

# 最適繰返し制御理論を用いた三相 UPS の設計

菅 井 雅 周\*

Three-Phase power electronics type UPS (uninterruptible power supplies)  
design used the optimum repeat controll theory.

Masahiro SUGAI

## まえがき

現在, UPS インバータのスイッチングを制御する方法として, 三角波比較方式や, 瞬時値制御 (ヒステリシスコンパレータ) 方式が主流となっているが, コンデンサインプット型整流器に接続した場合の電圧の歪みや, 負荷によって変化するスイッチング周波数の影響等により, 高速高性能な精度良いデバイスが要求されている。

これらの問題点を解決する為に, デッドビート制御や最適制御などのデジタル制御方式の提案がなされているが, これらの問題点を解決するには至っていない。

本論文では, UPS の目標値を整流器負荷による負荷変動が, 一定周期で繰り返される周期信号である事に着目し, 制御量の一周期差分を状態変数とした状態方程式を導き, 最適レギュレータの手法から, 最適操作量を求める有効な方式の設計を試みた。

## 1. 3 相インバータシステムのモデル

### 1-1 状態方程式の導き出し

(図 1. 1) に示す LC フィルタと負荷からなる 3 相のインバータシステムを考える事にする。  
このシステムの状態変数を以下の様にとる。

$$X_1(t) = i_{L1}(t)$$

$$X_2(t) = i_{L2}(t)$$

$$X_3(t) = V_1(t)$$

$$X_4(t) = V_2(t)$$

$$X_5(t) = i_a(t)$$

$$X_6(t) = i_b(t)$$

負荷が図 (1. 2) の様な RL 負荷の場合を考え, 先に連続系の状態方程式を導く。

図 (1. 2) の負荷のもとでは,

$$V_{ab} + V_{bc} + V_{ca} = 0 \quad \cdots (1-1-2)$$

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad \cdots (1-1-3)$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad \cdots (1-1-4)$$

$$V_1 + V_2 + V_3 = 0 \quad \cdots (1-1-5)$$

が成立つ。また, キルヒホッフの法則から

$$V_{ab} = L_f i_a + V_1 - L_f i_b \quad \cdots (1-1-6)$$

$$V_{bc} = L_f i_b + V_2 - L_f i_c \quad \cdots (1-1-7)$$

$$V_{ca} = L_f i_c + V_3 - L_f i_a \quad \cdots (1-1-8)$$

$$i_{L1} = -C_f V_1 + i_a + C_f V_3 \quad \cdots (1-1-9)$$

$$i_{L2} = -C_f V_2 + i_b + C_f V_1 \quad \cdots (1-1-10)$$

$$i_{L3} = -C_f V_3 + i_c + C_f V_2 \quad \cdots (1-1-11)$$

$$V_1 = L_0 i_{L1} + R_0 i_{L1} - L_0 i_{L2} - R_0 i_{L2} \quad \cdots (1-1-12)$$

$$V_2 = \quad \cdots (1-1-13)$$

$$V_3 = \quad \cdots (1-1-14)$$

この方程式を各状態方程式の一回微分について解き, 連続系の状態方程式を求める。

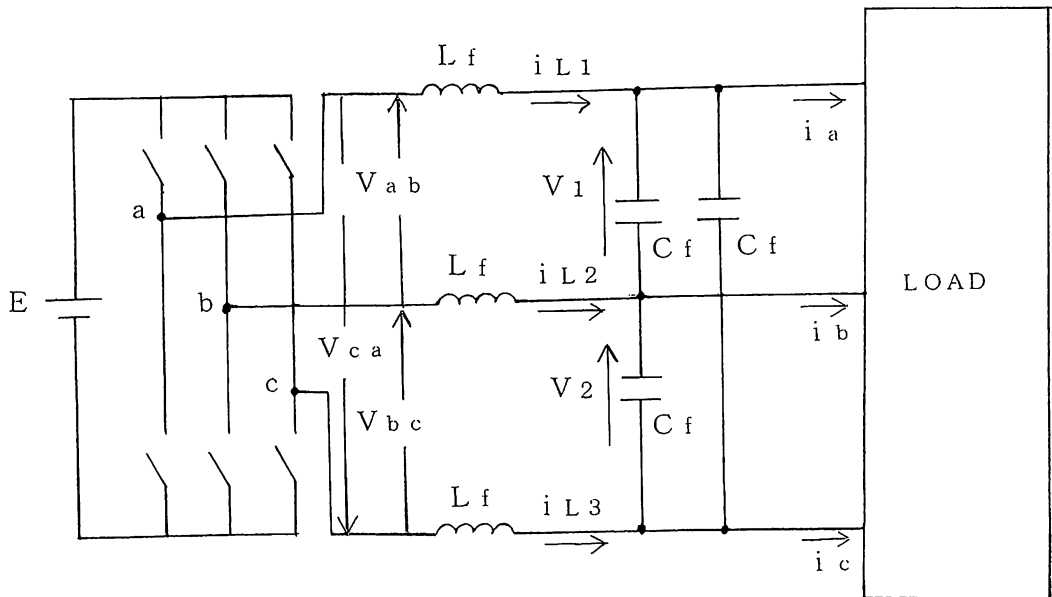
(1-1-6), (1-1-7), (1-1-8) 式より,

$$i_a = \frac{-2V_1 - V_2 + 2V_{ab} + V_{bc}}{3L_f} \quad \cdots (1-1-15)$$

$$i_b = \frac{V_1 - V_2 - V_{ab} + V_{bc}}{3L_f} \quad \cdots (1-1-16)$$

同様に,

\* 助教授 電気工学科



(図1-1)

$$i_2 = \frac{-3R_0 i_2 - V_1 + V_2}{3L_0} \quad \dots\dots (1-1-20)$$

という関係が求められる。

これら, (1-1-15) 式から (1-1-20) 式をまとめ, 連続系の状態方程式は,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ X_3(t) \\ X_4(t) \\ X_5(t) \\ X_6(t) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -2/3L_f & -1/3L_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3L_f & -1/3L_f & 0 & 0 \\ 1/3C_f & -1/3C_f & 0 & 0 & -1/3C_f & 1/3C_f \\ 1/3C_f & 2/3C_f & 0 & 0 & -1/3C_f & -2/3C_f \\ 0 & 0 & 2/3L_0 & 1/3L_0 & -R_0/L_0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/3L_0 & 1/3L_0 & 0 & -R_0/L_0 \end{bmatrix}$$

(図1-2)

(1-1-9), (1-1-10), (1-1-11) 式から,

$$V_1 = \frac{-i_1 - i_2 + i_a - i_b}{3C_f} \quad \dots\dots (1-1-17)$$

$$V_2 = \frac{-i_1 - 2i_2 + i_a + 2i_b}{3C_f} \quad \dots\dots (1-1-18)$$

という関係が求められる。

さらに

(1-1-12), (1-1-13), (1-1-14) 式からは,

$$i_1 = \frac{-3R_0 i_1 + 2V_1 + V_2}{3L_0} \quad \dots\dots (1-1-19)$$

$$\begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ X_3(t) \\ X_4(t) \\ X_5(t) \\ X_6(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2/3L_f & 1/3L_f \\ -1/3L_f & 1/3L_f \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \end{bmatrix} \quad \dots\dots (1-1-21)$$

あるいは,

$$X(t) = A_c X(t) + B_c V_i(t) \quad \dots\dots (1-1-22)$$

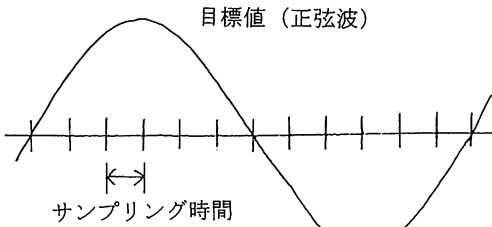
ただし,  $V_i = \pm E$   
と, 表現される。

## 2. 状態方程式の離散時間システムへの変換

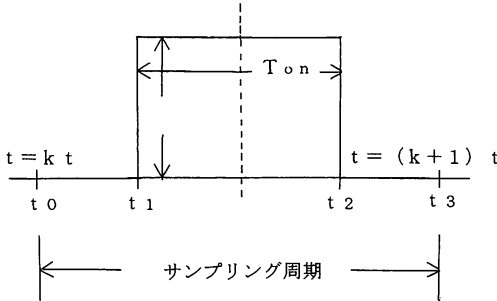
連続系の状態方程式に最適レギュレータ理論を適用するため, (1-1-3) 式を離散系の状態方程式に変換する必要がある。

パルスパターンを図 (2-1) a のようにサンプリング時間の中央に左右対称の位置にあるものとする。

各サンプル時間の周期  $T$  におけるパルス幅を図 (2-1) b に示す様に  $T_{on}$  とし, 式 (1-1-22) で与えられる状態方程式を次に示すような手順で離散化する。



(図 2-1) a



(図 2-1) b

1.  $t_0 \leq t \leq t_1$  の時

$$\begin{aligned} V_1(t) &= 0 \text{ なので,} \\ X(t_1) &= \exp[A_c(t_1 - t_0)] \\ &\quad X(t_0) \\ &\dots\dots (2-1-30) \end{aligned}$$

2.  $t_1 \leq t \leq t_2$  の時

$$\begin{aligned} V_1(t) &= E \text{ なので,} \\ X(t_2) &= \exp[A_c(t_2 - t_1)] \\ &\quad X(t_1) \\ &\quad + \int_{t_1}^{t_2} \exp[A_c(t_2 - \tau)] d\tau B_c E \\ &= \exp[A_c(t_2 - t_0)] X(t_0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ A^{-1} [\exp(A_c T_{on}) - I] B_c E \\ &\dots\dots (2-1-31) \end{aligned}$$

3.  $t_2 \leq t \leq t_3$  の時

$$\begin{aligned} V_1(t) &= 0 \text{ なので,} \\ X(t_2) &= \exp[A_c(t_3 - t_2)] \\ &\quad X(t_2) \\ &\quad + \int_{t_2}^{t_3} \exp[A_c(t_3 - \tau)] d\tau B_c E \\ &= \exp[A_c T] X(t_0) \\ &\quad + [\exp(A_c T_{on}) - I] B_c E \\ &\dots\dots (2-1-32) \end{aligned}$$

以上により,

$$\begin{aligned} X(k+1) &= \exp(A_c T) X(t_0) \\ &\quad + \exp[A_c(t - t_0)/2] A^{-1} \\ &\quad * [\exp(A_c T_{on}) - I] B_c E \\ &\dots\dots (2-1-33) \end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned} &\exp[A_c(T - T_{on})/2] A^{-1} \\ &\quad * [\exp(A_c T_{on}) - I] B_c E \\ &\quad \doteq \exp(A_c T) T_{on} \end{aligned}$$

とすると (2-1-33) 式は,

$$\begin{aligned} X(k+1) &= \exp(A_c T) X(k) + \\ &\quad \exp(A_c T/2) B_c E T_{on} \\ &\dots\dots (2-1-34) \end{aligned}$$

または,

$$\begin{aligned} X(k+1) &= AX(k) + Bu(k) \\ \text{ただし } A &= \exp(A_c T) \\ B &= \exp(A_c T/2) B_c E \\ u(k) &= ET_{on} \\ &\dots\dots (2-1-35) \end{aligned}$$

と表現される。

## 2.2 エラー (誤差) システムの導入

コントローラの演算処理時間をサンプリング時間に等しいと仮定して, エラーシステムを導入し, 次の様な誤差信号を導入する。

$$e(k) = R(k) - Y(k) \dots\dots (2-2-1)$$

但し,  $R(k)$  (1 \* 1): 目標値信号

また, (2-1-35) 式の一階差分値を,

$$\begin{aligned} \Delta X(k) &= X(k) - X(k-1) \\ &\dots\dots (2-2-2) \end{aligned}$$

とし, 次の様なエラーシステムを導入する。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e(k+1) \\ \Delta x(k+1) \\ \Delta u(k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I - CA & -CB & e(k) & 0 \\ 0 & A & B & \Delta X(k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta u(k-1) & I_r \end{bmatrix} \\ &\quad * \Delta u(k) + \begin{bmatrix} I_m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta R(k+1) \end{aligned}$$

$$\cdots (2-2-3)$$

但し,  $\text{Im}(1 * 1)$ : 単位行列

または,

$$X_0(k+1) = \Phi X_0(k) + G \Delta u(k) + \\ Gr \Delta R(k+1)$$

$$\cdots (2-2-4)$$

ここで, 次の様に無限の制御時間で定義される評価関数を考え

$$J = \sum_{j=k}^{\infty} [X(j) Q X_0(j) + \Delta u^T(j) H \Delta u(j)] \\ \cdots (2-2-5)$$

$Q$ : 半正定対称行列

$H$ : 正定行列

最適性の原理を用い, 最適制御入力と求めると,

$$\Delta u(k) = -[H + G^T P G]^{-1} * G^T P \Phi \\ * X_0(k) \\ \cdots (2-2-6)$$

但し,  $P$  はリッカチ方程式

$$P = Q + \Phi^T P \Phi - \Phi^T P G [H + G^T P G] \\ -^1 G^T P \Phi \\ \cdots (2-2-7)$$

の解である。

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$$

であるから, 最適制御入力は (2-2-8) 式で求められる。

$$u(k) = \Delta u(k) + u(k-1) \\ = \sum_{i=0}^{k-1} \Delta u(i) + u(0) \\ \cdots (2-2-8)$$

### 3. 最適繰返し制御入力の導き出し

(3-1-1), (3-1-2) 式の様な多入力多出力線形離散時間系で表される制御対象を考える。

$$X(k+1) = A X(k) + B u(k) + E d(k) \\ \cdots (3-1-1)$$

$$Y(k) = C X(k) \quad \cdots (3-1-2)$$

又, 誤差信号  $e(k+1)$  を (3-1-3) 式の様定義する。

$$e(k+1) = R(k+1) - Y(k+1) \\ \cdots (3-1-3)$$

但し,

$R(k)$  ( $m \times 1$  ベクトル) …目標値信号ベクトル

$X(k)$  ( $n \times 1$  ベクトル) …状態変数ベクトル

$u(k)$  ( $r \times 1$  ベクトル) …入力変数ベクトル

$Y(k)$  ( $m \times 1$  ベクトル) …出力変数ベクトル

$d(k)$  ( $s \times 1$  ベクトル) …外乱信号ベクトル

ここで, 目標値信号  $R(k)$ , 及び外乱信号  $d(k)$

は, 一定周期  $L$  サンプルで繰り返される周期信号とする。

今, 次の様なエラーシステムが構成されたものとする。

$$X_0(k+1) = \Phi X_0(k) + G(1 - Z - L)u(k)$$

ただし,

$$X_0(k) = \begin{bmatrix} e(k) \\ Z - 1 e(k) \\ Z - 2 e(k) \\ Z - (L - 1) e(k) \\ (1 - Z - L) x(k) \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -CA \\ 1 & 0 & & & 0 \\ 0 & 1 & 0 & & 0 \\ 0 & & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & & & 0 & A \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} -CB \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix} \quad \cdots (3-1-4)$$

評価関数を次の様に定義する。

$$j = \sum_{k=0}^{\infty} [X_0^T(j) Q X_0(j) + (1 - Z^{-L}) u^T(j) H (1 - Z^{-L}) u(j)]$$

$Q$   $H$ : 重み行列  $\cdots (3-1-5)$

(3-1-4), (3-1-1) に最適レギュレータ手法を適用する事により, (3-1-5) 式の評価関数  $j$  の値を最小にする様な最適制御入力は, 次の様に求められる。

$$(1 - Z^{-L}) u(k) = -[H + G^T P G] \\ -^1 G^T P \Phi X_0$$

または,

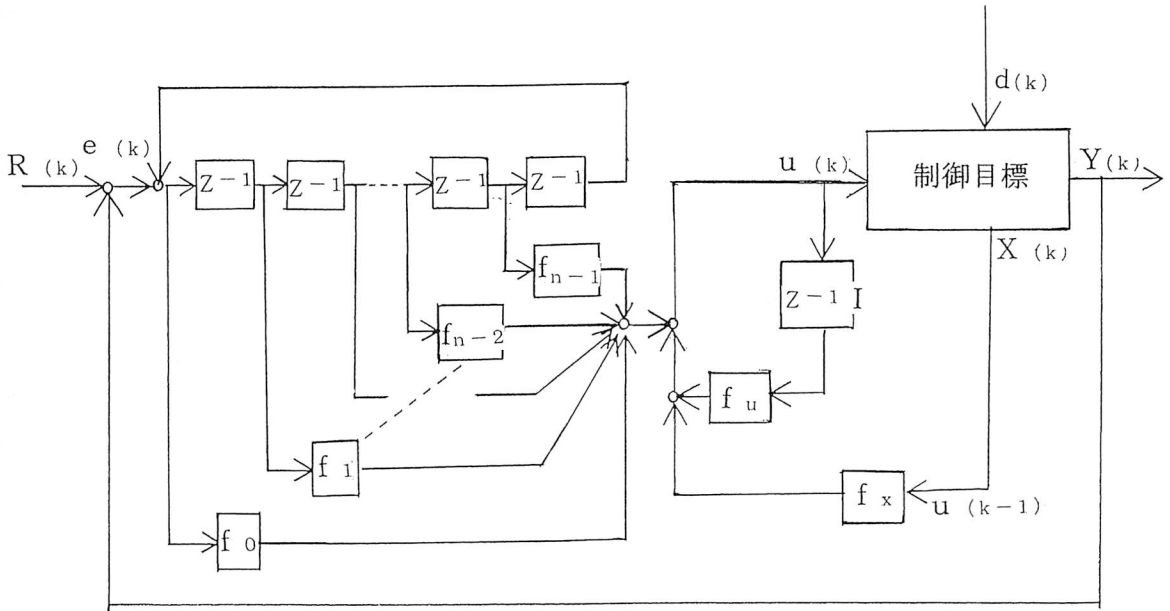
$$F = -[H + G^T P G]^{-1} G^T P G \text{ とすると,} \\ (1 - Z^{-L}) u(k) = F X_0 \\ \cdots (3-1-6)$$

ここで, (3-1-6) 式中の  $P$  は, リッカチ方程式

$$P = Q + \Phi^T P \Phi - \Phi^T P G [H + G^T P G] \\ -^1 G^T P \Phi$$

の解である。

ここで,  $F = [f_0 \ f_1 \ f_2 \ \cdots \ f_{L-1} \ f_x]$  とすると



(図 3-1)

$$(1 - Z^{-L})u(k) = [f_0 \ f_1 \ f_2 \ \dots \ f_{L-1} \ f_x]$$

$$X \begin{bmatrix} e(k) \\ Z^{-1}e(k) \\ Z^{-2}e(k) \\ \vdots \\ Z^{-(L-1)}e(k) \\ (1 - Z^{-L})X(k) \end{bmatrix} \dots (3-1-7)$$

従って,

$$(1 - Z^{-L})u(k) + f_0e(k) + f_1Z^{-1}e(k) + \dots + f_{L-1}Z^{-(L-1)}e(k) + f_x(1 - Z^{-L})X(k) \dots (3-1-8)$$

これより,

$$u(k) = Z^{-L}u(k) + f_0e(k) + f_1e(k-1) + \dots + f_{L-1}e(k-L+1) + f_x(1 - Z^{-L})X(k) \dots (3-1-9)$$

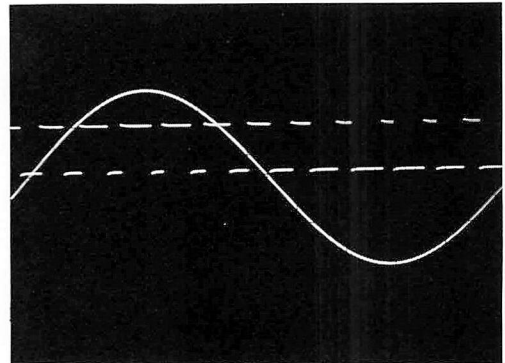
または,

$$u(k) = \frac{f_0 + f_1Z^{-1} + f_2Z^{-2} + \dots + f_{L-1}Z^{-(L-1)}}{1 - Z^{-L}} * e(k) + f_xX(k) \dots (3-1-10)$$

この最適繰返し制御系のブロック線図を次に示す。

## 謝 辞

本研究を進めるに当たり、日頃御指導、御教示戴きます北海道大学工学部電気機器講座、土谷武士教授、福田昭治助教授、伊藤雄三助手、新居昭



IGBT による PWM ゲート波形 (拡大) 一相分のみ

男技官、またゼミ等で何かとお世話になりました大学院生諸氏に厚くお礼申し上げます。

## 参考文献

- “繰返し制御系の理論と応用” 中野 原 システムと制御 1986 VOL. 30
- “繰返し制御” 中野 原 電気学会 1990
- “最適制御理論の UPS への応用” 水谷 福田 土谷 電気学会産業応用部門論文 平成 2 年
- “SICE 論文集” 土谷 江上 1986
- “Power Electronics” : CONVERTERS, APPLICATIONS AND DESIGN Mohan Underland Robins (平成 6 年 11 月 30 日受理)

