

均一場核沸騰における気泡界面の温度ジャンプについて (均一場沸騰気泡の成長実験データより蒸発強度の抽出)

関 根 郁 平*

The temperature jumps at the liquid-vapor interface in Homogeneous Nucleated Bubble Growth
(Detected the Intensive Evaporation Factor from Homogeneous Nucleate data)

Ikuhei SEKINE

Abstract

The object of this numerical investigation is to obtain a factor of evaporation at the interface of liquid-vapor when phase changes. This investigation is employed to finite difference method. the model of this evaporation is homogeneous nucleated boiling experimented by Dergarabeian and theories by Plesset and Zwick. This calculation detected the deference of temperature between liquid and vapor at the interface, and show the exist of evaporation factor. This value of intensive evaporation factor is near the Labuntsov and Kryukov's conclusion at delay period but in initial period of bubble growth needed new additional factor.

Key Word: Temperature jump, Nucleating of bubble, Intensive evaporation.

記号

a ; m^2/h	温度伝導率
c_p ; $J/kg^\circ C$	定圧比熱
g ; m/h	重力加速度
J_q ; $kg/Kcal$	熱の仕事当量
J ;	物質伝達率
L ; $Kcal/kg$	蒸発潜熱
P ; kg/cm^2	圧力
q ; $Kcal/m^2h$	熱流速
R ; m	気泡半径
R_g ;	ガス定数
T ; K	温度
V ; m^3/kg	比容積
α ; m^2/h	温度伝導率
λ ; $Kcal/mh^\circ C$	熱伝導率
ρ ; kg/m^3	密度
σ ; kg/m	表面張力
τ ; h	時間

添字

l ;	液体
s ;	蒸気
sf ;	気液境界面
m ;	平均値
sat ;	飽和蒸気

肩付き添字

p ;	差分時間
-------	------

1. ま え が き

沸騰現象は有史以来人類が調理等で日常的に接する身近な自然現象の一つである。火力発電、原子力発電の低温度差、高出力のエネルギー利用の時代的要請で改めて注目され、近年になって各国で多くの研究者によって盛んに研究がなされている。研究対象は実用面からの安全設計に関わるものを含め、様々な形態モデルで現象観察と共に多くの実験式提案がなされ、安全設計が可能な状況に至っている。これらの実験式の提案と平行した現象解明の研究は、いまだ初期気泡核、相変化等に未解明の部分を含み今日も多くの研究者の探求対象として継続されている。

沸騰研究の大きな分類はプール沸騰、強制対流沸騰、ミストクーリング、蒸気爆発等であり、また加熱面の配置上から管内沸騰、管外沸騰、上面、下面、側面と検討され、系の違いから加速系、減速系、加圧下、減圧下と別け研究されている。更に生ずる沸騰現象の違いで重ねて細分化し、核沸騰、膜沸騰、遷移沸騰など箇々の領域についてなされている。これらは状況に応じて微細で高速な観察と合わせ多くの理論的研究がある。

* 助教授 機械工学科

プール沸騰の中で核沸騰の研究を説明すると一般的な伝熱面上で沸騰の生じるいわゆる「不均一場の研究」で気泡成長の形状変化、接触角、周囲液の流動、底部薄膜など注意深い現象観察と理解が進んでいる。既に常識化している2～3を述べると気泡は1～2 msの時間で成長を終了し、加熱面には数百ミクロン程度の過熱層が存在し、気泡下部に数ミクロンの薄膜があり、成長時の気泡下に伝熱面の急速な温度降下がある事が知られている。また熱流束には限界があり限界点を過ぎると加熱面は急速に温度上昇し、膜沸騰に移り加熱金属の融点を超え焼き切れる等である。

沸騰によって生ずる大きな熱流束とこの限界点は安全設計上極めて重要である事から理論的には気液間の流体力学および熱学的関係を元に構築され多くの提案がなされている。主な熱流束に関する説は三説あり、気泡攪拌説、温度境界層随伴説、気泡下薄膜説で今日的にもこの根拠について多くの議論がなされている。

特殊な沸騰として、気泡発生面として金属などの伝熱面を有しない「不均一場」の気泡成長がある。均一な過熱液中に不純物を混入し自発核生成を促し気泡核とする、またはレーザー等で過熱液の一点に熱衝撃を与え、沸騰を生じさせる実験である。

この系は均一液体中で生じる自己核生成による沸騰と関連して重要であるが、境界条件が単純で現象の解析に極めて有用である事から、何例か実験が成されており、経過時間と過熱度に対する気泡成長の関係式が誘導されている。これらの関係式の中で球形気泡の成長の力学条件より誘導したReyleigh⁽⁴⁾の理論を基礎に気液界面の液側の熱流束から式を誘導したPlesset-Zwick⁽⁵⁾、Forster-Zuber⁽⁶⁾、Mikic⁽⁷⁾らの報告が評価を得ている。

同様の研究が気泡の成長初期に気液界面の温度ジャンプ(非平衡効果)を考慮した長坂⁽²⁾、同様液界面温度を用いた宮武⁽³⁾らの報告があり、いずれの報告も基本に不均一場の気泡成長曲線を導出し、気泡成長の解明に評価が与えられている。

沸騰に関して、気液界面で生じている相変化を吟味するには基本的に界面での液分子のエネルギーの揺らぎ、気化するためのエネルギー障壁、液分子の結合状態の変遷、界面近傍の蒸気分子のエネルギー分布と液界面との関与等分子統計力学的検討が必要で、これに関する成果が待たれている。

不均一場の沸騰の実験は液体分子以外に界面に存在する物質の無い事から、蒸発時に界面で相変化

に介在する因子の有無をマクロ的に検討するにはマッチした事象を提供する。先に挙げたPlesset-Zwick⁽⁵⁾およびこれに続く研究は不均一場核沸騰の解明を行った初期のもので、この研究の糸口と基礎を与えたものとして有名であるが、基本的に内圧(Rayleigh式)から導かれる温度を液界面温度として定め、これより気泡内へ流れる熱流束と増加体積をバランスさせて気泡径と時間の関係式すなわち気泡成長曲線を求めている。この結果導かれた式は実験値の成長曲線を極めて良く表し、従来から定説として確固たる評価を得ている。

近年、著者の行った実験^{(14),(15)}で不均一場の気泡下の温度変動を測定した実験値は系の違いはあるが、上に述べた定説と相反し、気泡下薄膜の気液界面で液と蒸気の温度の違いを示した。即ち界面で温度ジャンプ又は熱抵抗の存在を示す結果を提示した。

改めて上記の論文⁽⁵⁾の吟味を行うと、温度場の算定は球面熱吸収のある近傍を平板とみなして式を導入している。しかしながら、増加する球形気泡の周囲の液は周方向の液の移動で半径方向の温度場の間隔は狭まり、熱流束は変化が見込まれる。また気泡内の蒸気は温度場を有し、気泡成長の時間経過と共に温度、密度の変化が生じ、気泡の体積も変化する。従って外見上の増加半径から一定圧の仮定で熱量を評価することは困難である。

改めて、一般的な斉次式の解で界面における気液温度の一致を前提として構築された説⁽⁵⁾は、温度の因子に関し基本的な誤りを含む危険がある。

気泡成長時の気泡内の蒸気の温度分布、密度変化、気泡周囲の液の流動を考慮した温度場、更に表面張力等の物性値の温度による変化を考慮して現象を記述するには、数値解析の中にこれらの物性を含んで解く以外に適当な方法はない。

本報告の主題は上記の界面両温度の再確認の為数値計算を行うものである。対象として不均一場のデータを用いて気液界面の温度状況を演算し、関与する温度ジャンプ有無と介在因子の値を検証する。著者の行った不均一場の実験^{(14),(15)}から大まかな介在因子の存在は明示可能であったが、気泡内温度の値と変遷には触れておらず、この演算の検証でより明確に算定可能である。断るまでもなくこの検討はマクロの見地からの蒸発の速度に関わる制御因子の検証である。

相変化に関わる気液界面の温度ジャンプについては液体金属の蒸発、結晶の形成、真空蒸着などに関連して研究が進んでおり、理論的には蒸発時

に気液界面の温度ジャンプの存在が明らかにされている^{(12),(13)}。この温度ジャンプは界面近傍から解放された蒸気分子が分子の自由平均行路で十数回の衝突を繰り返した後均一な速度場を形成するまでの層、即ちクヌーセン層を考慮したもので、界面からの分子流れがボルツマン方程式に従うとして解かれたD.A.LABUNTOSOV, A.P.KRYUKOV⁽⁹⁾の理論解析がある。界面からの分子速度ベクトル分布が半球形状で、クヌーセン層を通過後は空間分布が均一となり、この差を界面抵抗とする論である。この論は真空蒸着に注目して展開されたものであるが、蒸発も同様の思考が可能で、比較が可能である。ただしエネルギーの液界面でのゆらぎとポテンシャル障壁を考慮すべきで、この点の解明が待たれる。

2. 報告の概要

2. 1 報告内容の主構成と演算手順

本報告は上記で述べたよう核沸騰時に、界面で気液の温度が一致するか否かの数値的検討である。この検討は二つの部分で構成した。一つは均一場気泡成長曲線を用いて界面で温度ジャンプの存在の有無を確認すること、また同時に関連付けられた温度ジャンプと熱量から因子を抽出すること。次の部分は抽出された因子が熱および流体バランスから組み立てられる微少時間帯の連立方程式を満たして数理論的に整合性を有するか否か、また現象を表現可能か否かである。

一つ目の温度ジャンプの確認は新野ら⁽⁸⁾等の実験で既に確認されているPLESSET, ZWICK⁽⁵⁾の式が一定圧下の均一場気泡成長の実験データを十分に表現しているを事を根拠に検討を進めている。この成長曲線は気泡核生成の初期を除けばきわめて良く現象を表し、成長曲線の中に現象を律する因子を内在すると考えられる。因子を抽出するには気液界面の各々の温度を一つの成長曲線から求めて比較すれば良いが、以下に算出方法の思考パターンを概説する。

均一な過熱液中で気泡が成長する式が確定していると、この式を基に微少時間の区分で界面を挟んで液温度と蒸気の温度が各々独立に定まる。

共通して両温度に介在する要素は熱量であり、成長時間を細分化した微少時間を考慮すると、半径増加は位置する平均の半径と微少な増加体積を与える。増加体積は平均の球面から蒸発により気化したものである。

界面近傍の蒸気温度は圧力からの変換で求める。この圧力は気泡の増大によって周囲の液を排除する力(既に有している液の慣性力とも関わる)と表面張力、液の粘性力と関わり、算定可能である。即ち気泡の半径と半径の変化割合が関係する。また圧力が決まると増加した体積と潜熱から熱量が決まる。

ただし気泡内には温度場が時間経過と共に生ずる事となり、気泡内で蒸気の流動を考慮しなくて良いとすれば熱伝導で熱が伝わり、温度場状況を加味した密度変化で気泡体積の変化が見込まれる。従って繰り返し計算が必要である。

一方液界面の温度については球界面の半径方向、周方向の流動を考慮しながら蒸発に要した熱量を取り去れば良く、容易に求まる。

以上の計算を精度良く行い、気液界面の液の温度と蒸気の温度を比較し、ほぼ一致するのであれば従来の定説を裏づける事と成り、異なれば関わる因子の探索となる。

非定常の数値解はCN法, MCN法で極めて小さな誤差の範囲で計算できることが知られている⁽¹⁰⁾。本報告では数値演算を通じて気泡内部温度と液体界面温度の間の差の存在を指摘し、またこの差を温度ジャンプとして報告する。大まかに上記理論解析解⁽⁹⁾と比較の為に同時刻の熱量を温度ジャンプで除して同じ形とした。この割合は蒸発を律する因子で以後これを蒸発強度と呼ぶ、次元は熱伝達率と同じである。

二つ目の因子の検証は得られた因子が数理的に有意性を有するか否かの確認である。因子が熱流束を界面での気液の温度差で除して与えた事に注意すると、熱量を介した気液の温度差を与えた事になる。一方、気泡の半径増加の熱量が二つの温度、即ち界面の液温度と蒸気温度を支配しているので、微少時間内に因子を介在して閉じた方程式が成立する。従って方程式が有意な解を有するか否かが因子の存在の証明となる。

方程式は液側、蒸気側の2～1ステップ前の時間の温度及び位置を定数として、変数とし増加半径を当てれば良い。これにより圧力、温度、熱量および変化する液体の刻み間隔は全て変数の1次従属となるので半径変化のみの線形同時方程式となり、微少時間に対する増加半径が求まる。

初期条件として液に均一な過熱度を与え、因子を介在して方程式を解き最初の一個目の半径変化を求める。以降の時間ステップに於ける計算は前段の値を定数として与えれば良いが、解の半径変

化が蒸気体積および周囲液の温度場との整合性を保つために、並行して半径変化と界面の熱量を与えて熱伝導方程式の差分を求め、温度場と設定界面位置が線形方程式で求めた数値と同一と成るよう繰り返し演算する。これにより各時間毎に定まる半径から気泡の成長曲線が自立的に求まる。

ここで方程式が継続的に解を有し、併せて曲線が実験値の成長曲線との合致で蒸発強度の数値の大きさの検証が可能である。

2. 2 ラバントソフ等の理論式について

この蒸発強度と比較のための「まえがき」で述べたラバントソフ等の理論式(9)の結論を再掲する。解析解で温度ジャンプが蒸発時と凝縮時について各々求められており、蒸発時の温度ジャンプは(1)式、凝縮時には(3)式で以下のように表されている。ここに J は物質伝達率すなわち熱流束を示し、系の圧力と温度が一定とした解である。また、 T_s は液界面温度 T_∞ は遠方の蒸気温度である。

$$\frac{T_s - T_\infty}{T_s} = 0.443 \hat{J} \dots\dots\dots (1)$$

$$\hat{J} = \frac{1}{1-0.4} \frac{P_s - P_\infty}{P_s} \frac{1}{2(\pi)^{1/2}} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{T_s - T_\infty}{T_s} = -0.443 \hat{J} - 2.69 \hat{q}_1 \dots\dots\dots (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{J} = \frac{J}{(\rho_s c_s)} \quad , \quad c_s = (2 R_g T)^{1/2} \\ \hat{q}_1 = \frac{2}{5} \frac{q_1}{P_s c_s} \end{array} \right.$$

3. 界面温度の算定 (温度ジャンプの確認)

3. 1 基礎方程式

均一場気泡成長において気泡はほぼ完全な球形を保って成長するので、先に述べたように微小時間の半径増加から極めて容易に液界面温度と気泡内部の温度が独立に求められる。

即ち半径と半径増加より気泡内圧力、これより蒸気温度。一方増加体積から熱量、そして壁面から熱を取り去り、液界面温度の算出である。この操作は簡単に微小時間刻みで半径と前後時間の増加半径を与えることで求められる。

関係する方程式は以下の5つの式で、(4)式は実験データの再現に用いたPLESSET, ZWICK⁽³⁾の均一場に於ける気泡成長曲線であり、(5)式は熱

量で増加体積と潜熱で換算する。(6)式は球面の温度場を解く熱伝導方程式で、(7)式は内圧を与えるRAYLEIGHの式、(8)式は圧力と温度の換算を示すCLAPEYRON-CLASIUSの式である。

計算手順は重ねてフローチャートの形で後に示す。

$$R = \frac{\lambda \Delta T_{sat}}{L \tau_v} \left(\frac{12}{\pi \alpha} \tau \right)^{1/2} \dots\dots\dots (4)$$

$$dq = \frac{4}{3} \pi \frac{d}{d\tau} (R^3) d\tau \rho_s L \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{\alpha}{R^2} \frac{d}{dR} (R^2 \frac{dT}{dR}) + \frac{dq}{\rho_l c_p} \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{dP}{\rho_l} = R \frac{d^2 R}{d\tau^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{d\tau} \right)^2 + \frac{2\sigma}{\rho_l R} \dots\dots\dots (7)$$

$$dP = \frac{dT_{sat} L J_q}{T_{sat} (V_s - V_l)} \dots\dots\dots (8)$$

3. 2 温度場と界面位置変化の留意点

液界面から蒸発して生成した気泡内蒸気はこの時点の圧力に対する飽和蒸気とし、時間毎に同心球殻状に積層し、既に内側にある蒸気は圧力変化で過熱蒸気として存在し、温度変化による体積の変化があるとした。温度変化は同時間の熱伝導で求め、拡散するとした。

生成蒸気層が直前の球殻の外側に積層するが、微小時間内の熱量は既存蒸気界面の移動を考慮した正味の蒸気体積の増加量から求まる。

(4)式で表される気泡径は経過時間が極めて小さいと、径が小さく(7)式の表面張力から初期の気泡内温度は周囲過熱液温度以上の値の算定がされ、不自然である。この場合気泡内温度を過熱液温度に一致させて当座の演算を継続した。

3. 2. 1 差分式

液側界面の温度分布は気泡成長にともなって境界面の移動と液の消費があるため差分化された(6)式は液体の温度点間の距離変更が必要であり、この温度点の間隔の狭まりは平板に比してより多くの熱量を液界面から伝導で伝える。差分式はこの変化を考慮した。圧力に関係する(7)式は2ステップ前の液界面の半径と速度を要するが、この値は各々刻み時間内の平均の半径と速度を与えた。

さらに熱容量と伝導の同時性を保証するために陰差分近似し、マトリックスの演算はガウス-ジョルダン法により行った。差分の誤差と応答の検証は後に述べる。差分式は以下の形となる。

時間経過 P 個目の気泡半径

$$R_o^p = \frac{\lambda \Delta T_{\text{sat}}}{L \gamma_v} \left(\frac{12}{\pi \alpha} \cdot p \Delta \tau \right)^{1/2} \dots \dots (4)'$$

気泡内温度の階差式は圧力より求めて

$$\Delta q = \frac{4}{3} \pi \{ (R_o^p)^3 - (R_o^{p-1})^3 \} \rho_s L \dots \dots (5)'$$

$$\Delta P = \frac{4 \rho_l \{ (R_o^p)^3 (dR_o^p)^2 - (R_o^{p-1})^3 (dR_o^{p-1})^2 \}}{\{ (dR_o^p + dR_o^{p-1}) (R_o^p + R_o^{p-1})^2 \Delta \tau^2 + \frac{2 \sigma}{R_o^m} \}} \dots (7)'$$

$$\Delta T_{\text{in}} = \frac{\Delta P T_{\text{sat}} (V_s - V_l)}{L J_q} \dots \dots (8)'$$

ここで

$$\begin{cases} dR_o^p = R_o^p - R_o^{p-1} \\ dR_o^{p-1} = R_o^{p-1} - R_o^{p-2} \end{cases}$$

次式に微小時間間隔で失われる熱量を示す。

ここに R_o^{p-1} は修正後の前段気泡半径である。気泡内部の温度分布を求める階差式は以下に示すが、先に記したように気泡内部の温度変化により密度が変化し体積が変化する。刻み時間内の距離間隔の変化は増加体積に関係し熱流速に影響するので、温度、体積の関係を一致させるため、各区間に含む重量 dG_i を保存し、この時間内の熱移動と体積の変化は繰り返し法により求めた。

以下に気泡内温度の階差式を示す。

$$\left. \begin{aligned} R_o^{p-1} &= \left(\sum_{k=1}^m \Delta V_{s,k}' \right)^{1/3} \quad (m; \text{outer}) \\ r_{x,n} &= \left(\sum_{k=1}^n \Delta V_{s,k}' \right)^{1/3} \\ \Delta r_{x,n} &= r_{x,n} - r_{x,n-1} \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

ここで

$$\begin{cases} \Delta V_{s,k}' = dG_{i,k} / \rho_{s,k}' \\ \rho_{s,k}' = \rho(T_{s,k}') \\ dG_{i,k} = \Delta V_{si,k} \cdot \rho_{si,k} \quad (i; \text{initial}) \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} T_{s,1}^{p-1} \\ T_{s,2}^{p-1} \\ \vdots \\ T_{s,n}^{p-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_1 & \varphi_2'' & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \varphi_2' & \varphi_2 & \varphi_2'' & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \varphi_3' & \varphi_3 & \varphi_3'' & 0 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \varphi_{n-1}' & \varphi_{n-1} & \varphi_{n-1}'' \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \varphi_n' & \varphi_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{s,1}^p \\ T_{s,2}^p \\ \vdots \\ T_{s,n}^p \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \varphi_n = 1 - \left\{ \frac{r_{s,n} r_{s,n-1}}{\Delta r_{s,n}} + \frac{r_{s,n} r_{s,n+1}}{\Delta r_{s,n+1}} \right\} \frac{\alpha_s}{dV_{s,n}} \\ \varphi_n' = \frac{r_{s,n} r_{s,n-1}}{\Delta r_{s,n}} \frac{\alpha_s}{dV_{s,n}} \\ \varphi_n'' = \frac{r_{s,n} r_{s,n+1}}{\Delta r_{s,n+1}} \frac{\alpha_s}{dV_{s,n}} \end{cases}, \quad \alpha_s = \frac{3 \lambda_s \Delta \tau}{\rho_s c_s} \dots (10)$$

次に液体側温度の階差式を示す。中間時間の界面半径を R_x 、界面増加半径を dr 、一ステップ前の球殻刻みに含む体積 dV_i とすると、液外側への刻み境界半径 $r_{x,n}$ は以下になる。階差式も蒸気と同様である。

$$R_x = \frac{R_x^p + R_x^{p-1}}{2} \quad (\text{Time Average})$$

$$R_x^p = R_x^{p-1} + dr^p$$

$$\begin{cases} dV_{L,n} = \frac{3\pi}{4} \{ (r_{L,n}^p)^3 - (r_{L,n-1}^p)^3 \} \\ r_{L,n}^p = \left\{ R_x^3 + \frac{4}{3\pi} \sum_{k=1}^n (\Delta V_{\tau,k}^p + \Delta V_{\tau,k-1}^p) / 2 \right\}^{1/3} \\ \Delta r_{L,n} = r_{L,n} - r_{L,n-1} \quad \text{但し } \Delta V_{\tau,0} \text{ は 2 倍する} \end{cases} \dots (11)$$

$\Delta V_{\tau,k}^p$: For Thermal Capacity Section

$$\begin{cases} r_{\tau,1}^p = R_x^{p-1} + \Delta r_e / 2, \quad r_{\tau,0}^p = R_x^{p-1} \\ r_{\tau,n}^p = r_{\tau,n-1}^p + \Delta r_e \\ \Delta V_{\tau,n}^p = \{ (r_{\tau,n}^p)^3 - (r_{\tau,n-1}^p)^3 \} \frac{4}{3} \pi \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} T_{L,1}^{p-1} \\ T_{L,2}^{p-1} \\ \vdots \\ T_{L,n}^{p-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_{L,1} & \varphi_{L,1}'' & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \varphi_{L,2}' & \varphi_{L,2} & \varphi_{L,2}'' & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \varphi_{L,3}' & \varphi_{L,3} & \varphi_{L,3}'' & 0 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \varphi_{L,n-1}' & \varphi_{L,n-1} & \varphi_{L,n-1}'' \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \varphi_{L,n}' & \varphi_{L,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{L,1}^p \\ T_{L,2}^p \\ \vdots \\ T_{L,n}^p \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \varphi_{L,n} = 1 - \left\{ \frac{r_{L,n} r_{L,n-1}}{\Delta r_{L,n}} + \frac{r_{L,n} r_{L,n+1}}{\Delta r_{L,n+1}} \right\} \frac{\alpha_L}{dV_{L,n}} \\ \varphi_{L,n}' = \frac{r_{L,n} r_{L,n-1}}{\Delta r_{L,n}} \frac{\alpha_L}{dV_{L,n}} \\ \varphi_{L,n}'' = \frac{r_{L,n} r_{L,n+1}}{\Delta r_{L,n+1}} \frac{\alpha_L}{dV_{L,n}} \\ T_{L,1}^{p-1} = T_{L,1}^{p-1} + m q / dV_{L,1} \end{cases}, \quad \alpha_L = \frac{3 \lambda_L \Delta \tau}{\rho_L c_L}, \quad m = \frac{3}{4 \pi \rho_L c_L} \dots (12)$$

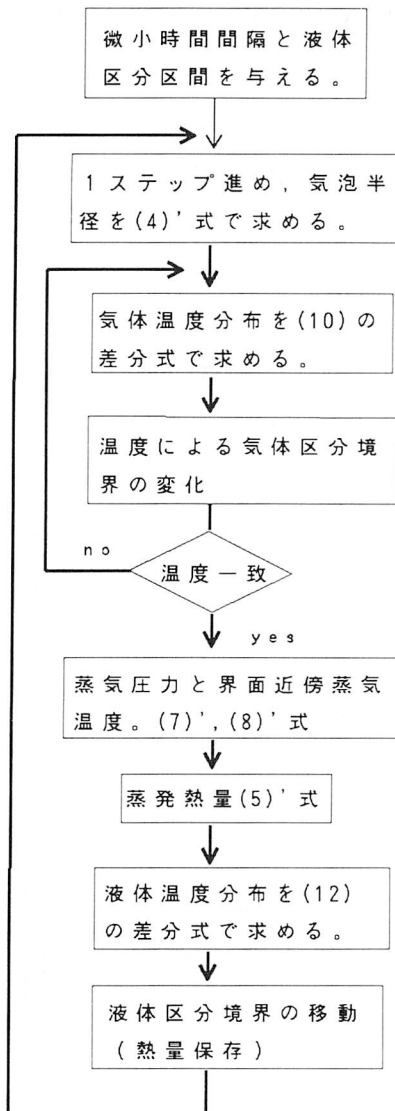
区分する体積を一定としたとき、計算進行の半径増加と共に刻み幅の極端な縮小があるため、一定刻み幅 Δr_e を与えて、再配置した。

$$\begin{cases} r_{\tau,1}^{p-1} = R_x^{p-1} + \Delta r_e, \quad r_{\tau,0}^{p-1} = R_x^{p-1} \\ r_{\tau,n}^{p-1} = r_{\tau,n-1}^{p-1} + \Delta r_e \\ \Delta V_{\tau,n}^{p-1} = \frac{3\pi}{4} \{ (r_{\tau,n}^{p-1})^3 - (r_{\tau,n-1}^{p-1})^3 \} \\ T_{L,n}^{p-1} = \left\{ \sum_{i=1}^i \xi_i \cdot \Delta V_{\tau,i}^{p-2} \cdot T_{\tau,i}^{p-1} \right\} / \Delta V_{\tau,n}^{p-1} \end{cases} \dots (13)$$

$$\text{ここで} \quad \Delta V_{\tau,n}^{p-1} = \sum_{i=1}^i \xi_i \cdot \Delta V_{\tau,i}^{p-2}$$

3. 2. 2 フローチャートその1

計算のフローチャートは(a)図に示す。



(a)図

3. 3 演算の誤差と応答の確認

本演算に於て液体と気体の界面温度の算定が重要である。気体界面温度は内圧から求めるため確定値を持つ。差分式はC N法を基本としたが液体界面温度の正当性の確認のため、完全陰差分、M C N法のプログラムも別途用意し、界面に妥当な熱伝達率を与え、時間刻みと区間刻みを様々に変え、同時に非定常の理論数値解 (Fourier, Bessel 展開式) と比較し応答性、誤差の確認をしている。この確認計算は界面で熱伝達率ではなく熱量を与える事、球面基礎半径が変化しない点が現象模擬と異なるがC N法の計算結果で十分に妥当性確認できた。為に本報告はこの手法に依った。

以下に気泡成長の実験値から得られる陰差分の計算結果を示すが、上記の確認の経過の中で時間と距離の刻みを設定し、液の区間間隔 (Δr_e) を $2\mu\text{m}$ 、刻みの時間間隔 ($\Delta \tau$) として $1.3\mu\text{s}$ を用いた。

3. 4 演算結果

3. 4. 1 温度ジャンプ

図1に過熱度 40°C の結果を示す。蒸気温度と液体温度は全く独立に求めているが、作図上で液と蒸気の界面温度を印をつけて結び同一時刻毎に温度場を1本の曲線で示している。縦軸に温度を、横軸に半径を、傾斜軸に時間を示し、上方より時間をずらして描いた。ただし、液側のスケールは5倍して描いてある。演算結果は明かに液界面の誤差を考慮にいれても、界面近傍の蒸気温度と異なり、液体と気体の境界位置で温度の差異が確認できる。図でこの差異をThermal Gapとした。この差異は内部温度に比しオーダーが一桁多く明確である。成長のごく初期において小さな気泡径は表面張力の影響で液側表面温度より高く算定され、熱流の方向と逆転し非現実的であるが、この初期を除いて過熱度を変えた他の条件の計算に於いても明かに気液界面に温度差があり、液側界面温度が高い。また内部の高温蒸気は熱伝導で周囲に熱拡散するが、この影響は時間後半で微少である。この章でこの温度差の存在を指摘する。

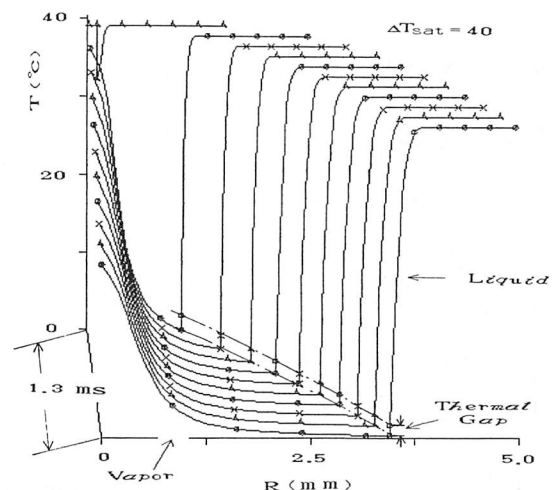


図1 気泡内蒸気温度および周囲液体温度

3. 4. 2 蒸発強度の存在

次に、同時刻毎の熱量を界面における温度差で除し、値を各種の過熱度について図2に示す。明

らかにこの値は過熱度、時間経過に関わりなくほぼ一定値を持つ、この事実は極めて重要で、沸騰時に界面での熱流束が温度差と定数の積で表されることを示す。この比の値（蒸発強度とする）が現象支配因子を想定させる。断るまでもなく、界面での律速因子の存在の明示である。

次に「まえがき」で述べたラバントソフ等の理論式と比の値の比較を行う。値はほぼ $1.67 \times 10^3 \text{ KW/m}^2\text{K}$ ($0.4 \times 10^{-3} \text{ Kcal/mm}^2\text{s}^\circ\text{C}$)である。これはほぼ核沸騰の限界熱流速として実験的に求められている値のオーダーとも一致する。またラバントソフ等式をもとに大気圧の水で求めた凝縮係数は $1.87 \times 10^3 \text{ KW/m}^2\text{K}$ ($0.44 \times 10^{-3} \text{ Kcal/m}^2\text{s}^\circ\text{C}$)に近い値であり、同蒸発の理論式の値のほぼ1/3程度となっている。この章の二つめの指摘はこの蒸発強度の存在である。

文献(9)の理論式で蒸発はクヌーセン層外方で平均速度を零とし、凝縮の式が速度を考慮した違いと考えられるが、先に述べたエネルギー障壁の課題が残る。

次の章で蒸発強度の検証を行う。既に述べたように方程式群は閉じた系を形成する。従って微小な時間刻みで確定した増加半径が温度場、熱量等を満足して一義的に定まる。初期値として周囲液の過熱度と時間間隔を与えて方程式を解く。ただし、図2を根拠に蒸発強度を一定とし、基準として先の差分演算で得た定数値 $1.87 \times 10^3 \text{ KW/m}^2\text{K}$ を用いる。なお著者の実験^{(14),(15)}はオーダは同一であるが気泡内温度を飽和温度とした為に更に小さな定数値を提示している。

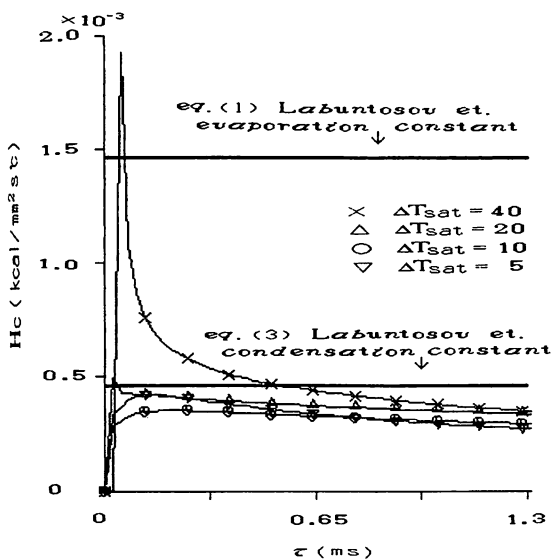


図2 蒸発強度の存在

4. 蒸発強度を用いた気泡成長曲線 (蒸発強度の確認)

4. 1 気液界面における方程式の組立

前章の指摘から、界面での蒸発量もしくは熱量は蒸発強度に界面の温度ジャンプと表面積を乗じて表現され、この熱量は体積増加の量に等しい。従って単純な下記の式となる。

$$A_f H_c (T_{sf} - T_i) \Delta \tau = \pi \{ (r + dr)^3 - r^3 \} L \rho_s \\ = \Delta Q \dots (14)$$

ここに T_{sf} は液界面温度で設定微小時間内の温度降下を考慮した平均値であり、球面からの熱流束、即ち増加半径 dr の関数である。一方 T_i は界面近傍の蒸気温度で周囲液体の排斥力に関わりを持ち、同様に増加半径 dr の関数である。右辺は体積増加の熱量である。

4. 1. 1 線形方程式と差分式

ここで液側と蒸気側の温度差に対して蒸発強度 H_c を定めると界面面積 A_f (dr の関数) と関係し、(14)式は半径変化のみに関わる方程式として求まる。なお、 T_{sf} に界面に接する液体の1区間を含む。以下に温度と表面積及び熱量、加えて方程式の補足説明を行う。

蒸気温度はレイリーの式、クラジウスクラペイロンの式を導入して定まるが、(8)'式と同形で飽和蒸気としている。右辺の熱量は前章と同様に気泡内部の熱伝導による温度変化と密度を考慮して1ステップ前の半径を求め、この外側に生成した蒸気質量から求めて(5)'式と同じである。

界面の液体温度は熱伝導と熱容量を考慮して求めるが、前章と同様に界面の移動による液側刻み幅の変更を考慮するため区間の微小体積を一定として、半径増加に従って刻み幅 $\Delta \varepsilon$ が同時に縮小とした。微小時間内の熱伝導に関わる温度として液界面より一区画奥の温度を前段の値で定数とした。階差式として(11)'に示す。なお、液表面温度および表面積は時間間隔の中間の値で、係数はまとめて下に記す。

$$T_{sf}^p = \frac{F T_{sf}^{p-1} + \frac{C}{2} (R_x + 2\Delta \varepsilon) R_x (\Delta T_2^{p-1} - \frac{\Delta T_{sf}^{p-1}}{2}) - \frac{\Delta Q}{\rho_L C_L}}{F + C(R_x + 2\Delta \varepsilon) R_x / 2} \dots \dots \dots (11)'$$

ここで

$$R_x = r + dr/2$$

関係方程式の階差式(8)', (11)'を(14)式に代入

すると、半径増加 dr に対して連立方程式は以下の形の線形同時方程式となる。

$$\begin{aligned} & (r + \frac{dr}{2})^2 (dr + dr') (r + dr)^2 \\ & \times \{ F \Delta T_{sf}^{p-1} + \frac{1}{2} C (\Delta T_2^{p-1} - \frac{\Delta T_{sf}^{p-1}}{2}) (r + dr + 2\Delta\epsilon) (r + dr) \\ & \quad - D \{ (r + \frac{dr}{2})^3 - r^3 \} \} \\ & - A \{ (r + \frac{dr}{2})^3 dr^2 - r^3 dr'^2 \} (r + \frac{dr}{2})^2 \\ & \quad \times \{ F + \frac{C}{2} (r + dr + 2\Delta\epsilon) (r + dr) \} \\ & - B \{ F + \frac{C}{2} (r + dr + 2\Delta\epsilon) (r + dr) \} \\ & \quad \times (r + \frac{dr}{2})^2 (dr + dr') (r + dr)^2 \\ & = E \{ (r + dr)^3 - r^3 \} (dr + dr') (r + dr)^2 \\ & \quad \times \{ F + \frac{C}{2} (r + dr + 2\Delta\epsilon) (r + dr) \} \\ & \quad \dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{T_{sat}(V_s - V_l) \rho_l}{L J_q} \frac{1}{\Delta\tau^2} \\ B &= \frac{T_{sat}(V_s - V_l)}{L J_q} 2\sigma \\ C &= \frac{3\lambda \Delta\tau}{\rho_l c_p} \frac{1}{2\Delta\epsilon}, \quad \Delta T_{sf}^{p-1} = T_{l,sf}^{p-1} - T_{sat} \\ & \quad , \quad \Delta T_2^{p-1} = T_{l,2}^{p-1} - T_{sat} \\ D &= \frac{L \rho_s}{\rho_l c_p}, \quad r = R_o^{p-1} \\ E &= \frac{L \rho_s}{3 H_c \Delta\tau}, \quad \Delta\epsilon = \frac{\Delta R_e}{2} \end{aligned}$$

$$F = (r + \frac{dr}{2} + \Delta\epsilon)^3 - (r + \frac{dr}{2})^3$$

上記の式で係数 F の中に変数を含む括弧を外し、変数(dr : x 微小時間における気泡成長半径の増加分)について展開し、式(15)は9次の連立方程式に書き換えられる。ここで $\Delta\epsilon$ も変数の関数となるが、一時的に定数とし繰り返し計算で変数との整合性を計っている。

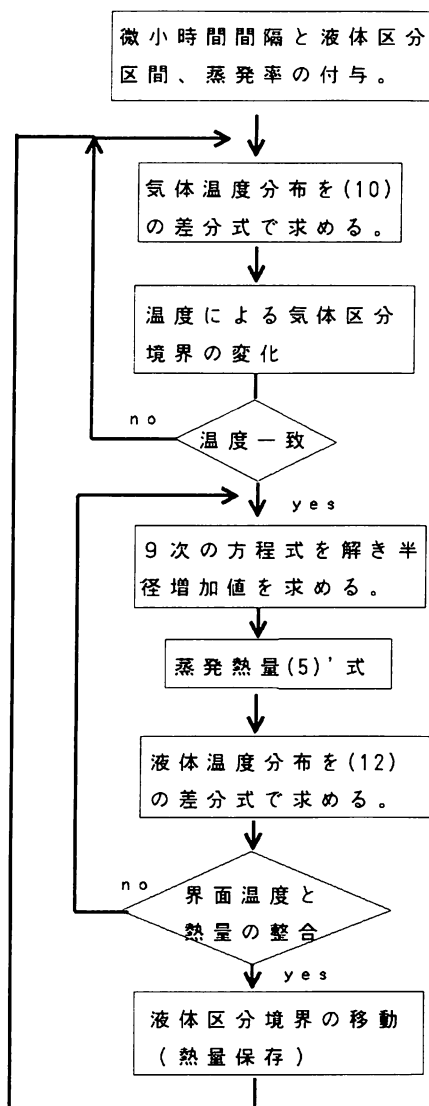
$$\begin{aligned} & A_0 dr^9 + A_1 dr^8 + A_2 dr^7 + A_3 dr^6 + A_4 dr^5 \\ & + A_5 dr^4 + A_6 dr^3 + A_7 dr^2 + A_8 dr + A_9 = 0 \end{aligned}$$

方程式はニュートン・ラフソン法を用いて解いた。これにより半径変化を求めるが方程式で定数とした近接位置の温度場は変化し、整合性を保つため以下の差分解の結果を繰り返し代入し演算微小時間内の定数の保証をしている。

4. 1. 2 フローチャートその2

先に述べたように、界面を含む液側および蒸気内部の温度場は微小時間内の半径変化 dr を基にマトリックスを用いた陰差分式により独立に求められるが、同様に方程式解 dr の界面の条件(解の

中に蒸気、液の界面温度を含む)を満足する必要がある。なを本解析は蒸発に伴う界面での液体の減少、粘性による気泡内部圧力への寄与は液体の慣性力、表面張力に比して小さいとし無視した。演算のフローチャートは蒸発強度を求めた場合とほぼ同様であるが(b)図に示す。



(b)図

4. 2 初期臨界気泡径と蒸発強度の検討

前章で得られた蒸発強度の定数を用いて任意の初期臨界気泡核 R_{crt} と過熱液温度を与えて演算を実行すると、方程式は解を持たないか負の半径増加値を有する。エネルギーバランス及び質量バランスのみで成立した方程式は自然を表現している。従って前章で得られた定数は現象を表現していない。方程式が有為な解を持つために新たな定数を調べる。実験条件の各過熱度で蒸発強度と臨界気泡径を個々に定数で与え、気泡内部温度が

系の温度近くまで降下する間に方程式が継続的に成立するか否かを検討した。

4. 2. 1 臨界気泡径、蒸発強度と解の成立

過熱液中で解を持つための条件は気泡内の温度が界面の過熱液より低いことが必要条件となる。従って臨界気泡径は表面張力を考慮して、ある大きさを持った数値を予め与えることになる。次に気泡成長中は放出する熱量に関して界面温度差を要し、熱放出時の液界面温度降下、体積増加割合からの蒸気温度を同時に満足しなければならない。高速な蒸発は液からの反力で蒸気温度を高くし、一方液側からの放熱で界面液温度は降下し温度差を小さくする。これは相反する小さな熱流束と温度差の大きな蒸発を誘導する。成長初期の小さな気泡径で気泡内温度が高いとき、表面張力の効果が大きいと増加する体積と双方の界面温度を満足して方程式が成り立つ蒸発強度の値の確認は特に大切で、従って定数としたHc値の確認が大切である。以下に述べるように小さ過ぎる蒸発強度は小さな液面の温度降下と必要とする熱量で大きな矛盾する温度差を要求し解は値を持たない。また大きすぎる値は極端な温度降下と矛盾する高い気泡内温度を与え成長が現実的ではない。

図3に過熱度40℃の状態ではHcとRcrtを個々に与えた演算結果を示す。×印が演算の成立を示し、臨界気泡径近くでは予想値に比較してはるかに小さな蒸発強度の値を与えたときのみ演算可能である。蒸発強度が 4×10^{-6} (Kcal/mm²s)を越えると図のよう次第に大きな初期気泡径で成り立つ。過熱度の減少は成立する臨界気泡径の増大とより大きな蒸発強度での演算成立を可能とする。しかし、いずれの過熱度においても気泡成長初期の蒸発強

度は先に求めた予想値よりはるかに小さく、小さな値を持つ必要がある。

ここで、前章で求めた大きな数値が成長過程の大部分で満足する事を考慮すると、この値は成長の初期に於いて急速に増大し、ほぼ一定値とならなければならない。表面張力の影響を考慮すると気泡核生成直後の気泡成長は小さな値で比較的緩やかに成長し、気泡内圧が表面張力の影響の少なくなる以後に急速な成長を行うこととなる。仮定の域を出ないが、蒸発を同一温度での分子ポテンシャルの分布で考えると、気泡核生成直後の気泡内の高いポテンシャルを持つ蒸気分子と液界面の分子のポテンシャルの関係で界面から放出する粒子が制限され、また粒子放出の直後の平均して低いエネルギー分布を有する液界面のエネルギー場が逆に蒸気粒子の飛び込みで粒子放出を制限し高い熱抵抗を、また気泡が大きくなり蒸気圧が下がるとこの制限はエネルギー障壁のみとなり、小さくなり早い蒸発速度となると考えられるが、本報告の意図した範囲を越えるため検討は次回以降とし、演算解が存在し（現象の存在で肯定される）、演算が継続する必要条件として係数を検討した。

4. 2. 2 蒸発強度の関数形

様々な仮定式を用いた試し計算の結果、成長過程の方程式が解を有し、なめらかな成長曲線を得る係数値の変化は以下ようになった。

気泡径が小さく表面張力の効果が大きな区間で蒸発強度が指数関数的に小さくなる形、式(16)で与えた結果が計測値を満足した。この付加係数の指数部は系の支配因子としての表面張力が、系の圧力に近いと急速に1となる形である。係数式では表面張力の圧力に相当する過熱度 $\Delta T \sigma$ に置き換えてある。

$$K = 1 - \text{Exp}(-2/\Delta T \sigma) \dots\dots\dots (16)$$

この圧力効果の項は同時に気泡成長の成長遅れを算出した。ここに用いた常数値2は根拠の薄いものであり、改めて検討が必要であるが、係数式の形は臨界気泡径近傍よりいずれの過熱度でも演算が成立する。これ以外の線形式では項数が多くなり、しかも多くは振動し有為な解を持たなかった。この形は温度一定状態で個々の分子の有するエネルギー分布と同形で界面エネルギーの関与が考えられる。また常数値2のオーダーから離れた数値は成長曲線と離れた結果を生み、この近辺以外の常数値の存在は妥当ではない。

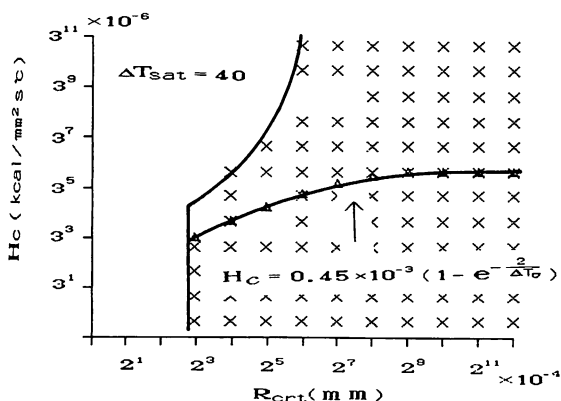


図3 解の成立条件—初期気泡径と蒸発強度

実験値を十分に表現したと考えられた(4)式は少なくとも気泡成長の初期の段階で現象を表現していないことが明確である。高温面と低温面の温度差を起動力として蒸発が生じ、熱移動があるとなると、気泡内の蒸気温度は成長初期の高温から急速に飽和温度近くに降下するため、気液の温度差の急激な増大を生み出す。一方液界面の温度降下があるため、比較的大きな温度差を許容して妥当なバランスする熱流束を与える成長初期の小さな蒸発強度が受け入れられなければならない。ただし表面張力の物性値として圧力対応の飽和液の数値を使用しているが、もしこの物性値に本質的な違いがあれば含めて再吟味が必要である。

5. 成長曲線の演算結果

本演算で仮定として用いているものは蒸発強度と臨界気泡核の大きさである。従って蒸発強度を先に示した関数式で与えて、最初に成立する臨界気泡核から気泡成長の全過程の計算が成り立つか否か、成長形状の再現が可能か否かが重要問題である。以下に結果を述べる。

5.1 気泡内蒸気及び過熱液温度分布

図4は過熱度40度における気泡内蒸気温度の分布と界面近傍の飽和液の温度分布を示したもので、温度分布の図示は蒸発強度の存在のもとで、考慮した他の条件全てを満足して気泡成長の解が存在した事を示す。座標は縦が温度、横軸が気泡径で、傾斜軸が経過時間を示す。温度ジャンプは気泡径の増大と共に小さくなるが、この時間経過では界面に1度以上の温度ジャンプが存在している。他の過熱度における演算結果も同様の傾向を示す。

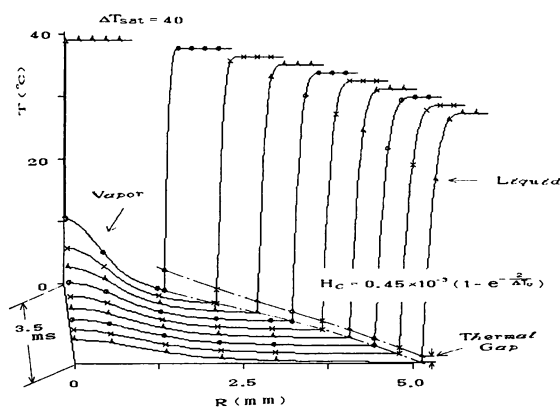


図4 演算による気泡内蒸気および周囲液体温度

5.2 成長曲線の結果

図5は4種類の過熱度に対して、気泡径と時間の関係を実験値との比較で示したもので、演算値は実験値の曲線をほぼ満足している。

図6に計算で得られた成長初期の部分を拡大して示す。図に示すように成長は指数関数的振舞いを示し、FORSTER, ZUBERUE⁽⁶⁾の球面熱吸収のある熱伝導問題の解と同じ傾向を示す。

初期に与える気泡核は過熱度で異なり、過熱度

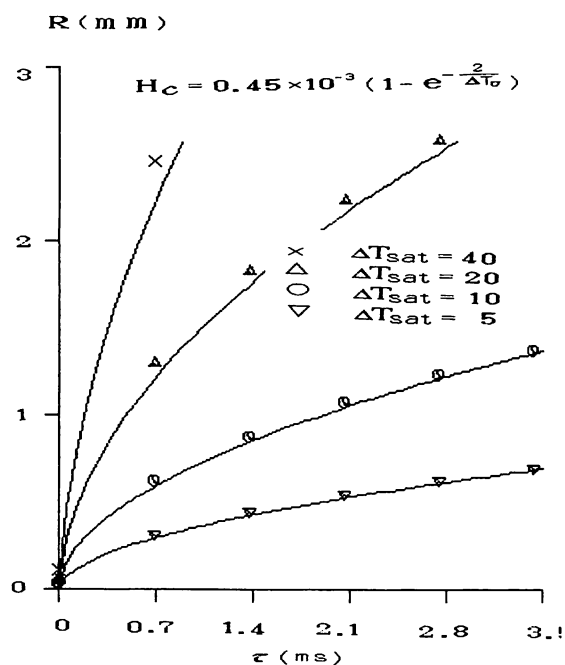


図5 確認演算による気泡成長曲線

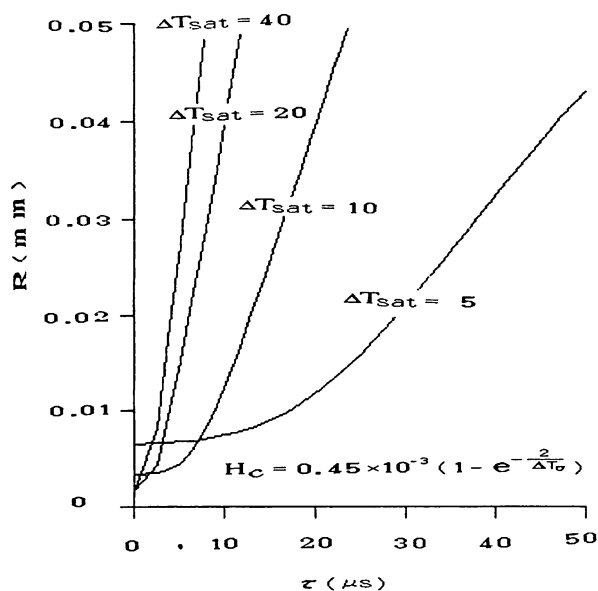


図6 初期成長曲線—時間と気泡径

が大きくなると気泡核は小さいが、その後の成長で逆転する。表面張力の変化割合の大きな初期の成長区間で熱量と温度差のバランスから図のような指数関数的振舞いが要求され、この形以外に継続した解を持たない。

5. 3 蒸発強度の変化

図7に時間経過と各過熱度における蒸発強度の変化を示した。図にみられるように付加係数の影響の範囲は気泡成長のごく初期の期間に於てであり、図6に示した気泡成長の指数関数的振舞いの区間に対応するが、通常の現象の観察の範囲ではこの区間の観察は難しく（最近の超高速ビデオで可能）、初期を除いて蒸発強度をほぼ一定と見なしでもよい。付加係数の存在は現象の成立に必要であり、係数式の形、数値の意味の検討は今後の課題としたい。

なお、蒸発強度が存在すると不均一場の核沸騰に於いても成立すべきであり、球形気泡部の外に気泡底部の薄膜の蒸発を重ねて検討すれば良く、実験的に伝熱面の温度降下と比較検討が可能である。この報告は次回以降とする。また、定常減圧下の蒸発強度は同様の手法で検討可能で系の圧力変遷で蒸発強度の値の変化が予測される。ただし、減圧下の気泡成長の詳細なデータの存在が前提条件となる。これらのデータは以前に散見したが著者は十分な吟味を行っておらず、十分吟味の上今後の検討としたい。

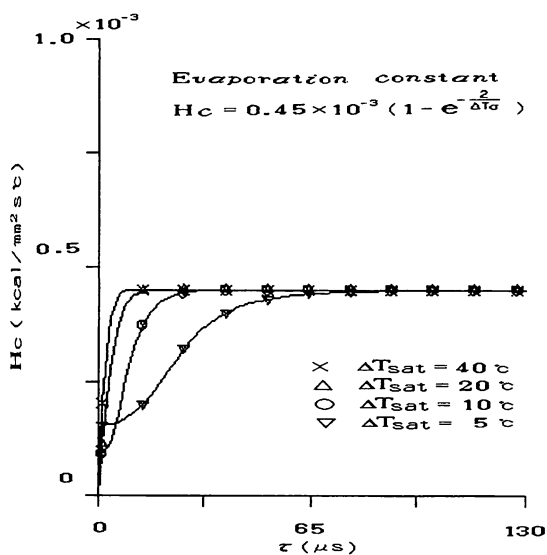


図7 初期の時間経過と蒸発強度の変化

6. 結 言

著者の論文^{(14),(15)}で示された界面の温度ジャンプ又は熱抵抗の確認のため、均一場における気泡成長の実験値 (Presset-Zwickの式) から、気液界面の温度差の確認を行った。結果として温度ジャンプが存在が確認できた。また、この温度ジャンプを用いて蒸発強度（現象支配因子）を求めた。この数値は大まかにはLabuntsovらの指摘する数値の凝縮時の値に近い。

次に、蒸発強度を用いて気泡成長の半径増加に関わる方程式を誘導した。方程式を解くことで蒸発強度の数値について検討を加えた。数値は気泡成長の後半において定数値に近いが、初期の臨界核近傍の生長期間で方程式の成立（現象の成立）のためには蒸発強度を小さく見積る係数が必要で、報告では表面張力による気泡内圧に対応して定数値を変更した。定数値を小さく見積る係数は結果として気泡成長の遅れを示した。

おわりに、この報告の範囲は因子として蒸発強度の存在を明示したものであるが、本質的にこの因子は気液の相変化に関わるもので、まえがきの後段で述べたように液分子の温度状態で定まる分子のエネルギー分布状態、分子間引力と結合状態の変遷を考慮したエネルギー障壁、クヌーセン相内の蒸気分子と液界面の捕捉等を考慮して分子統計力学的検討が必要であろう。従ってこの報告は気泡核発生の初期に近い状態から、気泡内圧の降下に応じて変化する因子をマクロ的視野で示した事となる。

付 記

気泡成長の初期の遅れは著者の論文^{(14),(15)}のデータ中、温度降下の初期の遅れで一部現れていると見られるがより詳細な観察可能な装置とし、検討を考慮中である。また本論文は1992年の⁽¹⁾の講演論文に加筆し、作成したが、同様の数値解析を不均一場に拡張し一部を公表⁽¹⁶⁾している。詳細の報告は以降とする。

参 考 文 献

- (1) 関根 日本機械学会 講演概要集 No.912-1, 1-3 (1992.10)
- (2) 長坂 機論 43-366 (1977), 668-675
- (3) 宮武, 田中 機論, 48-426 (1982), 355

-
- (4) Rayleigh, L. Philos, Mag., 34 (1917), 94.
(5) M.S. Plesset & S.A. Zwick, J. Appl. Phys., 23 (1952), 95
(6) H.K. Forster & N. Zuber, J. Appl. Phys., 25 (1954), 474
(7) Mikic, B.B. 他 2, Int. J. Heat Mass Transfer, 13 (1970), 657.
(8) 新野, 戸田, 江草, 機論, 39-319 (1973), 955.
(9) D.A. Labuntsov & A.P. Kryukov, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 22, p989, (1979)
(10) 齊藤武雄 「数値伝熱学」養賢堂 4～6章
(11) 日本機械学会編, 沸騰熱伝達と冷却 (平成元年)
(12) O. Knacke & I.N. Stranski, Met. Phys. 6, 181-235, (1956)
(13) M. Muraki & K. Oshima, ISAA Report No. 518 (Vol. 39, No. 15), (1974)
(14) 関根, 第31回 日本伝熱シンポ, 札幌, Vol. I, 52-54, (1994)
(15) 関根, 機論投稿中 No. 95-1426
(16) 関根, 第30回 日本伝熱シンポ, 横浜, Vol. III, 844-846, (1993)

(平成7年11月15日受理)