

数学教育方法改善の試み

— 数学演習問題管理システムのための関数描画システムの開発 —

上 木 政 美*

The Improvements of Teaching Method in Mathematics - Development of a System to Plot Graphs of Functions for a Control System for Mathematical Exercises -

Masami UEKI

要 旨

ハイパーカード上で動く関数描画システムを開発した。このシステムは数学演習問題管理システムを補助するためのスタックである。マッキントッシュ上で数学演習問題管理システムと同時に立ち上げ、学習者の理解を助けるために使う。また3次元関数教材を授業で扱うときに理解の補助として有用である。その構造、効果等を報告する。

Abstract

We developed a system which runs on HyperCard to plot graphs of functions. This system is a stack to help a control system for mathematical exercises. It is used to help learners and is used with the control system for mathematical exercises on Macintosh computer. Also, it is useful when we teach learners about 3-dimensional function in class. We report its structure, an effect and so on.

1. はじめに

昨今はいろいろな数式処理ソフトがでまわり、その性能もすばらしいの一言につきる。マックOS、ウィンドウズ95上では幾つものソフトを立ち上げることができ、私も教育・研究のアシスタントとして重宝させてもらっている。本システムは数学演習問題管理システムを補助する立場で機能を限定し手軽に使えることを主眼として開発された。ハイパーカードのスタックとしてつくられており、2次元・3次元の主な関数の概形を描画できる。市販の数式処理ソフトが高価である現実から、学生に使わせる場合、著作権問題を考慮しなくていいのが利点でもある。

2. 主な機能

主な2次元・3次元の関数の概形を描くことができる。数学演習問題管理システムを使って勉強するとき、関数教材のアシスタントとして利用す

る。教師が利用するときは黑板に関数の概形を描くのが困難なとき、例えば偏微分教材の極値判定等で理解の補助として学生に提示して使うのがいいだろう。言語はハイパートークで記述しており、3次元の関数（特に陰線処理）を描くときはやや遅いが平面図形は高速で描けるので実用に充

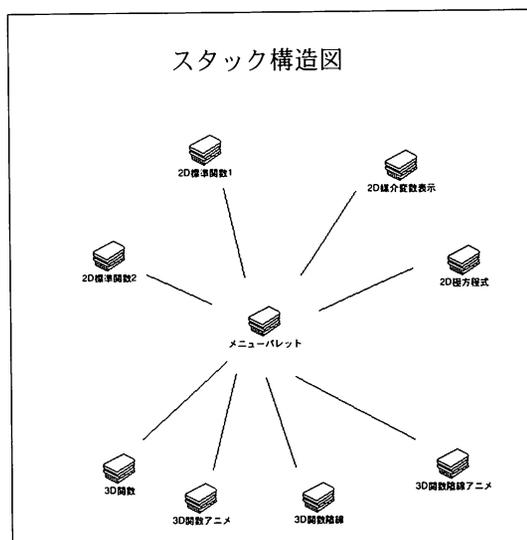


図1 スタック構造図

* 助教授 一般教科

分である。また、ハイパーカード上のスタックなので、ハイパーカードのすべての機能が使える。例えば、描画されたグラフに数値や文字などを加えることもできるし、ページめくり機能を駆使すれば3次元の関数の概形がよくわかる。

3. スタックの構造と関数例

図1に示すように高専において4年生までにでてる主な関数の概形を描くことができる。メニューパレット(図2)を最初に立ち上げ必要な関数のスタックに移動してから方程式を入れグラフを描く。

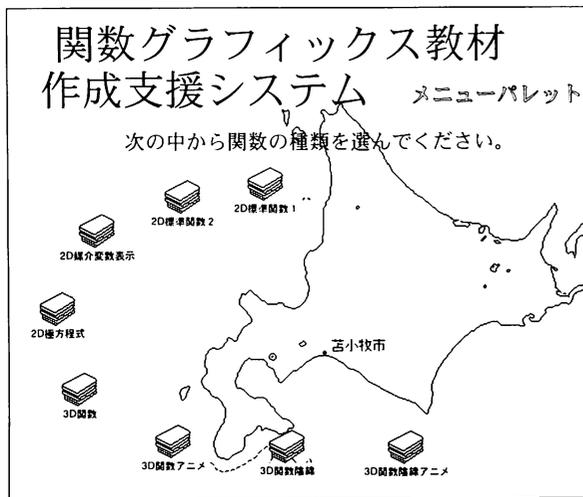


図2 メニューパレット

ありふれた関数だが1年次では2次関数、分數関数、無理関数、指数対数関数、三角関数、2年次では微分の関数の概形の学習で参考になるだろう。

※ 2次元で表される関数

1) $y = f(x)$ 形, $y = f(x)/g(x)$ 形

例 $y = \frac{x^3 + x^2 + 4}{x^2}$ (図3)を示した。

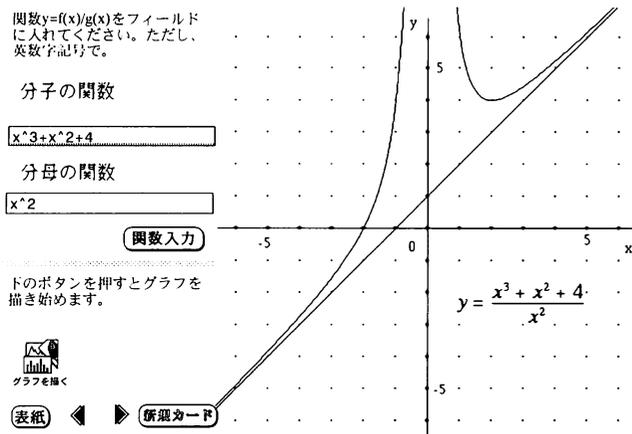


図3 陽関数例

2) パラメータ表示形

例 $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (図4)を示した。

2年次微分の応用の学習で参考になるだろう。

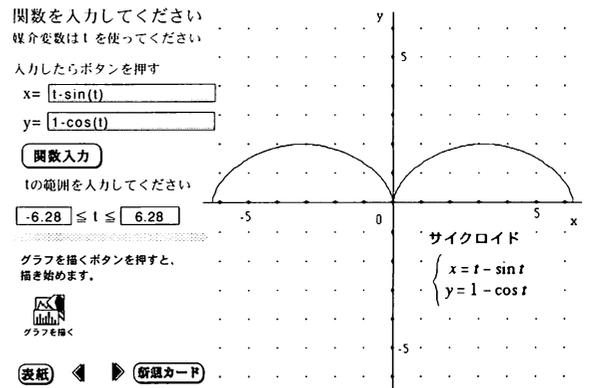


図4 媒介変数の関数例

3) 極座標表示形

例 $r = \sqrt{\theta}$ (図5)を示した。

3年次微分の応用の学習で参考になるだろう。

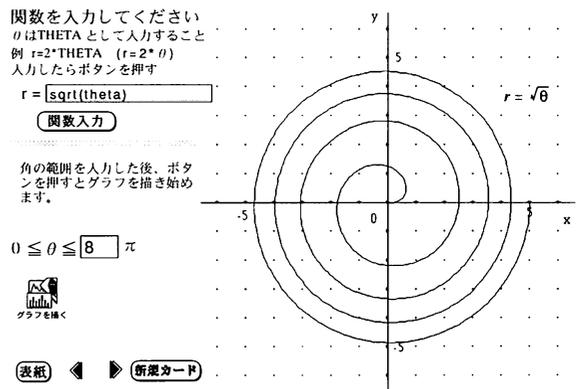


図5 極座標表示の関数例

※ 3次元で表される関数

例として2つの関数を示した。

$$1) Z = \frac{3 \cos\left(\frac{x^2 + y^2}{2}\right)}{x^2 + y^2 + 2} \quad (図6)$$

$$2) Z = \sin x + \cos y \quad (図7)$$

1つは陰線処理もしてある。この形の関数は黒板やノートにフリーハンドで描画することはかなり困難であり、本システム等で描画したほうがいい。また陰線処理ではかなりの時間をようするものもあるので、授業中には不向きの場合もある。

4. ま と め

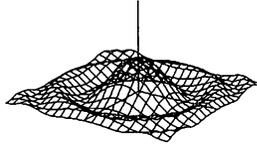
図9が本システムと演習問題管理システムとを同時に立ちあげたときの例である。このように本システムは単独で使用するより、他の教材と併用することでその効果を高めることができる。現在数学演習問題管理システムは問題数充実に向け、学生の協力を得ながら成長中である。またハイパーカードの特徴である音声や動画も入れた自習教材開発を検討中である。将来は、教師指導型のハイパーカードによる数学学習統合環境の提案を目指したい。マッキントッシュはネットワーク対応のマシンでありローカルトーク上ではこのシステムを他のマシンでも使用できる。時代の流れからいって、インターネット等のグローバルなネットワークにも対応せざるを得ないだろう。しかし、教育の原点が人間対人間であることを忘れないように発展させていきたい。

最初に必要なデータを入力して下さい。

視	X	45
点	Y	30
	Z	20
範囲		4

関数を入力してボタンを押してください。

Z = $3 \cdot \cos((x^2+y^2)/2)/(x^2+y^2+2)$
関数入力



グラフを描くボタンを押すと、描き始めます。



グラフを描く

表紙 ◀ ▶ 新規カード

$$z = \frac{3 \cos\left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)}{x^2+y^2+2}$$

図6 2変数関数例

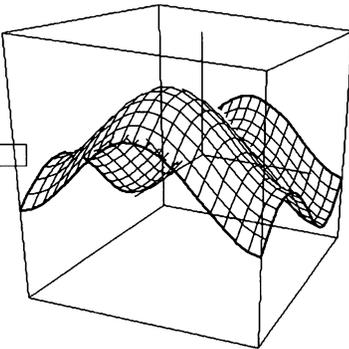
最初に必要なデータを入力して下さい。

視	X	13
点	Y	7
	Z	5
範囲		3

BOXを描く? 1

関数を入力してボタンを押してください。

Z = $\sin(x) + \cos(y)$
関数入力



グラフを描くボタンを押すと、描き始めます。



グラフを描く

表紙 ◀ ▶ 新規カード

図7 2変数関数例(陰線処理)

しかし、このシステムでは以前に描いたものを保存し簡単に呼び出せるので、授業などで提示するのに適している。

さらにこれらの関数は視点等によって図形のみえかたが異なり、最適なものを見つけるには、試行錯誤が必要な時もある。特にハイパーカードの特徴であるページめくりの機能をつかえば、 $z = f(x, y)$ 形の関数の概形をいろいろな方向から眺めた図をアニメーション的にきりかえることができる。3D関数アニメ、3D関数陰線アニメのスタック(図2)は関数を色々な方向から見た図を描くスタックである。自動的に視点をz軸のまわりに30°ずつ変化させ、関数の概形を12枚の図にした1つのスタックを完成する。これは、その関数の空間でのイメージを正確にとらえる助けになり、偏微分教材で極値等を説明するとき有用である。

関数 $Z = \frac{1}{(x-1)^2 + y^2 + \frac{1}{2}}$ (図8)について

12枚連続のアニメーション例を示した。画面上で見るときは数秒の内に12枚の画面が切り替わり、z軸のまわりに回転しているように見え、関数の概形が良くわかる。

3D関数陰線アニメーションの例

Z軸まわりのアニメーションを作成します。最初に必要なデータを入力して下さい。

視点のZ座標	5
Z軸と視点の距離	14
関数の描画範囲	3
BOXを描く?	0

関数を入力してボタンを押して下さい。

Z =
 (関数入力)

グラフを描くボタンを押すと、描き始めます。

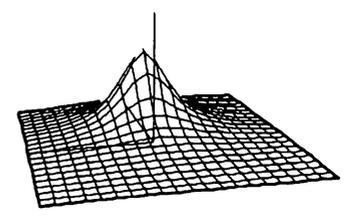
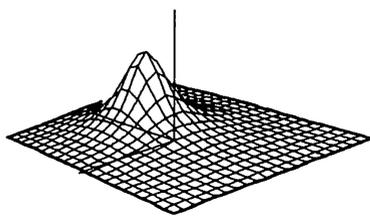
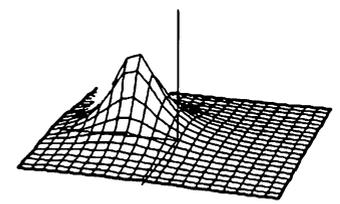
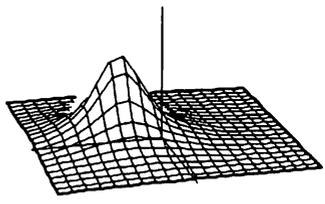
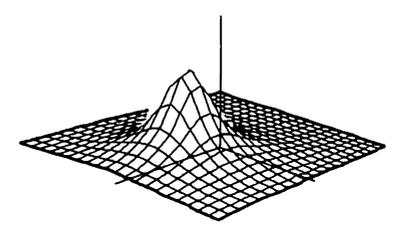
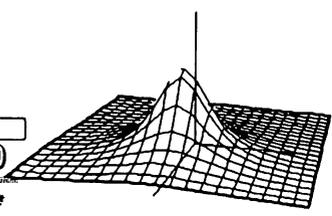


図8の1

3D関数陰線アニメーションの例

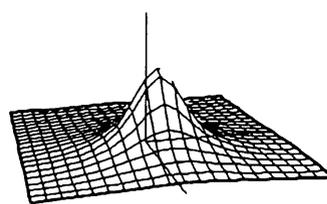
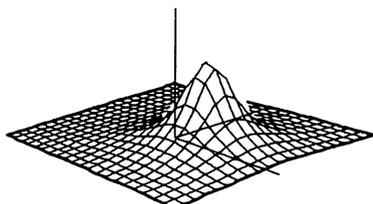
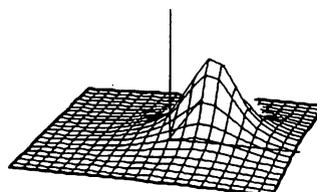
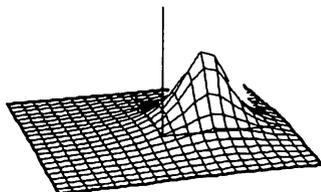


図 8 の 2

図9 学習時の画面例

参考文献

- 1) 掌田津耶乃著 応用 HyperCard ビジネス アスキー
- 2) 掌田津耶乃著 実習 HyperCard ビジネス アスキー
- 3) インターアクティブ著 はじめての Macintosh [11] ハイパーカード編 BNN
- 4) 掌田津耶乃著 怒涛のHypertalk アスキー 出版局
- 5) 掌田津耶乃著 究極のスタックメイキング アスキー出版局
- 6) 大重美幸著 Hypertalk 2.0 ハンドブック BNN
- 7) HyperCard Script Language Guide (日本語版) アジソン・ウエスレイ
- 8) 鷺見正人著 HyperCard一目瞭然 BNN
- 9) ダニー・グッドマン著 ハイパーカード スタックウェア 開発技法 (上、下) BNN
- 10) Dan Winkler, Scott Knaster共著 Hypertalk 2.0 クッキングブック BNN
- 11) アンテナハウス著 Hypertalkスタンダード マニュアル 技術評論社
- 12) 上木政美著 数学演習問題管理システム マニュアル
- 13) 上木政美著 関数描画システムマニュアル

(平成9年11月28日受理)