

振動台上に設置された実験箱の振動—そのⅡ— —解析結果の検討—

澤田知之*・能町純雄**・近藤 崇***・田中健司****

Vibration Behavior of Sand-Box on the Shaking Table —Ⅱ— —Examination for the Results of the Numerical Analysis—

Tomoyuki SAWADA, Sumio G. NOMACHI, Takashi KONDO and Kennji TANAKA

要 旨

本論文は、表記題目の既発表¹⁾に於ける解析結果の変位及び各解析軸に対するモーメントについて報告するものである。

Abstract

Adding to the previous paper, in which the numerical analysis of displacements and moments for the each axis had been discussed, we tried to prove into the each effort.in this paper.

1. まえがき

既往発表¹⁾等では、振動台上に設置された実験箱に対する2次元弾性論による動的解析解についてその解の工学的妥当性の確認の為に、関数の性質及び収束の程度についての計算結果について述べた。本報告は、その固有周期の存在を含む周波数特性を従来の実験データを基にして解析的に検討を進めたものであり、振動台を動かした際の箱の解析対象面の変位モード及び各解析軸に対するモーメントの結果について検討を加えたものである。すなわち、装置全体の分解能の検討、実験値に影響すると考えられる振動実験台自体の特有の性質、つまり、固有振動数の有無とその範囲等の検証する為の基礎的解析結果を述べたものである。

* 教 授 環境都市工学科
 ** 名誉教授 北海道大学
 *** 助 手 環境都市工学科
 **** 室蘭工業大学

1. 解析式

今、図-1 示す解析対象について以下のような基本微分方程式求められている。

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = \rho h \omega^2 u_0 \sin \omega t \quad (1)$$

ここで、 ω (radian/sec) は入力加速度の円振動角速度である。

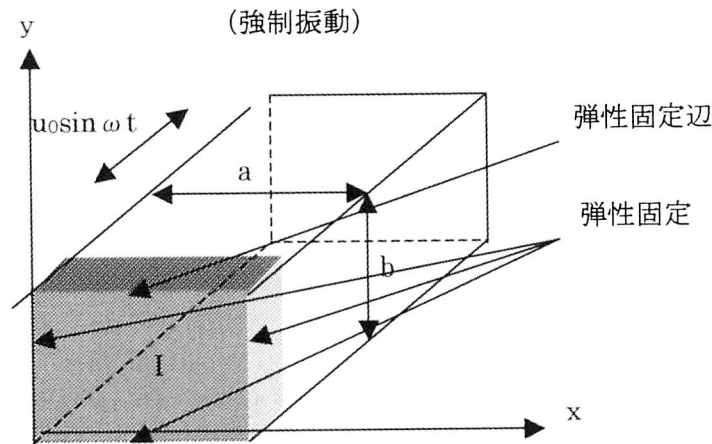


図-1 解析一般図

よって図-1の板 I では、板のたわみを w とすると既発表¹⁾ より (1) 式に $\sin \frac{m\pi}{a}x \cdot \sin \frac{n\pi}{b}y$ を (Integration kernel) 積分核とする積分変換を施せば、その逆変換として、次の強制振動解が得られる。

$$\begin{aligned} w = & \frac{4}{ab} \sum_m \sum_n \frac{\sin \omega t \cdot \sin \frac{m\pi}{a}x \cdot \sin \frac{n\pi}{b}y}{D \cdot \Omega_{mn}} \left[\frac{ab \rho h u_0 \omega^2 (1 - (-1)^m)(1 - (-1)^n)}{\pi^2 mn} \right. \\ & + \frac{m\pi}{a} \left\{ (-1)^m S_n \left[\left(\overline{M}_x \right)_{x=a} \right] - S_n \left[\left(\overline{M}_x \right)_{x=0} \right] \right\} + D \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^3 + (2-\nu) \frac{m\pi}{a} \cdot \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\} \\ & \times \left\{ (-1)^m S_n \left[\left(\overline{w}_{ay} \right) \right] - S_n \left[\left(\overline{w}_{by} \right) \right] \right\} + D \left\{ \left(\frac{n\pi}{b} \right)^3 + (2-\nu) \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \left(\frac{n\pi}{b} \right) \right\} \\ & \left. \times \left\{ (-1)^n S_m \left[\left(\overline{w}_{xb} \right) \right] - S_m \left[\left(\overline{w}_{xa} \right) \right] \right\} \right] \quad (2) \end{aligned}$$

ここで、

$$\Omega_{mn} = \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\}^2 - \frac{\omega^2 \rho h}{D} = \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\}^2 - \lambda^2$$

また上式中、

$$\overline{M}_x \sin \omega t = M_x \quad , \quad \overline{w}_a \sin \omega t = w_a \quad , \quad \overline{w}_b \sin \omega t = M_b \quad , \quad \lambda^2 = \omega^2 \rho h / D$$

$$S_n \left[\left(\overline{M}_x \right)_{x=a} \right] = \int_0^b \left(\overline{M}_x \right)_{x=a} \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y dy$$

$$S_n \left[\overline{w}_a \right] = \int_0^b \overline{w}_a \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y dy$$

$$S_n \left[\left(\overline{M}_y \right)_{y=b} \right] = \int_0^a \left(\overline{M}_y \right)_{y=b} \cdot \sin \frac{m\pi}{b} x dx$$

$$m, n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{整数}$$

又、振動台の入力変位を $u_0 \sin \omega t$ とすといま、振動台による板Ⅰの応答

を考えると、板Ⅰは側板Ⅱ、Ⅲと底板Ⅳと接合され、上辺 ($x=a$) は自由辺となっている。

板Ⅰの x, y 方向断面の直応力による曲げモーメントを M_x, M_y とし、せん断力によるモーメントを M_{xy} とすれば、

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2)$$

$$M_{xy} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3)$$

$$R_x = -D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

$$\text{ただし、} D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

E : 板の弾性係数 (kgf/cm²)

h : 板厚 (cm)

ν : 板のポアソン比

2. 解析概要

板の変位 w を求めるプログラムを作成し、データを入力し、以下に示す 4 本の境界条件式と各計算諸元から、4 元連立方程式を作り、これを解くことによって、変位 w を求める式中の A_n, A_n', B_m, B_m' 等の未知数が決定する。その結果を用い、今度は ξ, η に関する各点における変位 w を求めるという形で定性的に解析を進め、板の変位 w を動的解析により求める。また、板の変位 w を求めるプログラムでは、以下の境界条件式における各境界値を厳密解と収束解の組み合わせで求めることとしている。このマトリックスを簡単に示すと次のようになる。

$$\begin{vmatrix} a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} \\ aa_{n1} & aa_{n2} & aa_{n3} & aa_{n4} \\ b_{m1} & b_{m2} & b_{m3} & b_{m4} \\ bb_{m1} & bb_{m2} & bb_{m3} & bb_{m4} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A_n \\ A_n' \\ B_m \\ B_m' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{vmatrix} \text{ (荷重項)}$$

本来はここで、

$$\begin{vmatrix} a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} \\ aa_{n1} & aa_{n2} & aa_{n3} & aa_{n4} \\ b_{m1} & b_{m2} & b_{m3} & b_{m4} \\ bb_{m1} & bb_{m2} & bb_{m3} & bb_{m4} \end{vmatrix} = 0$$

という固有振動特性方程式を作り、 ω の固有値解析が必要なのですが、今回はその固有値を 1~8Hz、10Hz、15Hz、20Hz とし、各周波数を定めて計算を行った。

3. 境界条件式

$y=b$: 弾性固定辺

$$\begin{aligned} M_x &= 0 & (\text{i}) \\ R_x &= 0 & (\text{ii}) \quad (\text{ただし、} \xi = 1.0) \end{aligned}$$

$y=0$ で底板との接合を次のように仮定する。

$$M_x = K_0 \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{iv}) \quad (\text{ただし、} \xi = 0)$$

$x=0, a$ で側板との接合部を上式にならい

$$M_x = K_1 \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{vi}) \quad (\text{ただし、} \eta = 1.0)$$

4. 計算諸元

計算諸元は、 $a=80\text{cm}$ 、 $b=50\text{cm}$ 、 $h=0.8\text{cm}$ 、 $E=5.0 \times 10^4 \text{kg/cm}^2$ 、 $\rho=9.0 \times 10^{-4} \text{kg/cm}^3$
 $\nu=0.3$ 、 $\omega=25 \text{radian/sec}$ 、 $u_0=4.0\text{cm}$ 、 $K_1=0$ 、 $K_0=0$ 、 $m=11$ 、 $n=11$ である。
また、上記の各条件式、(ii) を第 1 行に、(i) を第 2 行に、(iv) を第 3 行に、(vi) を第 4 行としてマトリックス表示した。以下にそのマトリックスを示す。

$$\begin{vmatrix}
-D\frac{1}{b\lambda}P_{nk}^s(1.0) & D\frac{b}{\pi^2}Q_n^s(1.0) & 0 & 0 \\
-D\frac{1}{b\lambda}P_{nk}^s(1.0) & D\frac{b}{\pi^2}Q_n^s(1.0) & -D\nu\frac{P_m^s(1.0)+P_{m'}^s(1.0)}{a\lambda} & -D\nu\frac{P_m^s(1.0)-P_{m'}^s(1.0)}{a\lambda} \\
-D\frac{1}{b\lambda}P_{nk}^s(0)-K_0\frac{1}{b\lambda}P_{nk}^s(0) & D\frac{b}{\pi^2}Q_n^s(0)-K_0\frac{b}{\pi^2}Q_n^s(0) & -D\nu\frac{P_m^s(1.0)+P_{m'}^s(1.0)}{a\lambda} & -D\nu\frac{P_m^s(1.0)-P_{m'}^s(1.0)}{a\lambda} \\
\nu\frac{1}{b\lambda}P_{nk}^s(1.0) & -\nu\frac{b}{\pi^2}Q_n^s(1.0) & -D\frac{P_m^s(0)+P_{m'}^s(0)}{a\lambda}-K_1\frac{P_m^s(0)+P_{m'}^s(0)}{a\lambda} & -D\frac{P_m^s(0)-P_{m'}^s(0)}{a\lambda}-K_1\frac{P_m^s(0)-P_{m'}^s(0)}{a\lambda}
\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}
\frac{S_n[(\overline{M}_x)_{x=a}]}{D}(=A_n) \\
\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 S_n[\overline{w}_a](=A_n') \\
\frac{DS_m[(\overline{M}_y)_{y=0}]-S_m[(\overline{M}_y)_{y=b}]}{2D}(=B_m) \\
\frac{DS_m[(\overline{M}_y)_{y=0}]+S_m[(\overline{M}_y)_{y=b}]}{2D}(=B_m')
\end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix}
\frac{1}{a^3}\rho hu\omega^2 \cdot \text{sum}2 + \frac{1}{ab^2}(2-\nu)\rho hu\omega^2 \cdot \text{sum}4 + D\frac{1}{b\lambda}(1-\nu)P_n'''(1.0) \\
D\frac{1}{b\lambda}(1-\nu)P_n''(1.0) \\
\frac{1}{a}\frac{1}{D}K_0\rho hu\omega^2 \cdot \text{sum}2 - \frac{1}{b\lambda}(1-\nu)P_n(0) + D\frac{1}{b\lambda}(1-\nu)P_n'(0) + K_0\frac{1}{b\lambda}(1-\nu)P_n'(0) \\
\frac{1}{b}\frac{1}{D}K_0\rho hu\omega^2 \cdot \text{sum}2 - \nu\frac{1}{b\lambda}(1-\nu)P_n''(1.0)
\end{vmatrix}$$

5. 解析結果及び考察

5-1 計算結果

前節の4で示した4元連立方程式を作成した計算プログラムより求め、算出された境界値 A_n, A_n', B_m, B_m' の一例をここに示す。

周波数：4.0Hz

境界値：

$$\begin{aligned}
A_n &= -1.410 & A_n' &= 1.744 \times 10^{-2} \\
B_m &= -7.291 \times 10^{-1} & B_m' &= 7.292 \times 10^{-1}
\end{aligned}$$

5-1 計算結果

この様にして求めた境界値を変位 w を求める解析式に入れ、無次元化した距離 ξ と η の値を0.1刻みで区切り、板を基盤の目状して、対応する各点における変位を計算した。以下に、周波数を1～8Hz、10Hz、15Hz、20Hzと変えた場合の変位の分布を図－2～5に示すが、図－5の結果は、分布図を視覚的に捉える為、3次元的に表している。

また、同様に周波数を変えた場合の板Ⅰの x, y 方向断面の直応力による曲げモーメントを M_x, M_y 、せん断力によるモーメントを M_{xy} を求めた結果を図6～38に示す。これも同様に3次元的に示している。

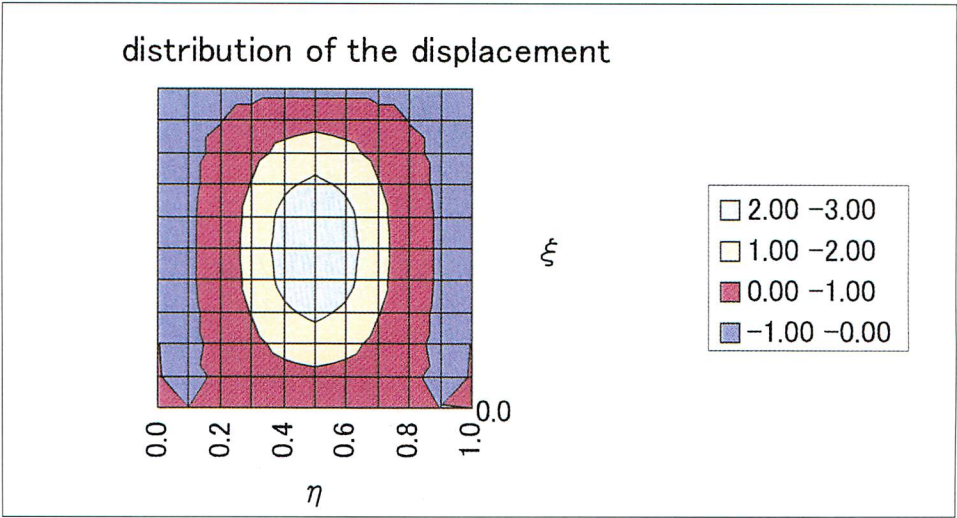


図-2

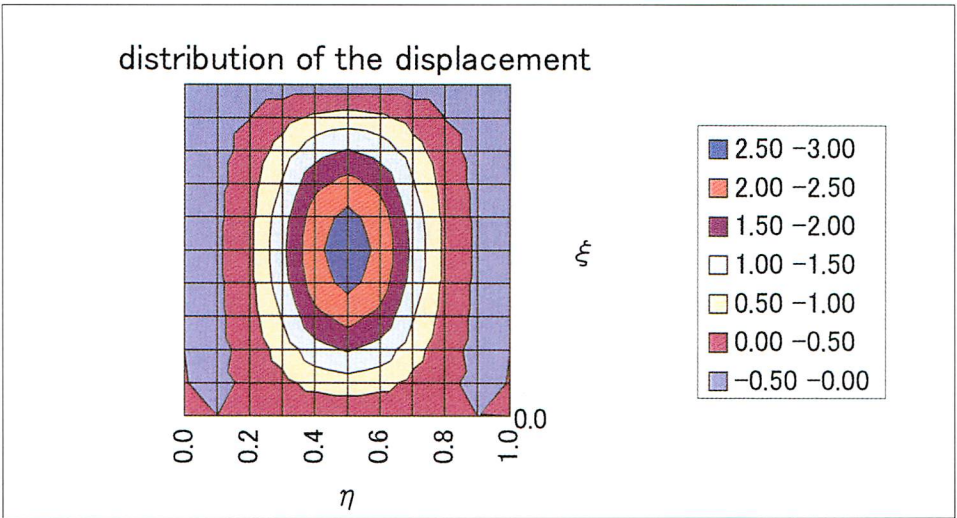


図-3

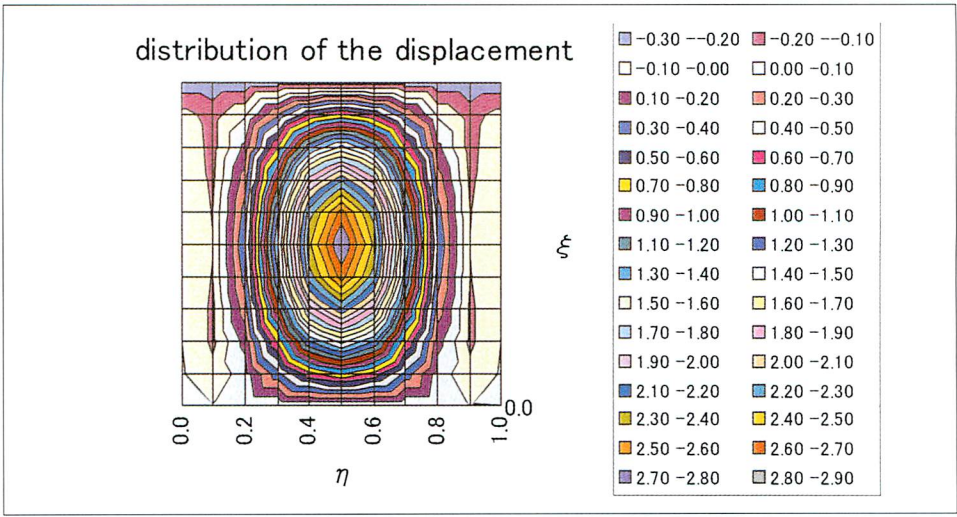
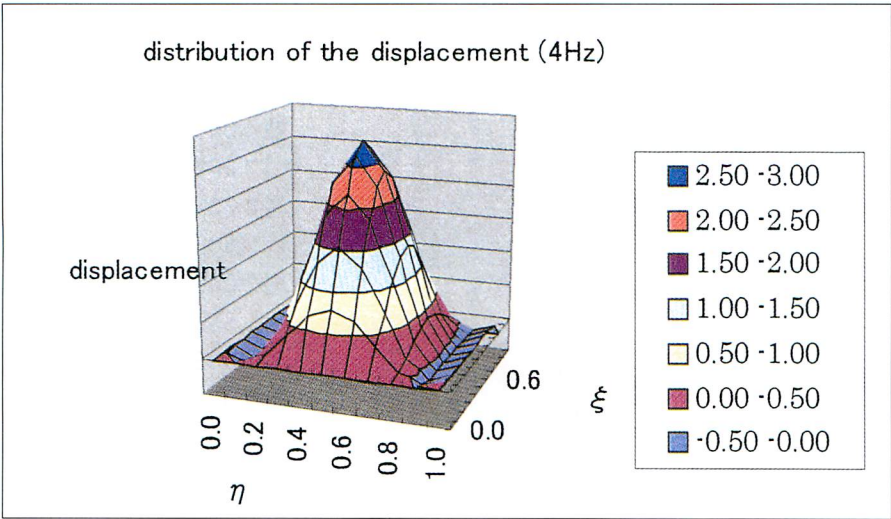
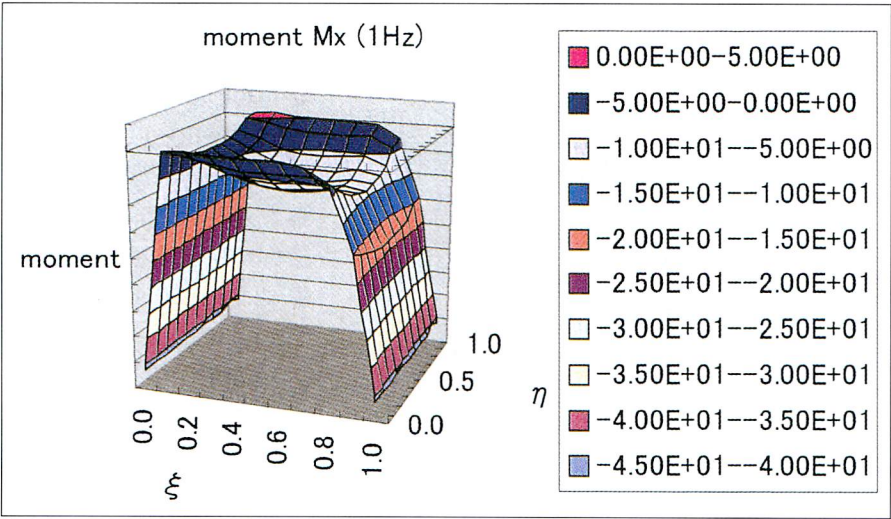


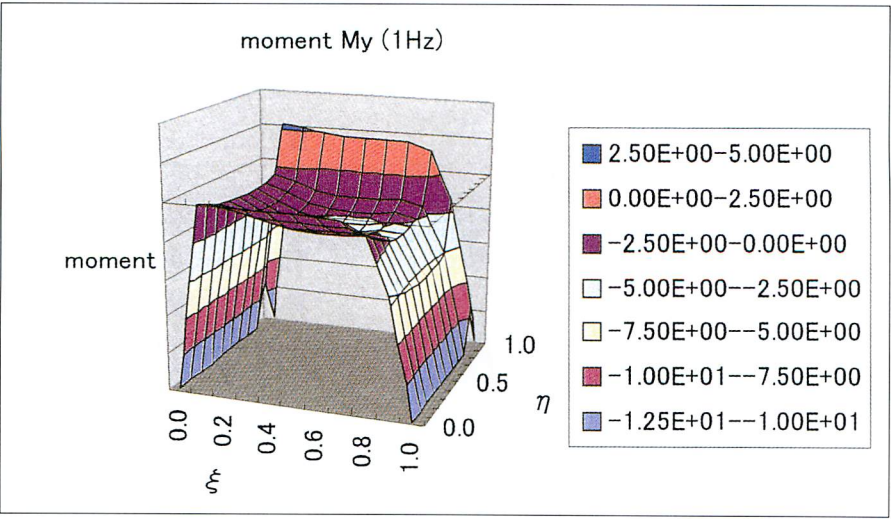
図-4



図－5



図－6



図－7

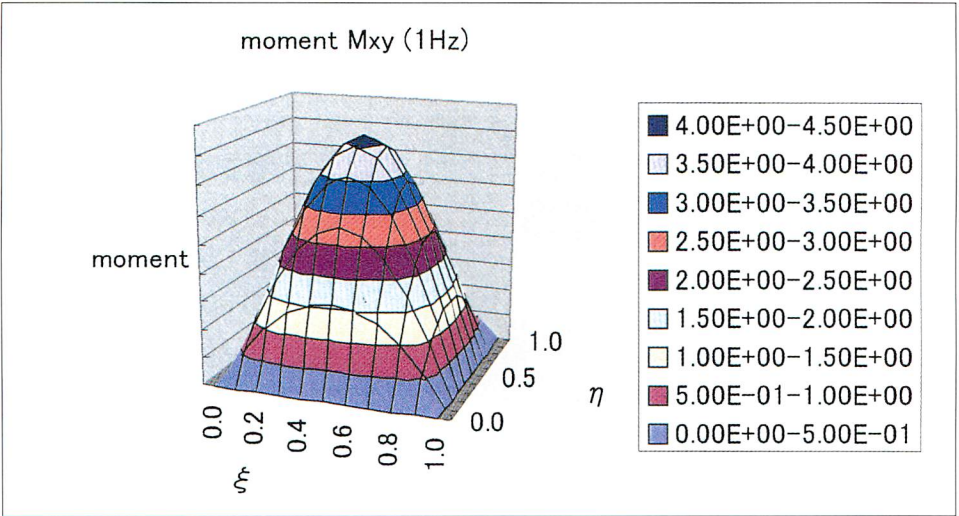


図-8

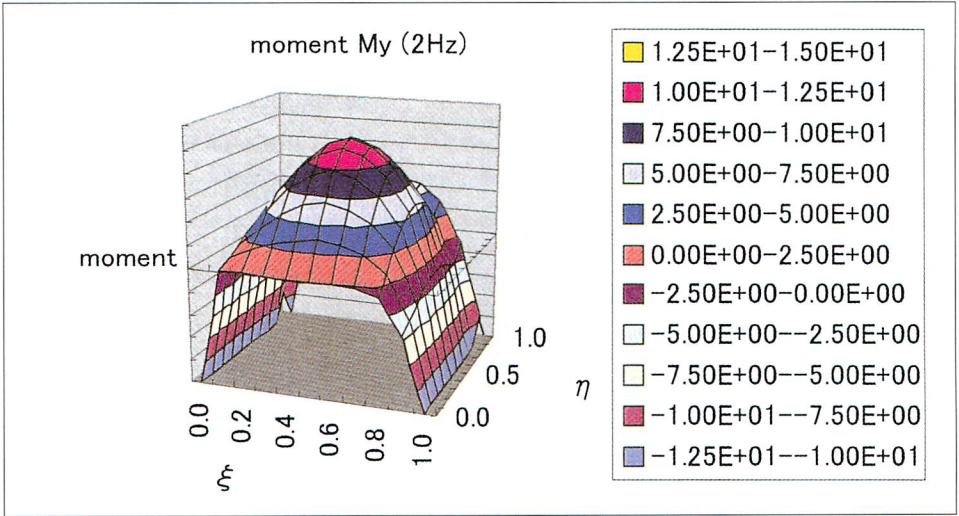


図-9

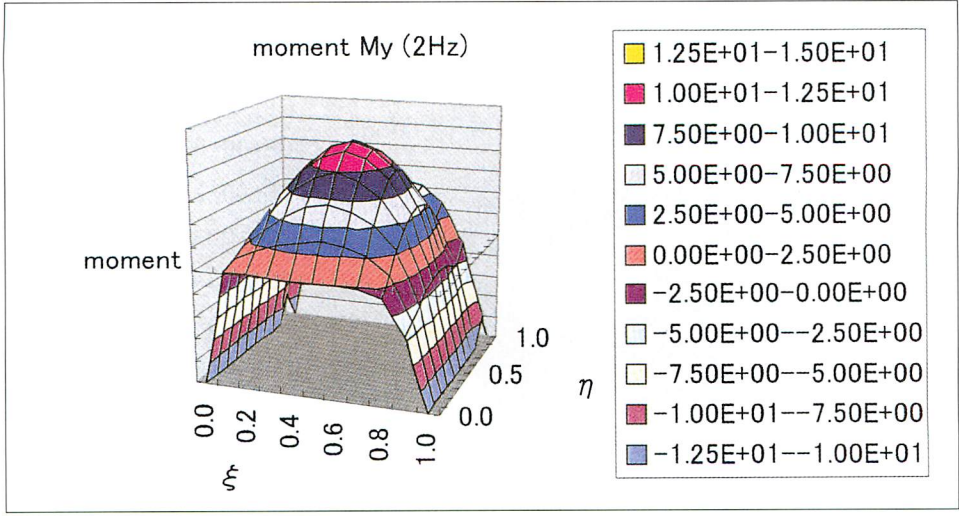


図-10

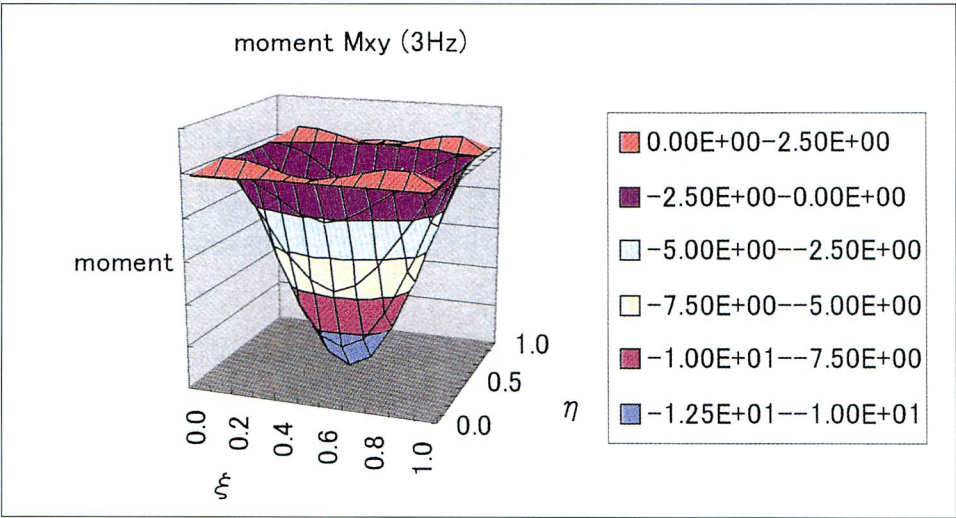


図-11

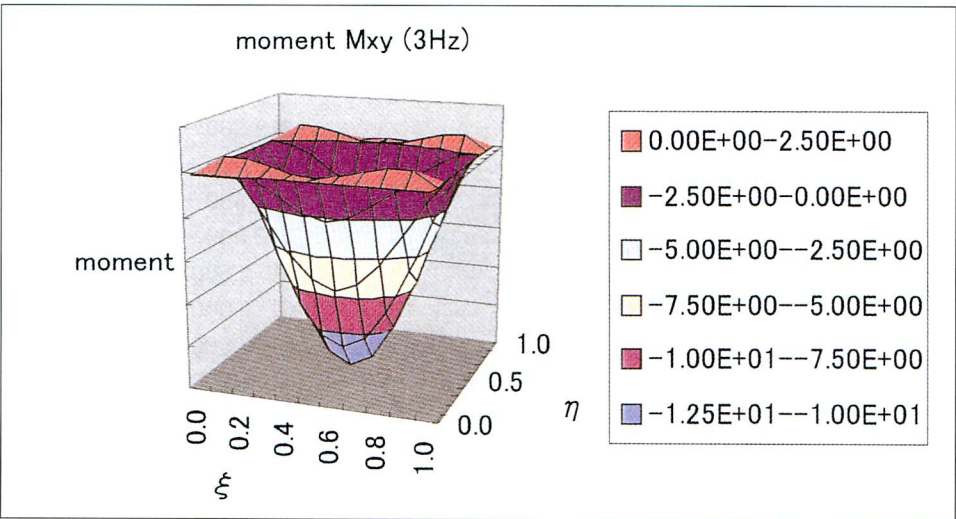


図-12

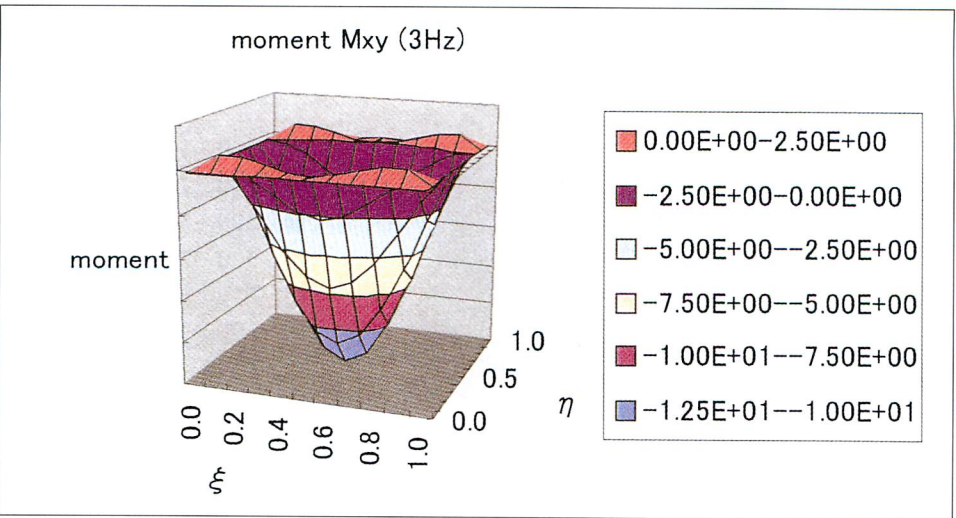


図-13

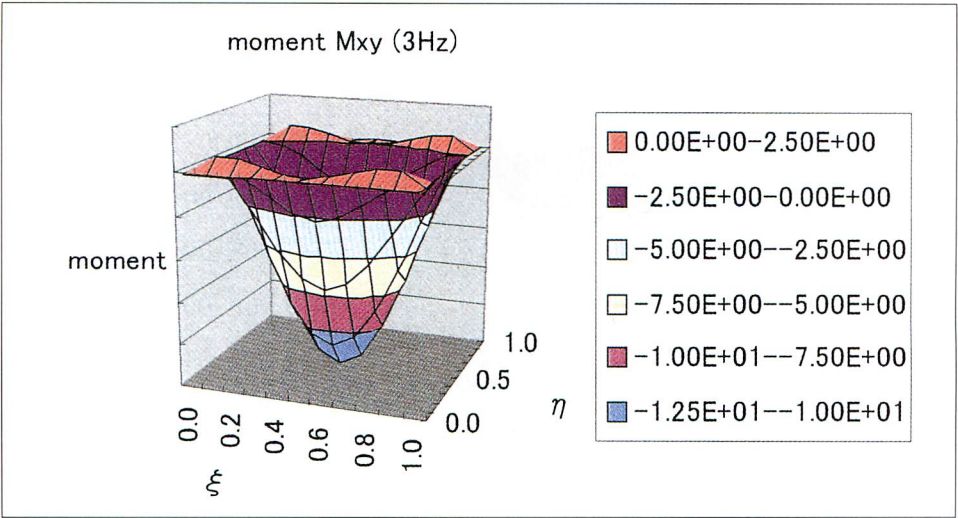


図-14

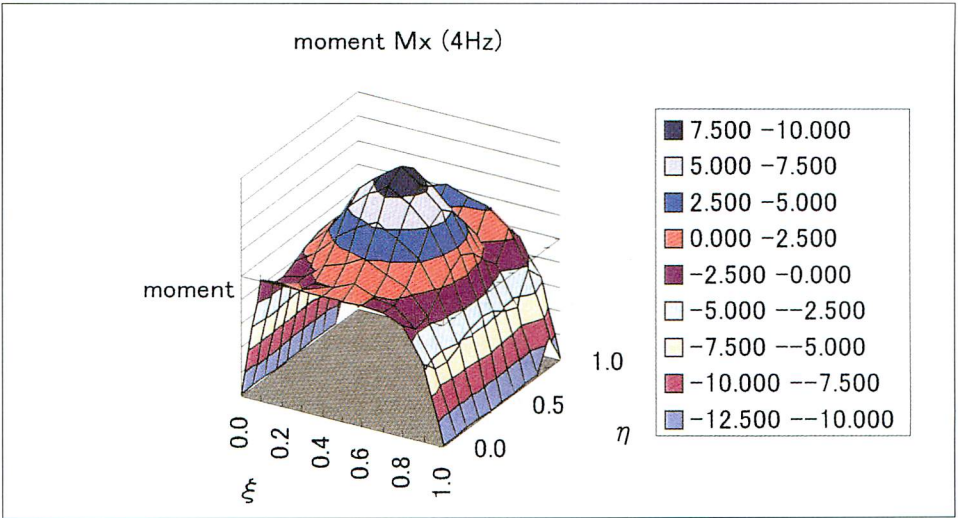


図-15

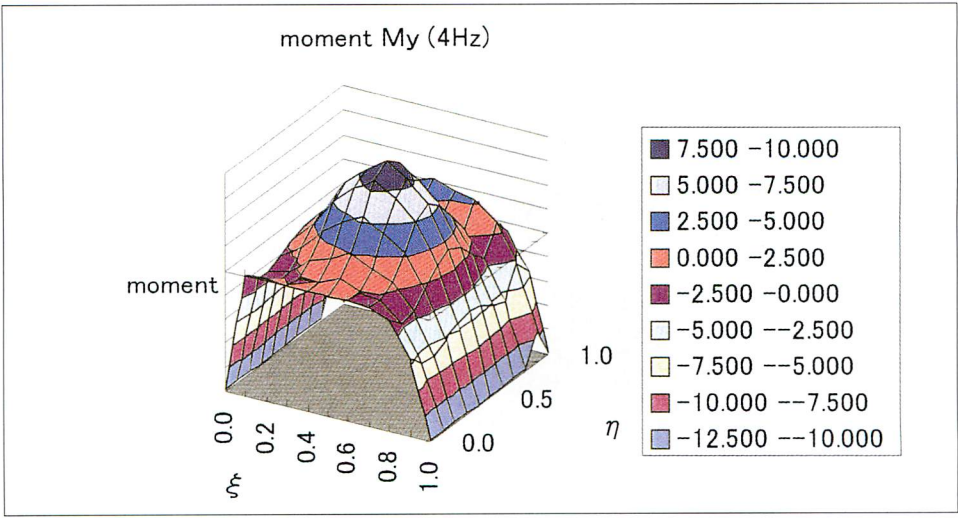


図-16

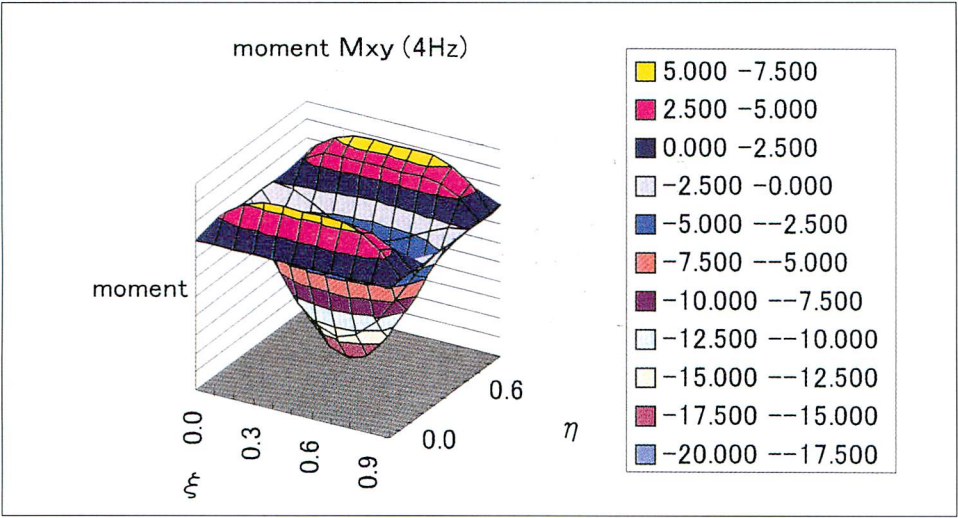


図-17

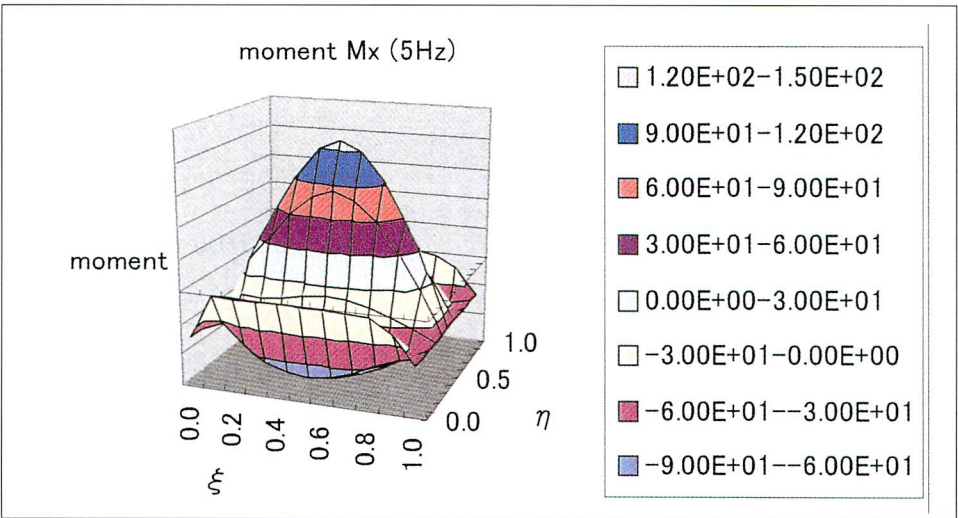


図-18

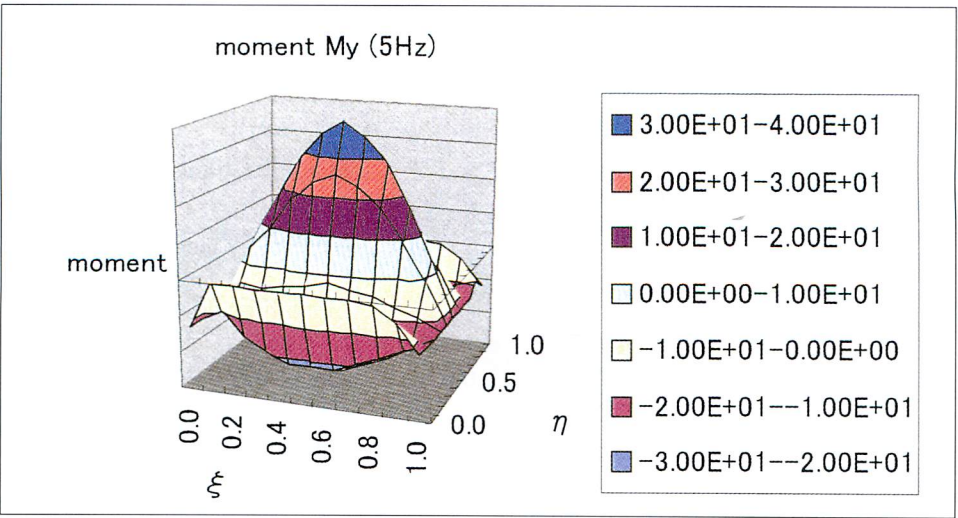


図-19

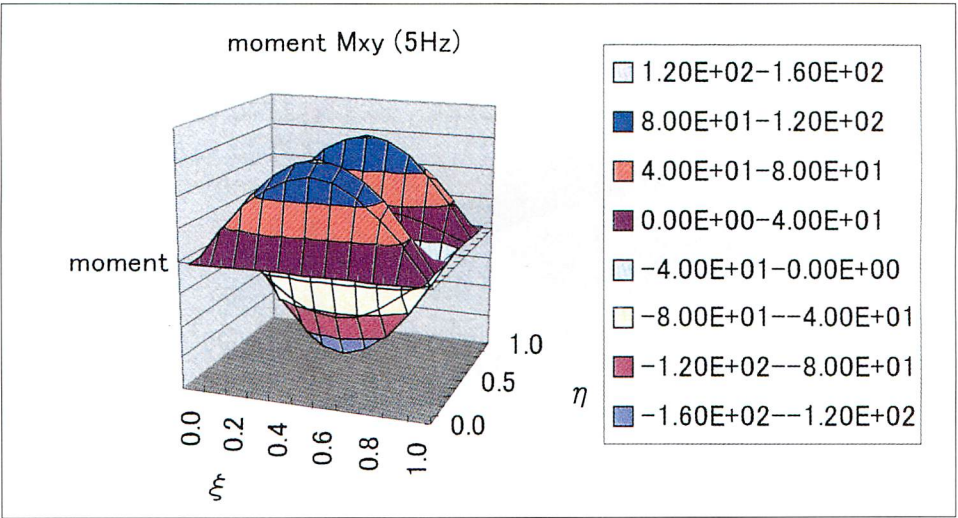


図-20

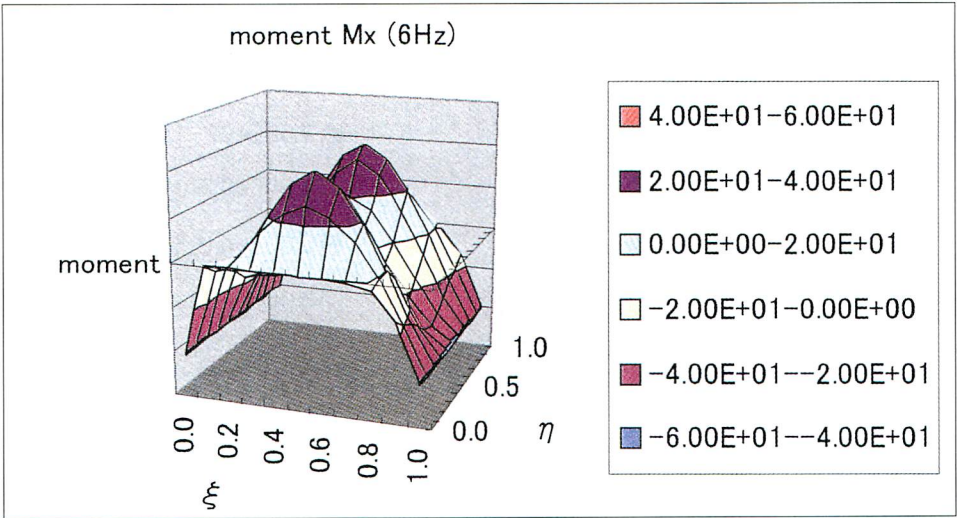


図-21

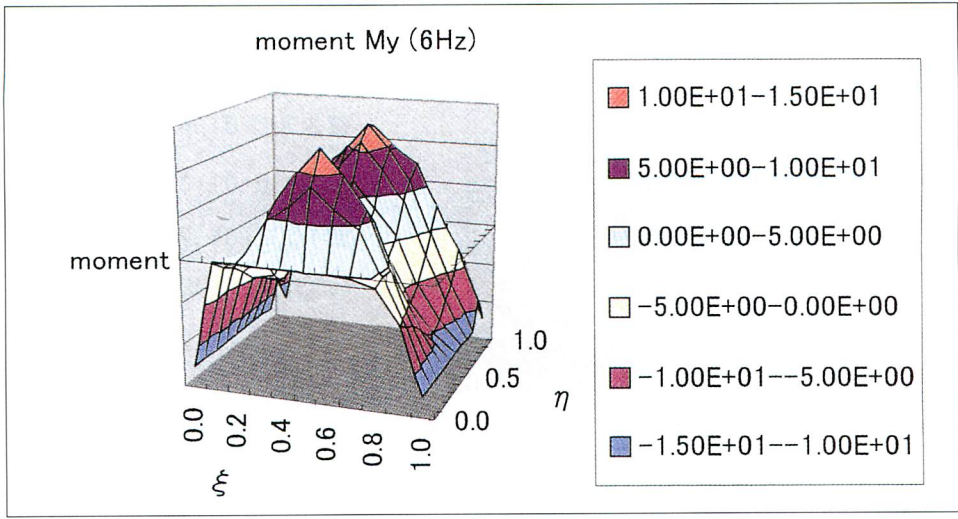


図-22

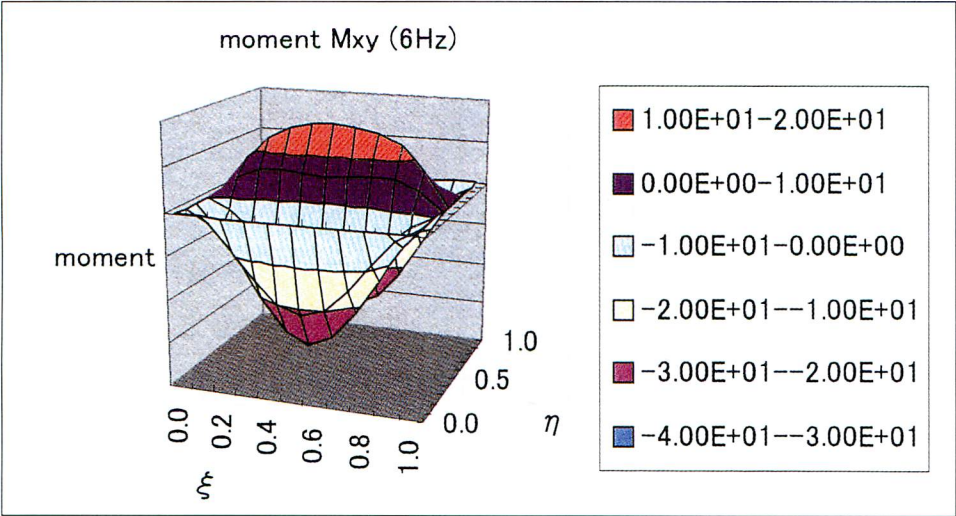


図-23

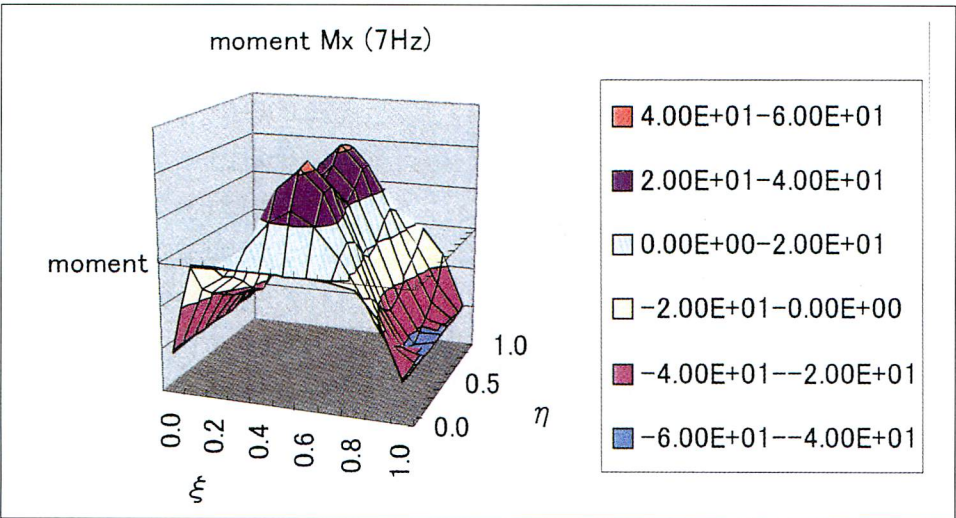


図-24

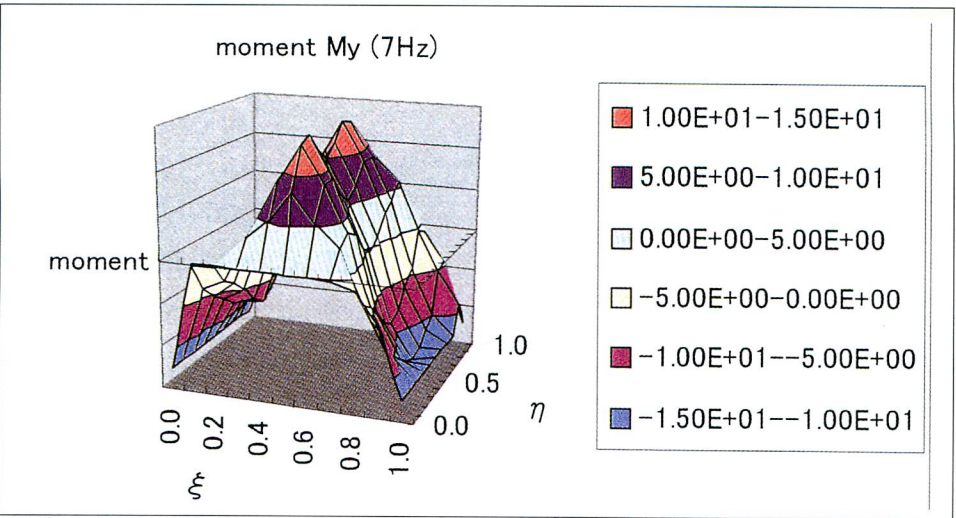


図-25

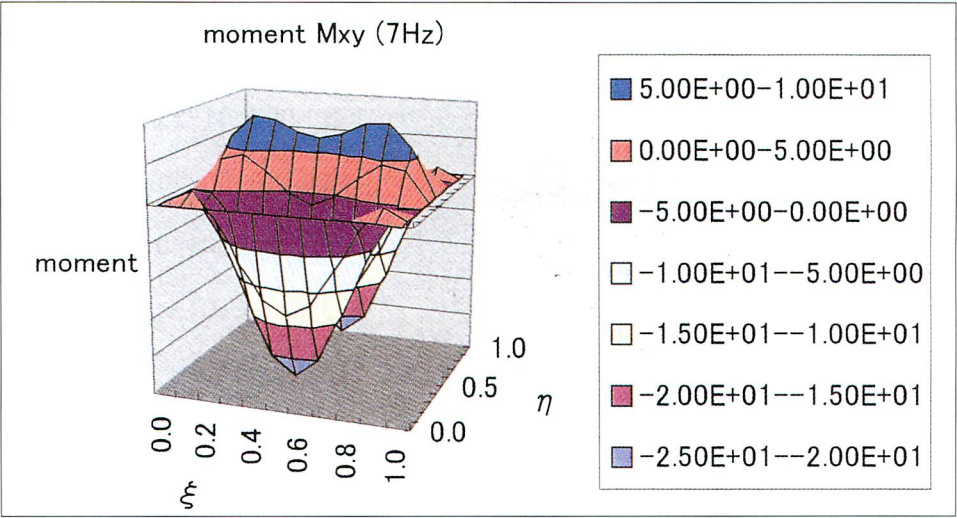


図-26

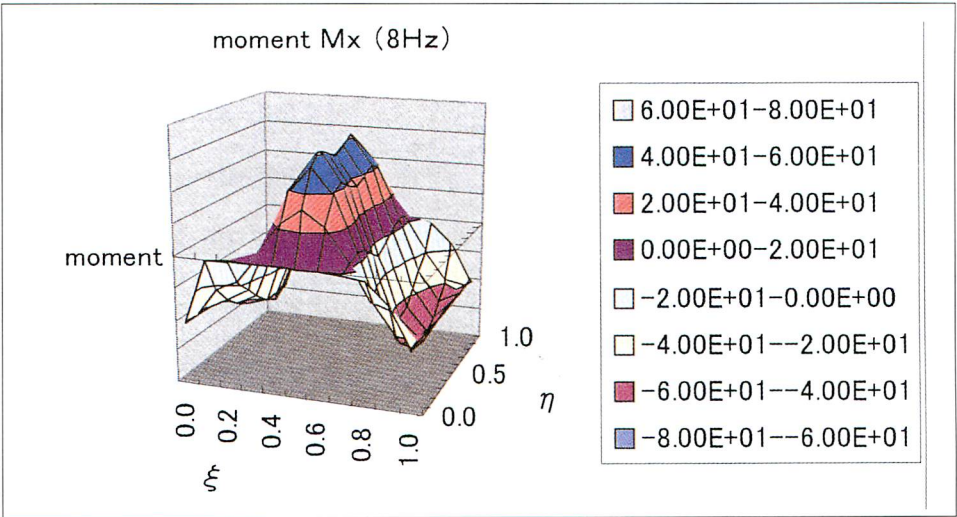


図-27

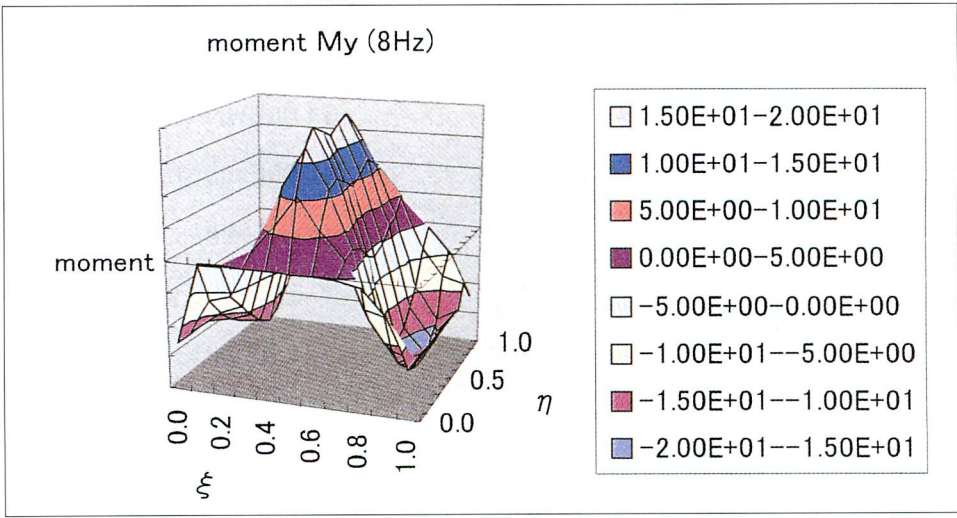
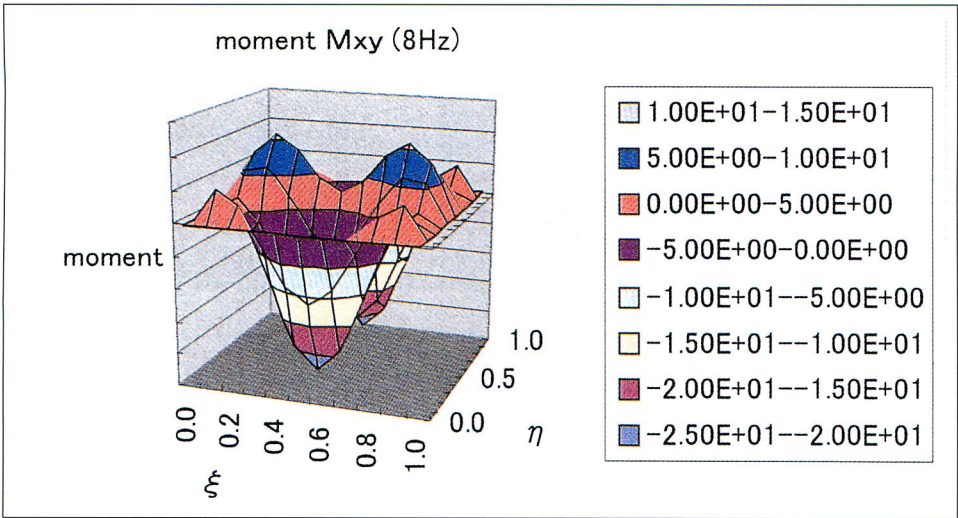
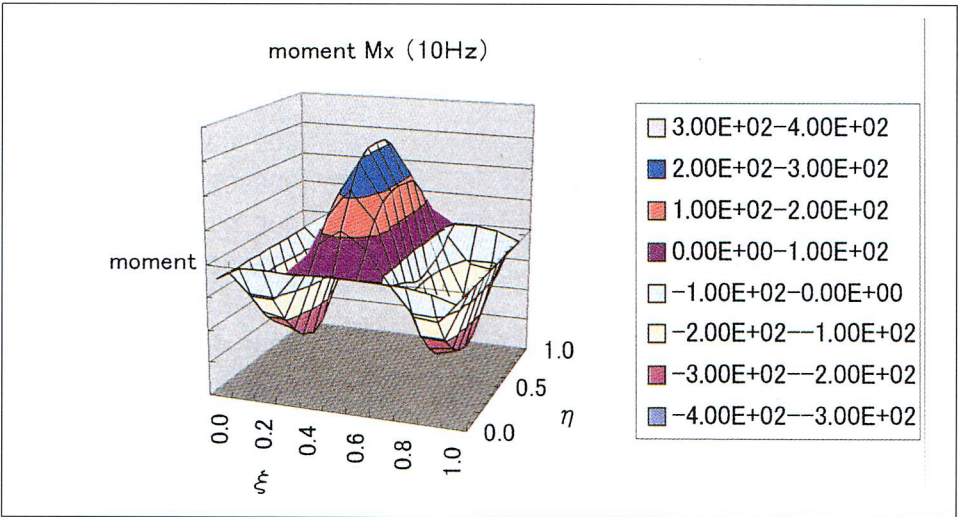


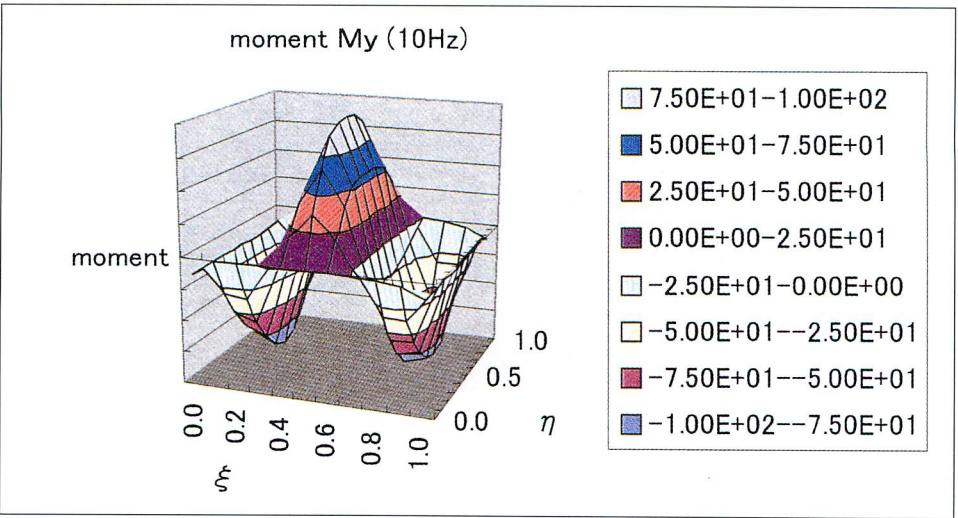
図-28



図－29



図－30



図－31

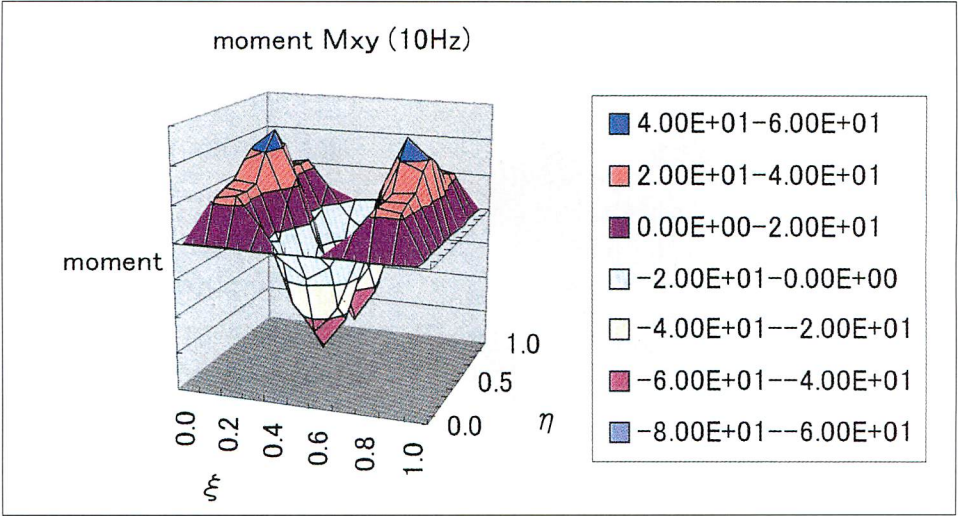


図-32

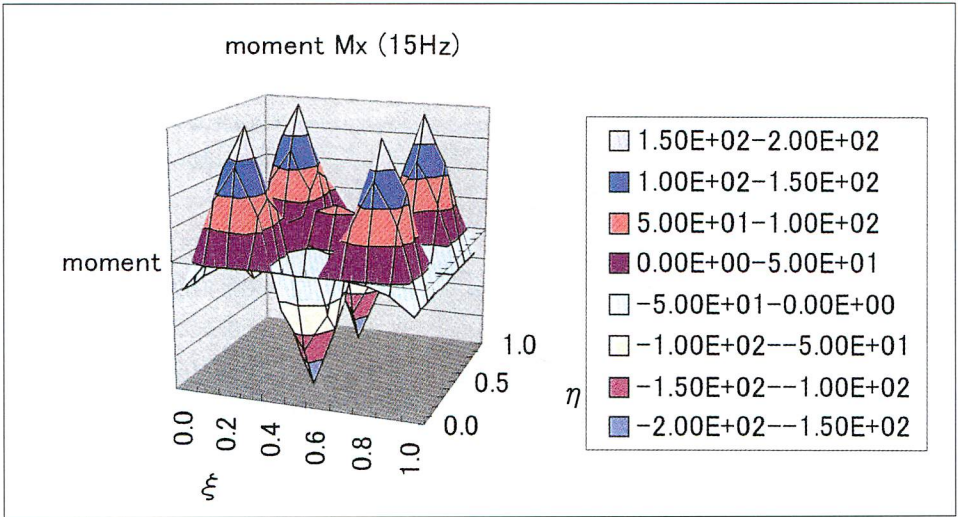


図-33

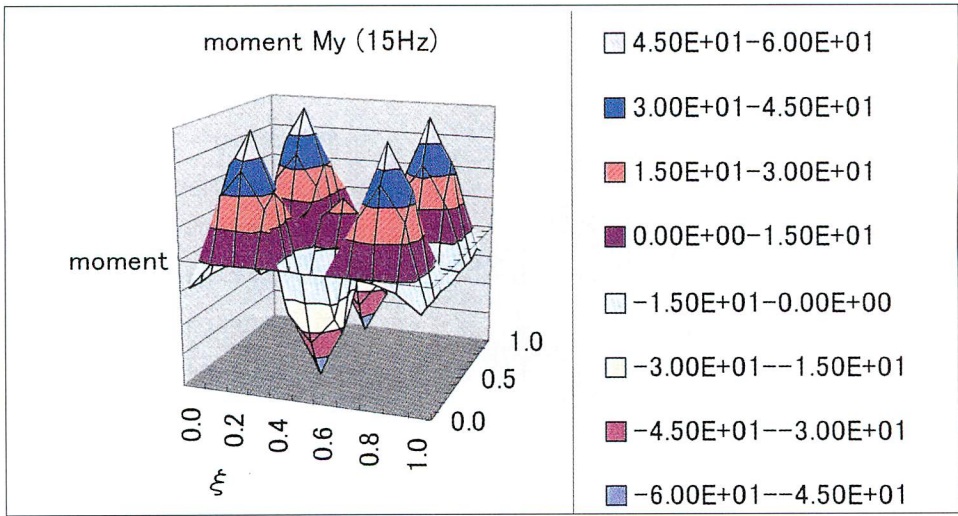


図-34

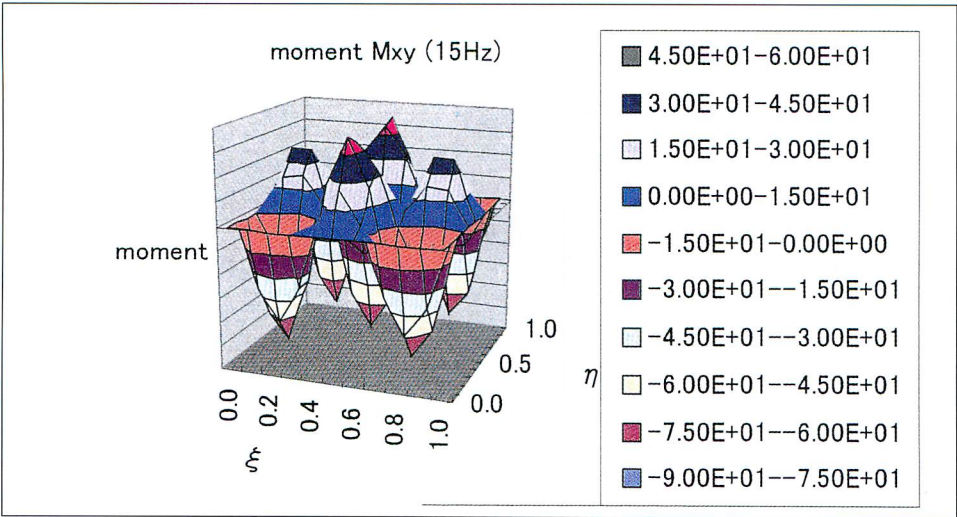


図-35

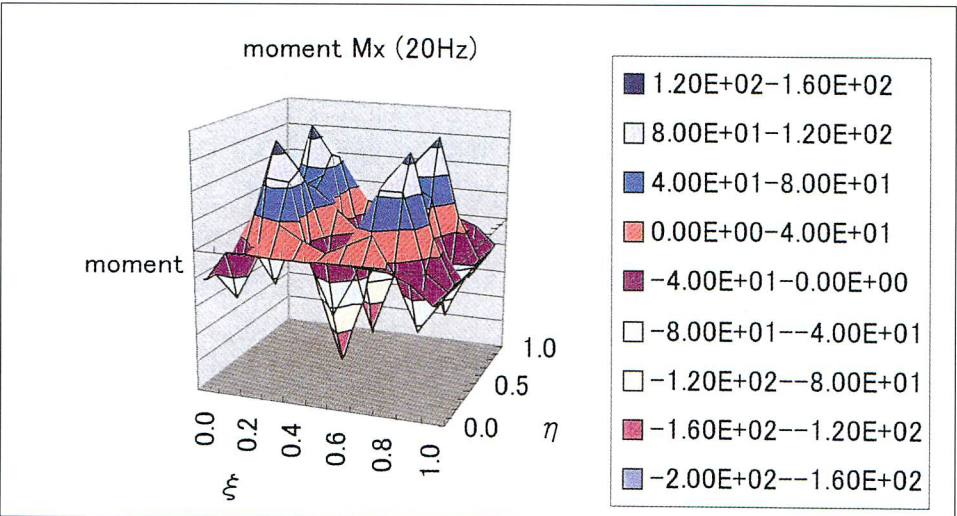


図-36

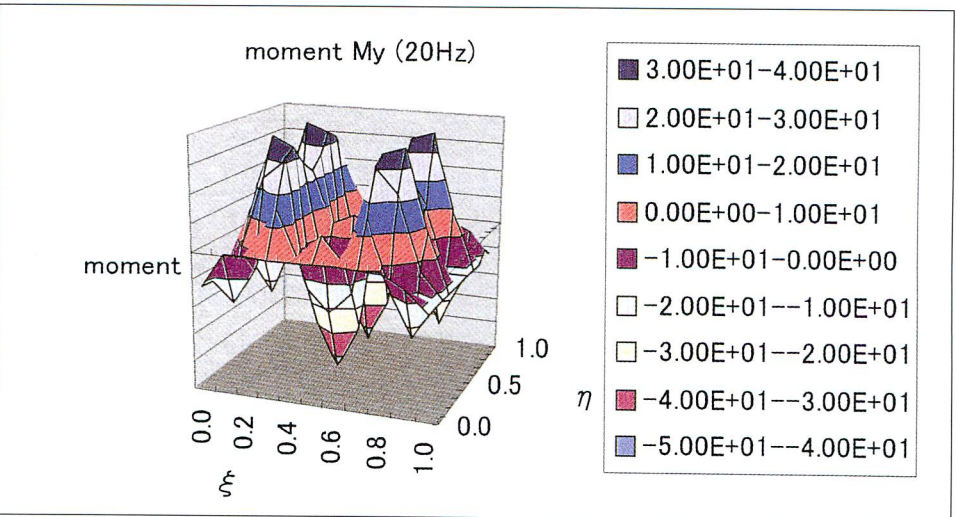


図-37

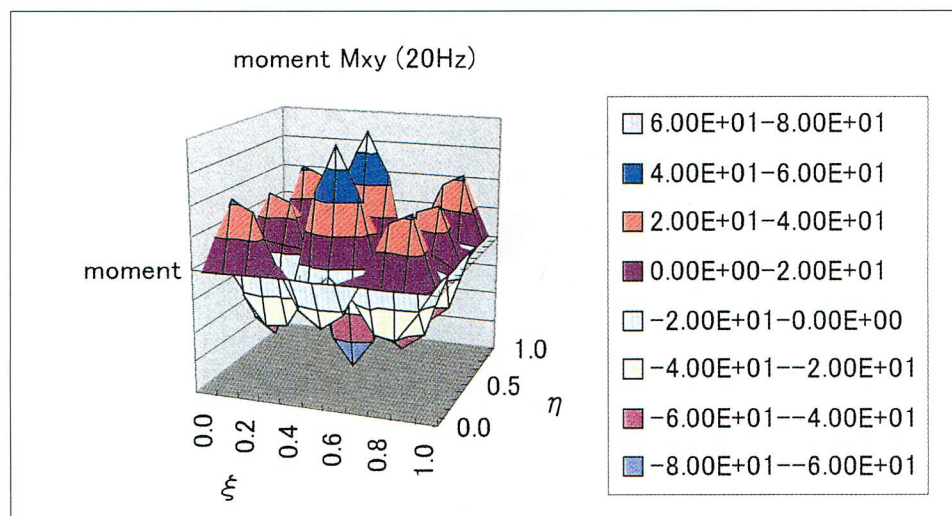


図-38

以上は入力周波数を1 Hz～20Hzに於ける各解析対称軸 (x, y, xy) に対するモーメント M_x, M_y, M_{xy} を図-6～38に示す。これらの結果は前述のように、強制変位を与えた結果となるため、高周波となるに従ってかなり現実と離れた理不尽なモードを呈し、理論上の値と見るべきであろう。

本報告は主として曲げモーメント（応力）について、報告したが、変位モードも多く計算しており、今後さらに固有振動方程式による固有値 ω の特定から、本実験装置の特性の検討を進める必要がある。

参考文献

- 1) 澤田・能町・近藤・田中：振動台上に設置された実験箱の振動－Ⅰ－
－厳密解と収束解の検討－，苫小牧工業高等専門学校紀要，第38号，PP.103～119, 2003.
- 2) 澤田・能町・近藤：地震時等の地盤における動的土圧分布の合力及びその作用位置について，土木学会北海道支部論文報告集，第57号，pp.558～561, 2001.
- 3) 澤田・能町・近藤：振動台の上の砂箱内地盤モデルにおける動的応力と変位の弾性解，苫小牧工業高等専門学校紀要，第32号，pp.95～112, 1997.
- 4) 澤田・能町・近藤：地震時地盤における深さ方向の慣性力分布の模型実験，土木学会第53回年次学術講演会概要集，Ⅰ－B209, 1998.
- 5) 物部高穂：地震上下動に関する考察ならびに振動雑論，土木学会誌，Vol.10, No.5, pp.1063～1094, 1924.

(平成14年11月29日受理)