定機によりプローブ球の中心座標値を検出することにより、同座標値に対する接触点位置の関係から測定点の法線方向、すなわち単位法線ベクトルを求めることができる。

図2は非接触式プローブのエレメント構造を示している。中心に発光ファイバとコリメート用レンズが設置されており、その回りに2本一組とした受光ファイバが90度間隔に配置されている。発光ファイバから発せられた光ビームはコリメート用レンズを通過して測定点上にスポットを形成する。拡散反射の場合、スポットの反射光強度は、正反射時における反射角方向に最も強く、その方向に対称な分布を示していると考えられる。この性質を利用することにより、内側のファイバEi, Wi, Ni, Siで検出される光量と外側のファイバEo, Wo, No, Soで検出される光量の差から測定点とプローブの間の距離を求めることができる。また、発光ファイバに対して対称に設置された受光ファイバで検出される光量比(Ei, EoとWi, Woの光量比およびNi, NoとSi, So

C: Emitting fiber (Diameter=0.5mm)
 Ei, Eo, Wi, Wo: Receiving fiber (Diameter=0.75mm)
 Ni, No, Si, So: Receiving fiber (Diameter=0.75mm)
 ML: GRIN lens (Seffoc micro lens)
 (Diameter=1.0mm, Length=2.58mm)



(a) Side view (b) Bottom view

図2 非接触式位置・法線検出エレメント

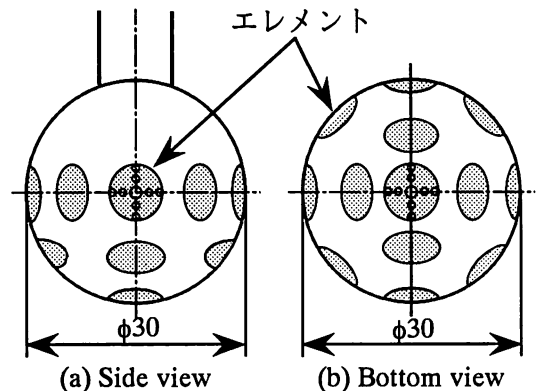


図3 非接触式位置・法線検出プローブ

の光量比)から傾きを求めることができる。受光ファイバは発光ファイバを中心にEi, Eo, Si, Soの組とNi, No, Si, Soの組が直交するように配置されているため、この二組の受光ファイバから2つの面(Ei, Eo, Si, Soの存在する面とNi, No, Si, Soの存在する面)における角度が検出され、三次元空間における傾き、すなわち単位法線ベクトルが求められる。このエレメントも従来の非接触プローブと同様に、被測定面の傾きが45度を越える場合に測定が困難になるため、図3に示すように、同エレメントを13個組み合わせプローブを構成することにより、この問題を解決した。

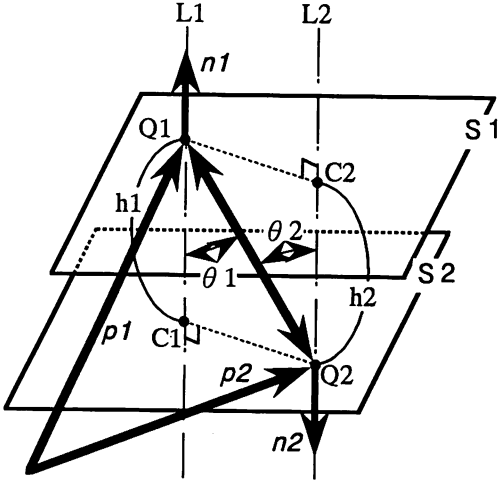


図4 平行平面間距離の認識

3. 幾何形体の認識

本研究では、平面、円筒、球、円錐、円環の任意点の位置ベクトルおよび単位法線ベクトルを測定することにより、従来法に比べて効率的に、また従来法において問題点として指摘されている測定上の前提条件（円筒、円錐、円環の測定では各形体の軸に垂直な面で測定する）なく、それらの形体を認識する方法を提案する。

3.1 平行平面間距離

図4に示すように、互いに平行な平面 $S1$, $S2$ 上の任意点 $Q1$, $Q2$ を測定し、それぞれの点の位置ベクトル $p1$, $p2$ と単位法線ベクトル $n1$, $n2$ を検出する。このとき、点 $Q1$ を通り単位法線ベクトル $n1$ に平行な直線 $L1$ とベクトル $(p1 - p2)$ のなす角を $\theta 1$ 、点 $Q2$ を通り単位法線ベクトル $n2$ に平行な直線 $L2$ とベクトル $(p2 - p1)$ のなす角を $\theta 2$ とすると

$$\begin{aligned} n1 \cdot (p1 - p2) &= |n1| \cdot |p1 - p2| \cdot \cos(\theta 1) \\ n2 \cdot (p2 - p1) &= |n2| \cdot |p2 - p1| \cdot \cos(\theta 2) \end{aligned} \quad (1)$$

が得られる。点 $C1$ は直線 $L1$ と平面 $S2$ の交点、点 $C2$ は直線 $L2$ と平面 $S1$ との交点であるが、点 $Q1$ と点 $C1$ との距離 $h1$ および点 $Q2$ と点 $C2$ の距離 $h2$ は、

$$\begin{aligned} h1 &= |p1 - p2| \cdot \cos(\theta 1) \\ h2 &= |p2 - p1| \cdot \cos(\theta 2) \end{aligned} \quad (2)$$

により求められる。ここで距離 $h1$, $h2$ は、平行平面間距離を表わしている。また、ベクトル $n1$, $n2$ は単位法線ベクトルであるため、

$$|n1| = |n2| = 1 \quad (3)$$

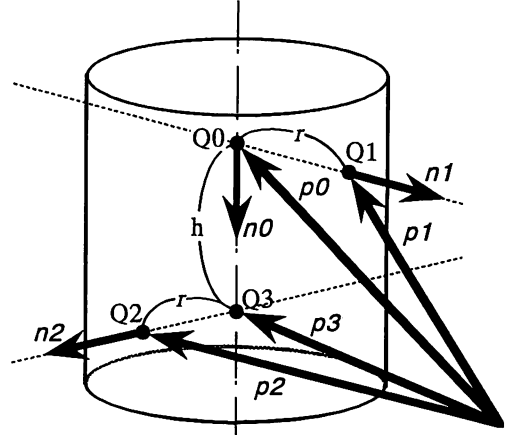


図5 円筒の認識

が成り立つ。したがって、式(1), (2), (3)より平行平面間距離 $h1$, $h2$ は

$$\begin{aligned} h1 &= |n1 \cdot (p1 - p2)| \\ h2 &= |n2 \cdot (p2 - p1)| \end{aligned} \quad (4)$$

より算出できる。

3.2 円筒の認識

円筒の認識において、円筒の半径および中心軸を求める。図5に示されるように、円筒面上の任意点 $Q1$, $Q2$ を測定し、それぞれの点の位置ベクトル $p1$, $p2$ と単位法線ベクトル $n1$, $n2$ を検出する。同図において、点 $Q0$ は点 $Q1$ を通り単位法線ベクトル $n1$ に平行な直線と中心軸との交点を示しており、点 $Q3$ は点 $Q2$ を通り単位法線ベクトル $n2$ に平行な直線と中心軸との交点を示している。円筒の半径を r とすると、点 $Q0$, $Q3$ の位置ベクトル $p0$, $p3$ は、それぞれ

$$p0 = p1 - r \cdot n1 \quad (5)$$

$$p3 = p2 - r \cdot n2 \quad (6)$$

により得られる。また、中心軸上の単位ベクトル $n0$ は、

$$n0 = |n1 \times n2| \quad (7)$$

として表わされる。点 $Q0$ と点 $Q3$ の距離 h は

$$h = n0 \cdot (p1 - p2) \quad (8)$$

となる。また、点 $Q3$ の位置ベクトル $p3$ は

$$p3 = p0 + h \cdot n0 \quad (9)$$

としても表わすことができる。式(6), (9)より

$$p0 = p2 - r \cdot n2 - h \cdot n0 \quad (10)$$

が得られる。したがって、式(5), (7), (8), (10)より、円筒の半径 r は

$$r = \frac{|p2 - p1 - \{(n1 \times n2) \cdot (p1 \times p2)\} (n1 \times n2)|}{|n2 - n1|} \quad (11)$$

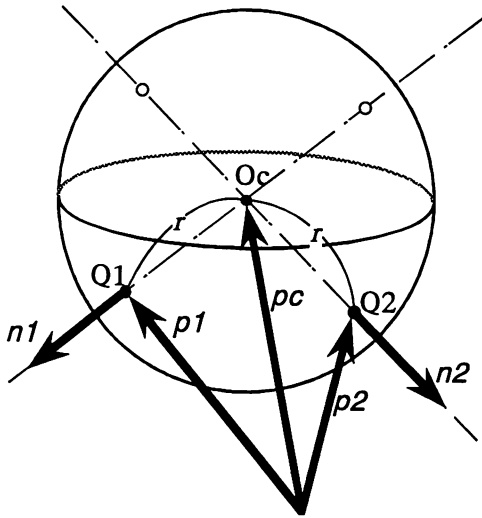


図6 球の認識

と表わすことができる。また、円筒の中心軸 p は式(5), (7)よりパラメータ t を用いて,

$$p = p1 - r \cdot n1 + t \cdot (n1 \times n2) \quad (12)$$

として表わすことができる。

以上より、円筒面上の任意の2点の位置ベクトルと単位法線ベクトルを測定することにより、円筒の半径と中心軸を求めることが示された。

3.3 球の認識

球の認識において、球の半径と中心位置を求める。図6において、点 $Q1$, $Q2$ は球面上の任意点である。点 $Q1$, $Q2$ を測定し、それぞれの点の位置ベクトル $p1$, $p2$ および単位法線ベクトル $n1$, $n2$ を検出する。球の半径を r とすると、球の中心位置 O_c の位置ベクトル pc は

$$pc = p1 - r \cdot n1 \quad (13)$$

または,

$$pc = p2 - r \cdot n2 \quad (14)$$

で得られる。式(13), (14)より、球の半径 r は

$$r = \frac{|p2 - p1|}{|n2 - n1|} \quad (15)$$

として表わすことができる。ここで、 $n1 \neq n2$ とする。式(15)で求められた半径 r を式(13)または(14)に代入することにより球の中心の位置ベクトル pc が得られる。

以上より、球面上の任意の2点の位置ベクトルおよび単位法線ベクトルを測定することにより、球の半径と中心位置が求められることが明らかになった。

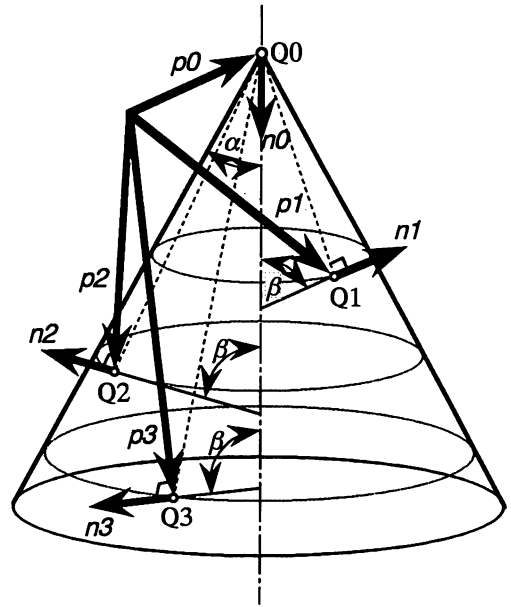


図7 円錐の認識

3.4 円錐の認識

円錐の認識において、円錐の頂点位置、頂点の角度および中心軸を求める。図7に示されるように、円錐面上の任意点 $Q1$, $Q2$, $Q3$ を測定し、それぞれの点の位置ベクトル $p1$ ($p1x, p1y, p1z$), $p2$ ($p2x, p2y, p2z$), $p3$ ($p3x, p3y, p3z$) と単位法線ベクトル $n1$ ($n1x, n1y, n1z$), $n2$ ($n2x, n2y, n2z$), $n3$ ($n3x, n3y, n3z$) を検出する。円錐の頂点 $Q0$ の位置ベクトルを $p0$ ($p0x, p0y, p0z$) とすると,

$$(p0 - p1) \cdot n1 = 0 \quad (16)$$

$$(p0 - p2) \cdot n2 = 0 \quad (17)$$

$$(p0 - p3) \cdot n3 = 0 \quad (18)$$

が成り立つ。これらの式は,

$$p0x \cdot n1x + p0y \cdot n1y + p0z \cdot n1z = p1 \cdot n1 \quad (16)'$$

$$p0x \cdot n2x + p0y \cdot n2y + p0z \cdot n2z = p2 \cdot n2 \quad (17)'$$

$$p0x \cdot n3x + p0y \cdot n3y + p0z \cdot n3z = p3 \cdot n3 \quad (18)'$$

として表わされ,

$$\begin{pmatrix} n1x & n1y & n1z \\ n2x & n2y & n2z \\ n3x & n3y & n3z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p0x \\ p0y \\ p0z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p1 \cdot n1 \\ p2 \cdot n2 \\ p3 \cdot n3 \end{pmatrix} \quad (19)$$

が導かれる。したがって、円錐の頂点 $Q0$ の位置ベクトル $p0$ ($p0x, p0y, p0z$) は

$$\begin{pmatrix} p0x \\ p0y \\ p0z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n1x & n1y & n1z \\ n2x & n2y & n2z \\ n3x & n3y & n3z \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} p1 \cdot n1 \\ p2 \cdot n2 \\ p3 \cdot n3 \end{pmatrix} \quad (20)$$

より求められる。

また、点 Q_1 を通り単位法線ベクトル n_1 に平行な直線と円錐中心軸の成す角を β とする。同様に、点 Q_2 を通り単位法線ベクトル n_2 に平行な直線と円錐中心軸の成す角および点 Q_3 を通り単位法線ベクトル n_3 に平行な直線と円錐中心軸の成す角が β となる。円錐中心軸に平行な単位ベクトルを n_0 (n_{0x} , n_{0y} , n_{0z}) とすると、

$$\frac{n_0 \cdot n_1}{|n_0| \cdot |n_1|} = \cos \beta \quad (21)$$

$$\frac{n_0 \cdot n_2}{|n_0| \cdot |n_2|} = \cos \beta \quad (22)$$

$$\frac{n_0 \cdot n_3}{|n_0| \cdot |n_3|} = \cos \beta \quad (23)$$

が得られる。 n_1 , n_2 , n_3 は単位ベクトルであるため、上式を変形して

$$n_{0x} \cdot n_{1x} + n_{0y} \cdot n_{1y} + n_{0z} \cdot n_{1z} = \cos \beta \quad (21)'$$

$$n_{0x} \cdot n_{2x} + n_{0y} \cdot n_{2y} + n_{0z} \cdot n_{2z} = \cos \beta \quad (22)'$$

$$n_{0x} \cdot n_{3x} + n_{0y} \cdot n_{3y} + n_{0z} \cdot n_{3z} = \cos \beta \quad (23)'$$

を得る。これより、

$$\begin{pmatrix} n_{0x} \\ n_{0y} \\ n_{0z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_{1x} & n_{1y} & n_{1z} \\ n_{2x} & n_{2y} & n_{2z} \\ n_{3x} & n_{3y} & n_{3z} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \cos \beta \\ \cos \beta \\ \cos \beta \end{pmatrix} \quad (24)$$

が導かれる。 n_0 は単位ベクトルであるため、

$$n_{0x}^2 + n_{0y}^2 + n_{0z}^2 = 1 \quad (25)$$

である。式(24), (25)より

$$\beta = \cos^{-1} \left(\sqrt{\frac{1}{(n_{1x} + n_{1y} + n_{1z})^2 + (n_{2x} + n_{2y} + n_{2z})^2 + (n_{3x} + n_{3y} + n_{3z})^2}} \right) \quad (26)$$

が得られる。円錐の頂点角 α は

$$\alpha = \pi - \beta \quad (27)$$

より求められる。また、式(26)で求められた β を式(24)に代入することにより、円錐の頂点の位置ベクトル p_0 (p_{0x} , p_{0y} , p_{0z}) を得ることができる。頂点 Q_0 の位置ベクトル p_0 と中心軸に平行な単位ベクトル n_0 から円錐の中心軸を決定できる。

以上より、円錐面上の任意の3点の位置ベクトルと単位法線ベクトルを測定することにより、円錐の頂点の位置、頂点の角度、中心軸が求められることが示された。

3.5 円環の認識

円環は、図8に示されているように、中心点 Q_0 、点 Q_0 を通る中心軸 L_1 、円環の半径 r 、円環の中心線の半径 R により定義できる。同図において、点 Q_1 , Q_2 , Q_3 , Q_4 は円環面上の任意の点であり、これらの点を測定し、それぞれの点の位置ベクトル p_1 , p_2 , p_3 , p_4 および単位法線ベクトル n_1 , n_2 , n_3 , n_4 を検出する。

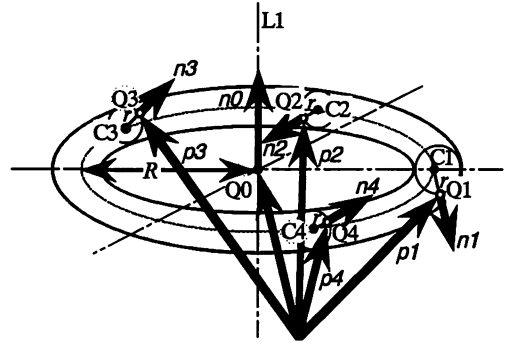


図8 円環の認識

このとき、中心軸 L_1 に平行で点 Q_1 と中心点 Q_0 を通る平面と円環の交わりは円となり、点 Q_1 が存在する方の円の中心を点 C_1 とする。点 C_2 , C_3 , C_4 はそれぞれ、点 Q_2 , Q_3 , Q_4 に対する同様の点である。点 C_1 , C_2 , C_3 , C_4 の位置ベクトル c_1 , c_2 , c_3 , c_4 は、

$$c_1 = p_1 - r \cdot n_1 \quad (28)$$

$$c_2 = p_2 - r \cdot n_2 \quad (29)$$

$$c_3 = p_3 - r \cdot n_3 \quad (30)$$

$$c_4 = p_4 - r \cdot n_4 \quad (31)$$

により求められる。点 C_1 , C_2 , C_3 , C_4 は、円環の中心線上に存在するため、これらの点は同一平面上にある。これより、

$$\{(c_1 - c_2) \times (c_1 - c_3)\} \cdot (c_1 - c_4) = 0 \quad (32)$$

が導かれる。式(28)~(31)より

$$c_1 - c_2 = pa - r \cdot na \quad (33)$$

$$c_1 - c_3 = pb - r \cdot nb \quad (34)$$

$$c_1 - c_4 = pc - r \cdot nc \quad (35)$$

となる。ここで pa (p_{ax} , p_{ay} , p_{az}), pb (p_{bx} , p_{by} , p_{bz}), pc (p_{cx} , p_{cy} , p_{cz}), na (n_{ax} , n_{ay} , n_{az}), nb (n_{bx} , n_{by} , n_{bz}), nc (n_{cx} , n_{cy} , n_{cz}) は

$$pa = p_1 - p_2, pb = p_1 - p_3, pc = p_1 - p_4 \quad (36)$$

$$na = n_1 - n_2, nb = n_1 - n_3, nc = n_1 - n_4 \quad (37)$$

である。式(32)および式(33)~(35)より、

$$\begin{vmatrix} p_{ax} - r \cdot n_{ax} & p_{ay} - r \cdot n_{ay} & p_{az} - r \cdot n_{az} \\ p_{bx} - r \cdot n_{bx} & p_{by} - r \cdot n_{by} & p_{bz} - r \cdot n_{bz} \\ p_{cx} - r \cdot n_{cx} & p_{cy} - r \cdot n_{cy} & p_{cz} - r \cdot n_{cz} \end{vmatrix} = 0 \quad (38)$$

が導かれる。式(38)を変形すると、

$$\begin{aligned}
 & -r^3 \begin{vmatrix} nax & nay & naz \\ nbx & nby & nbz \\ ncx & ncy & ncz \end{vmatrix} \\
 & + r^2 \left\{ \begin{vmatrix} nax & nay & paz \\ nbx & nby & pbz \\ ncx & ncy & pcz \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} nax & pay & naz \\ nbx & pby & nbz \\ ncx & pcy & ncz \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} pax & nay & naz \\ pbx & nby & nbz \\ pcx & ncy & ncz \end{vmatrix} \right\} \\
 & - r \left\{ \begin{vmatrix} nax & pay & paz \\ nbx & pby & pbz \\ ncx & pcy & pcz \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} pax & nay & paz \\ pbx & nby & pbz \\ pcx & ncy & pcz \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} pax & pay & naz \\ pbx & pby & nbz \\ pcx & pcy & ncz \end{vmatrix} \right\} \\
 & + \begin{vmatrix} pax & pay & paz \\ pbx & pby & pbz \\ pcx & pcy & pcz \end{vmatrix} = 0 \quad (39)
 \end{aligned}$$

が得られる。式(39)を r について解くことにより、円環の半径 r を求めることができる。

これより得られた円環半径 r を式(28)~(31)に代入し、円環中心線上の点 $C1$ 、 $C2$ 、 $C3$ 、 $C4$ の位置ベクトル $c1$ 、 $c2$ 、 $c3$ 、 $c4$ を求める。位置ベクトル $c1$ 、 $c2$ 、 $c3$ 、 $c4$ の3つのベクトルから円環中心線の半径 R と中心点 $Q0$ の位置ベクトルを算出できる。また、点 $Q0$ を通る中心軸 $L1$ に平行な単位ベクトル $n0$ は

$$n0 = \frac{(c1 - c2) \times (c1 - c3)}{|c1 - c2| \cdot |c1 - c3|} \quad (40)$$

より求めることができる。単位ベクトル $n0$ と中心点 $Q0$ の位置ベクトルより、中心軸 $L1$ が定義される。

以上より、円環面上の任意の4点の位置ベクトルと単位法線ベクトルを測定することにより、円環の中心点、中心軸、中心線半径、円環半径を求めることができることが明らかになった。

4. 結 言

本研究では、位置ベクトルと単位法線ベクトルの測定を可能とする接触式および非接触式プローブを示し、位置ベクトルと単位法線ベクトルの測

定に基づく平面、円筒、球、円錐、円環の認識法を提案し、以下の点を明らかにした。

- (1) 平行な平面について、それぞれ任意の1点の位置ベクトルと単位法線ベクトルから、平行平面間距離を求めることができる。
- (2) 円筒面上の任意の2点の位置ベクトルと単位法線ベクトルから、円筒の半径と中心軸を求めることができる。
- (3) 球面上の任意の2点の位置ベクトルと単位法線ベクトルから、球の半径と中心点を求めることができる。
- (4) 円錐面上の任意の3点の位置ベクトルと単位法線ベクトルから、円錐の頂点、頂点角、中心軸を求めることができる。
- (5) 円環面上の任意の4点の位置ベクトルと単位法線ベクトルから、中心点、中心軸、中心線半径、円環半径を求めることができる。

参 考 文 献

- 1) 青山英樹, 岸浪建史, 斎藤勝政: 球面抵抗薄膜を用いた接触式面法線検出プローブの基礎的研究, 精密工学会誌, Vol. 54 (1988年), No. 10, pp 1957-1962.
- 2) H. AOYAMA, M. KAWAI, T. KISHINAMI: A New Method for Detecting the Contact Point between a Touch Probe and a Surface, Annals of the CIRP, Vol. 38/1 (1989年), pp 517-520.
- 3) H. AOYAMA, K. YAMAZAKI, M. SAWABE, Optical Sensor for Detecting a Position and an Inclination, Proceeding of International Conference on Advanced Mechatronics (1993年), pp 306-311.
- 4) K. YAMAZAKI, H. AOYAMA, K. S. LEE, M. SAWABE: Non-Contact Probe for Continuous Measurement of Surface Inclination and Position using Dynamic Irradiation of Light Beam, Annals of the CIRP, Vol. 42 / 1 (1993年), pp 585-588.

(平成5年11月30日受理)