

有限層状構造物中の音響波動伝搬

加藤 初儀*

Propagation of the acoustic wave in layered structures

Hatsuyoshi Kato

現実的な有限物理系での波動現象に対する分散関係以上に、有限物理系の波動を正確に記述できる新たな概念の導入を試みる。無限系には存在しない物理系の端面に於ける波動の反射が、その試金石となる。端面の存在は真空の概念を用いて議論すべきであるが、考察する有限系よりも遙かに越える延がりをもつとの意味での半無限系で挟まれた物理系を考察する手法を用いる。これにより、波動の正規モードが、有限物理系に於ける広義の波動一般概念の一部でしかないことを明確に再確認することとなる。更に、分散関係で stop band を形成する周波数範囲にも適用可能な群速度の定義を提案する。

はじめに

無限周期または半無限周期[1,2]、さらには有限周期[3,4,5,6,7]をもつ層状構造物において、正規モードの分散関係が音響振動を含む波動現象の理解を助ける概念として多用されている。分散関係から得られる band gap あるいは stop band の概念は、波動の伝搬を阻止するものとの意味を含む。しかし、stop band 内の周波数でも、有限周期の層状構造物で波動の伝搬が完全に阻止されるものではない。例えば電子のトンネリング現象、フォノンの stop band 内での共鳴透過[6]によって、波動の透過が促進される条件も存在することは広く認識されている。

これらの現象は、粒子の古典的運動に存在せず、波動の特異的性質として強調されている。だが、この認識には意外性と云う人為的要素が含まれている。これには、大きな論理的跳躍が含まれている。まず、band gap あるいは stop band の概念は、無限周期もしくは周期境界条件なる非現実的な物理系に対する概念を、強引に現実の有限な物理系の解釈に持ち込んだものである。つまり、分散関係は現実の有限物理系の正確な理解にはそぐわない。さらに、空間変調のない bulk と云う概念も、現実の物理系には完全な存在を呈するものではない。ゆえに、我々は分散関係以外の概念をもって、先に挙げた現象を理解する術を獲得すべきである。

2 有限層状構造物と共鳴透過

図 1 に示す層状構造物(layered structure)を

含む系に対して、超音波の透過率を考察する。層状構造物は、二種の固体 A と B を交互に積層させた二重層(bilayer)を単位構造とする。二重層の積層数が N の層状構造物を、以後 $(A/B)_N$ の記号で表す。有限系は、括弧“()”を用いて明示し、積層数が 1 の場合は、これを省略する。また、基盤(substrate)を成す固体を S で示し、基盤と層状構造物を $S(A/B)_N$ で表現し、さらに液体(liquid)を含む全系を $S(A/B)_NL$ と表現する。考察する界面を示すには、 $S(A/B)_NL$ 中の界面を成す物質間に“-”を置く。例えば、層状構造物と液体の界面は $S(A/B)_N-L$ 、基盤と層状構造物の界面は $S-(A/B)_NL$ とする。

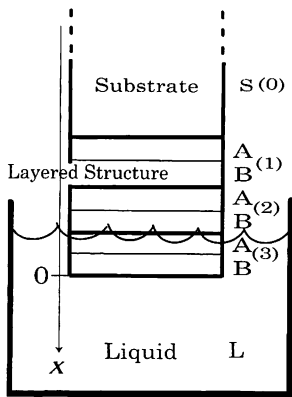


図1:層状構造物を含む系。この図では、 $N=3$ 。

$S=B$ として、超音波を基盤から入射し、層状構造物を通して液体に透過させる。この際、透過率は次式で表される。[5]

$$T = 1 - R \tag{1}$$

$$R = \left| \frac{\kappa - \kappa_c}{1 - \kappa \kappa_c^*} \right|^2 \tag{2}$$

ここで κ は、液体に浸した層状構造物表面を構成する固体 B 中の界面 $B-L$ での振幅反射係数

*助教授 電気電子工学科

である．図1中の液体槽底面からの反射が無視できる場合， κ は実数 r_{BL} となる．具体的には，固体 B と液体 L の音響インピーダンスを，それぞれ Z_B および Z_L とすると，

$$r_{BL} = \frac{1 - Z_L/Z_B}{1 + Z_L/Z_B} \tag{3}$$

である．つまり， B から L に入射した超音波の振幅反射係数である．また， κ_c は層状構造物と基盤からなる系に固有の量であり，液体には全く依存しない複素数である．具体的には，次のように表現される．

$$\kappa_c = \frac{-ie^{-i\beta} Z_m s(\gamma) \sin \alpha}{\cos N\gamma + i s(\gamma) g(\alpha, \beta)} \tag{4}$$

ここで， a (β) は層 A (B) 内での波数 k_A (k_B) と層 A (B) の厚さ d_A (d_B) の積である．即ち， $a = k_A d_A$ ， $\beta = k_B d_B$ となる．また， $Z_m = \frac{1}{2}(Z_A/Z_B + Z_B/Z_A)$ と定義した．さらに，式中に現れる関数の定義は次のとおりである．

$$g(\alpha, \beta) = \cos \alpha \sin \beta + Z_p \sin \alpha \cos \beta \tag{5}$$

$$s(\gamma) = \frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma} \tag{6}$$

ここで， $Z_p = \frac{1}{2}(Z_A/Z_B + Z_B/Z_A)$ であり， γ は二重層 (A/B) で決まるいわゆる分散関係[8] であり，次式で与えられる．

$$\cos \gamma = \cos \alpha \cos \beta - Z_p \sin \alpha \sin \beta \tag{7}$$

以上の関係式で， a と β は超音波の角周波数 ω に比例する．Rytov が与えた分散関係である式(7)での γ の ω 依存は線形ではないが， $\omega \rightarrow 0$ で $\gamma \rightarrow 0$ である．

以後，具体的に検討を行うために，層 A を Cu，層 B を Ag より成るとする．各層の厚さ d_A と d_B は，ともに 0.50mm と設定する．他の，パラメータは bulk に対する値であり，表1にこれを示す．

表1： 密度 ρ ，音速 v ，音響インピーダンス $Z = \rho v$ ，2 MHzでの波長 λ の単位はそれぞれ， g/cm^3 ， 10^3 m/s ， $10^6 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$ ，mm である．

	ρ	v	Z	λ
Cu	8.93	5.01	44.74	2.505
Ag	10.49	3.65	38.29	1.825
Zn	7.14	4.21	30.06	2.105
H ₂ O	0.999	1.483	1.482	0.7415

上記のパラメータで決まる系 $\text{Ag}(\text{Cu}/\text{Ag})_{11}\text{H}_2\text{O}$ に対する κ_c と $\kappa = r_{BL}$ を求めた結果が図2(a)である．図よりわかるように， r_{BL} は周波数によって変化しない実数であるため直線で表される．一方 κ_c は，螺旋になる．注目すべき点として， $\text{Im}[\kappa] = 0$ となる点 P と Q を図示してある．周波数ゼロから点 P までの周波数間，あるいは点 P から点 Q までの周波数間には， $(\text{Cu}/\text{Ag})_{11}$ 中の二重層数 $N=11$ だけ螺旋が巻き付く．また，点 P と点 Q で κ_c は，直線 $\kappa = r_{BL}$ に近づく．この為，反射が抑えられ，透過率が大きくなることが，図2(b)に示した透過率に現れている．特に，点 P に対応する周波数では透過率がほぼ1になっている．この周波数では，共鳴透過が生じている．この現象では界面 $(\text{Cu}/\text{Ag})_{11} - \text{H}_2\text{O}$ に局在振動が存在する．[5,9,10] なお，点 Q の周波数に於いても，界面に点 P よりは弱い局在振動が存在する．点 P と点 Q の周波数は，それぞれ 2.085 MHz と 4.295 MHz である．透過率に於いても， κ_c の周波数に対する螺旋の回転に対応して，0 MHz と 2.085 MHz の周波数間，および 2.085 MHz と 4.295 MHz の周波数間に，透過率の極大点が二重層数 $N=11$ と同じ回数現れることが示されている．

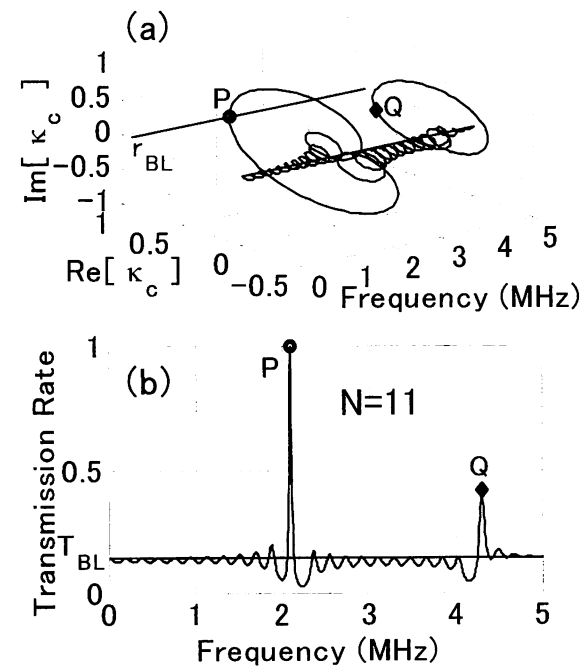


図2： $\text{Ag}(\text{Cu}/\text{Ag})_{11}\text{H}_2\text{O}$ の場合の (a) κ_c および (b) 基盤の Ag から H_2O への透過率 T ．

透過率が大きくなる際には， κ_c が $\kappa = r_{BL}$ に

近づく条件として $\text{Im}[\kappa_c]=0$ が必要であることがわかる。この条件を式(4)から求めると、次式で示される。

$$\frac{\cos N\gamma}{s(\gamma)} = \tan \beta g(\alpha, \beta) \quad (8)$$

また、このときの κ_c は実数であり、これを κ_e で表現すると、

$$\kappa_e = \frac{-Z_m \sin \alpha \cos \beta}{g(\alpha, \beta)} \quad (9)$$

となる。これを用いると、図2での点Pでの共鳴透過の条件には二つの条件式が同時に成立する必要があることがわかる。即ち、式(8)と $\kappa_e = r_{BL}$ である。

なお、 $\text{Im}[\kappa_c]=0$ が成立する条件式には、上記の式(8)以外に次のものも存在する。

$$Z_m s(\gamma) \sin \alpha = 0 \quad (10)$$

この場合、 $\kappa_c = 0$ となり、 $R = |r_{BL}|^2$ なる反射率が得られる。これは、半無限空間に延がる二物体間の界面 $B-L$ (つまり、 $\text{Ag}-\text{H}_2\text{O}$) に対する反射率と同一の結果である。図2(b)には、この透過率 $T_{BL} = 1 - |r_{BL}|^2 = 0.144$ の値も示してある。

3 二重層数が多い場合の透過率

図2に示した系は、二重層数 $N=11$ の場合であった。この積層数 N をさらに増やして $N=50$ とした場合、図2(a)中の周波数ゼロから点Pでの周波数範囲、および点Pから点Qに対応する周波数範囲に、 κ_c の螺旋が巻き付く回数も増加し、 N と同数の 50 となる。この系 $\text{Ag}(\text{Cu}/\text{Ag})_{50}\text{H}_2\text{O}$ に対して、基盤 Ag から液体 H_2O に透過する超音波に対する κ_c 及び透過率 T を図3に示す。用いたパラメーターは、表1と同じである。図3(a)に示すように周波数に対する κ_c 螺旋の回転ピッチが速くなっていることがわかる。これに対応して、透過率の周波数に対する変化が、図3(b)に示すように激しくなる。点Pおよび点Qに対する周波数は、それぞれ 2.0871 MHz および 4.2678 MHz であり、 $N=11$ の場合から僅かに変化する。これらの周波数では κ_c が実数となり、その値 κ_e は、それぞれ 1.0000 および 0.9833 であり、 $r_{BL}=0.9255$ を用いて算出される透過率 T は、0.00004 および 0.5858 で、 $N=11$ の場合と透過率の大小関係は逆になる。

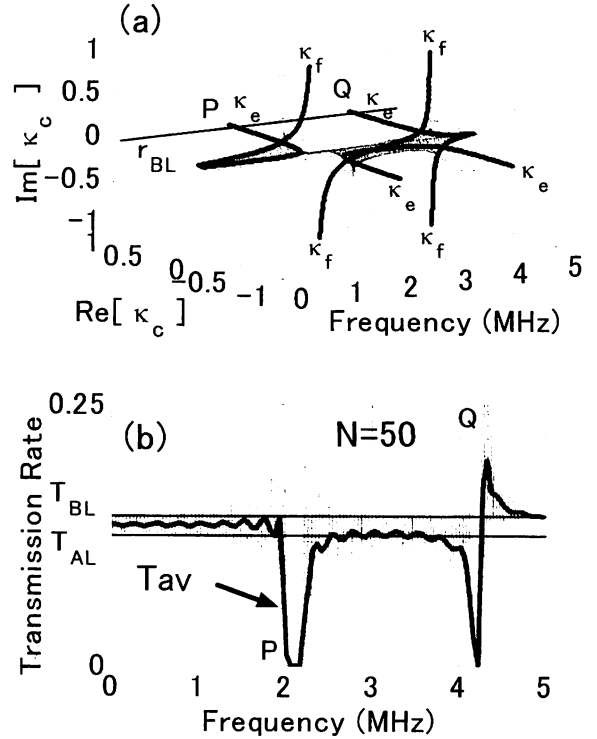


図3: $\text{Ag}(\text{Cu}/\text{Ag})_{50}\text{H}_2\text{O}$ の場合の (a) κ_c および (b) 基盤の Ag から H_2O への透過率 T 。

一方、透過率の隣り合うピーク間隔の周波数差は 42 kHz 程度の範囲にある。つまり、入射超音波のパルス幅が $24 \mu\text{s}$ 程度以下の場合、透過率の振動が観測できなくなる。(このパルス幅は、2 MHz の超音波では、48 周期に対応する。)

図3(b)に示した曲線 T_{av} は、過渡応答等を見せず、パルスの強度が 50 kHz の周波数範囲で一定として、透過率 T を 50 kHz の周波数範囲ごとに平均したものである。この際に観測される透過率は、この周波数範囲での平均値 T_{av} に近いものとなり、透過率の速い振動が現実の超音波応用で大きな効果をもたらすことは無いと考えられる。[11,12] 図3(b)には、 $T_{BL}=0.144$ と共に二物体間の界面 $A-L$ (つまり、 $\text{Cu}-\text{H}_2\text{O}$) に対する透過率 $T_{AL}=0.124$ も示してある。平均値 T_{av} は、点P及び点Qの付近の周波数以外では、これら二つの透過率の中間の値をもつ。

さらに、応用から離れて原理的な考察を行う際、この透過率の速い変化に重要な問題が含まれる。図3(a)には、式(9)に挙げた κ_c の実数値及び次式の純虚数値 κ_f の二つの曲線を描いてある。

$$\kappa_f = i \frac{Z_m \sin \alpha \sin \beta}{g(\alpha, \beta)} \quad (11)$$

また、 κ_c が純虚数となる条件 $\text{Re}[\kappa_c]=0$ は、次式

で与えられる.

$$\frac{\cos N\gamma}{s(\gamma)} = - \frac{g(\alpha, \beta)}{\tan \beta} \tag{12}$$

また、 $\text{Re}[\kappa_c]=0$ の条件は、 $\text{Im}[\kappa_c]=0$ と同様に式(10)でも与えられる. このときも、 $\kappa_c=0$ となる. これら κ_e と κ_f が表す曲線と、 $\kappa_c=0$ が表す直線とは、陽に層状構造物中の二重層数 N が含まれていない. この結果、 N がいくら大きくなっても、螺旋 κ_c は常に図3(a)に示した κ_e と κ_f が表す曲線と、 $\kappa_c=0$ の直線を通して. これより、 N が大きくなると、図3(b)で表される透過率の単位周波数間隔に対する変化は、さらに激しくなる. この変化の大きさは、基盤の音響インピーダンスが小さくなると、さらに大きくなる. 基盤を Zn とした場合の系 $\text{Zn}(\text{Cu}/\text{Ag})_{50}\text{H}_2\text{O}$ に対する κ_c と透過率 T の例を図4に示す. 用いたパラメータの値は、表1に挙げたものである. 透過率の振動は $T_{AL}=0.124$ と $T_{SL}=0.179$ まで以上の幅を持つことがわかる. これは、図3(b)の場合と比較すると、3倍以上の幅である. T_{SL} は、二物体間の界面 $S-L$ (つまり、 $\text{Zn}-\text{H}_2\text{O}$) に対する透過率である. 図4(b)にも、図3(b)と同様に平均透過率 T_{av} を描いた. この平均透過率は、どちらの場合も、ほぼ類似の曲線となる.

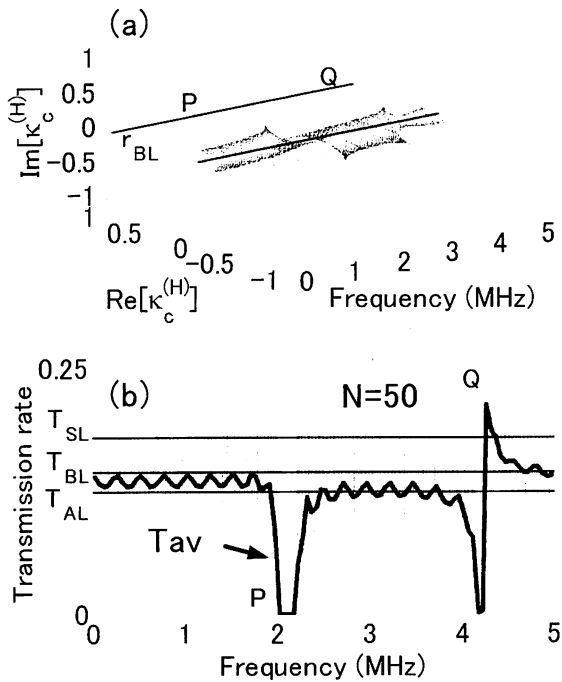


図4： $\text{Zn}(\text{Cu}/\text{Ag})_{50}\text{H}_2\text{O}$ の場合の(a) κ_c および (b) 基盤の Zn から H_2O への透過率 T .

上記の結果の解釈のひとつとして、「パルス的な超音波の透過率 T_{av} が界面 $S(A/B)-L$ の近くの物質 A もしくは B と L で決まる透過率 T_{AL} または T_{BL} に近い値をもつことは当然」と考えられる. しかし、基盤を液体 H_2O とすると、透過率の振動幅は 0 から 1 の範囲までに及ぶ. その平均値は T_{AL} や T_{BL} より小さな0.07 近くの値であり、stop band の近くの周波数ではほぼゼロである. また、 $N=200$ としても、同様の結果である. これを上記のパルス波の性質のみで解釈することは難しい. 次節以降で、実験結果をも用いて、有限層状構造物中等での波動とは何かの解釈を進める.

4 有限で均一な媒質

基盤に H_2O と同程度の音響インピーダンスを持たせて超音波を入射し、有限で均一な媒質中を通して H_2O に透過させる実験を行った. 有限で均一な媒質として、直径 30 mm 厚さ 10.0 mm の Cu 板を用いた結果が図5、直径 30 mm 厚さ 8.0 mm の Ag 板を用いた結果が図6である. 入射超音波はバースト波で、5,000 周期のマークの後 20,000 周期のスペースをおいた. (2 MHz では、2.5 ms のマークと 10 ms のスペースとなる.) 液体 H_2O 中の受音部からの音圧信号は、20 MHz の LPF を通して雑音を除き、FFT を用いて単一周波数に対する透過率を求めた. なお、過渡応答的性質を除くために受音した音圧信号のマークのはじめより 100 μs 間の時間をおき、40 ns 間隔で 400 μs 間サンプリングした. 入射超音波の周波数は、0.01 MHz の刻みで、1.50 MHz から 2.50 MHz まで変化させて、ひとつの試料に対して 101 点のデータを取った.

図5(a)は、実験結果と理論での透過率のピーク周波数が一致するようにパラメータを操作して理論的に求めた κ_c である. 図5(b)は、透過率の理論曲線と実験で得た液体 H_2O 中での受音エネルギーを同一のスケールになるように描いたものである. これのみでは受音エネルギーと透過率の理論値が一致するか明確でない. このため、測定周波数範囲の 1.5 MHz から 2.5 MHz までの図5(b)の値を積分したものが、図5(c)である. なお、全強度を1として規格化した. この図は、いくつかのステップをもち、その跳びが透過率の

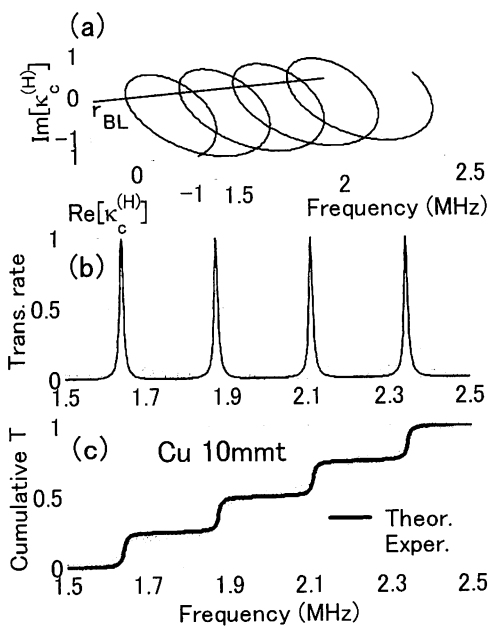


図5: 基盤を H₂O と同じ音響インピーダンスとした厚さ 10 mm の Cu 丸板 30 mm φ に対する (a) κ_c と (b) 透過率 T 及び (c) 測定周波数に沿った透過率の積分値。

ピークの相対的強さを表している。これらの図より、透過率ピークの周波数とその相対的強度の分布が、理論と実験でよく一致していることがわかる。図 6 の (a) (b) (c) も同様である。これらの、理論計算で用いたパラメータを表 2 に示す。特に、音速が bulk の場合と比較して大きく変化している。

表 2： 密度 ρ 、音速 v 、音響インピーダンス $Z = \rho v$ 、2 MHz での波長 λ の単位はそれぞれ、g/cm³、10³ m/s、10⁶ kg/m²·s、mm である。

	ρ	v	Z	λ
Cu	8.89	4.69	41.68	2.245
Ag	10.49	3.70	38.81	1.850
H ₂ O	0.999	1.483	1.482	0.7415

ここで、上記の超音波透過実験に対する理論的考察を行う。系 $S(B)L$ に対する κ_c は、つぎの式で与えられる。

$$\kappa_c = -r_{SB} e^{-i2\beta} \tag{13}$$

ここで、基盤 S の音響インピーダンスを Z_S とし、

$$r_{SB} = \frac{1 - Z_B/Z_S}{1 + Z_B/Z_S} \tag{14}$$

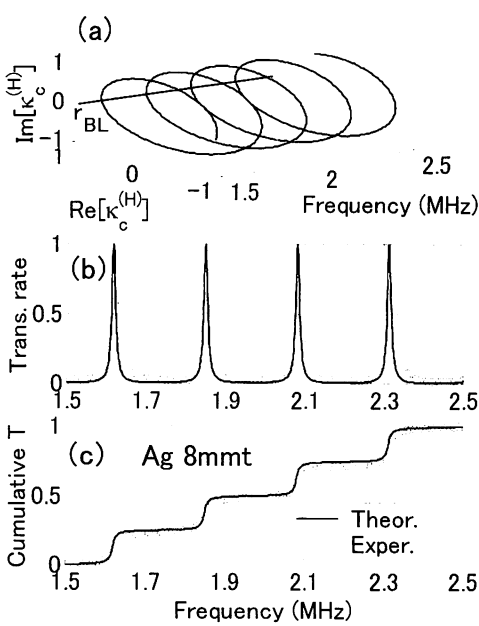


図6: 基盤を H₂O と同じ音響インピーダンスとした厚さ 8.0 mm の Ag 丸板 30 mm φ に対する (a) κ_c と (b) 透過率 T 及び (c) 測定周波数に沿った透過率の積分値。

であり、式(3)と同様に、基盤 S から B に入射した超音波の界面 $S-B$ での振幅反射係数である。ただし、これは半無限媒質 S と B が界面 $S-B$ を成す場合の値である。ここで、透過率が 1 となる条件を求めると、 $\text{Im}[\kappa_c] = 0$ より、周波数条件として $\sin 2\beta = 0$ を得る。また、 $\kappa_e \equiv -r_{SB} \cos 2\beta = r_{BL}$ であるが、周波数条件を書き換えた $\cos 2\beta = 1$ と $\cos 2\beta = -1$ より、それぞれ次のふたつのインピーダンス条件が得られる。

$$Z_S = Z_L \tag{15}$$

$$Z_B = \sqrt{Z_S Z_L} \tag{16}$$

式(16)は、有限媒質 B が四分一波長板となっている場合に対応している。一方、式(15)は、有限媒質 B が図5、図6に示した有限媒質よりなる系 $L(B)L$ (つまり、H₂O(Cu)H₂O および H₂O(Ag)H₂O)に対応する解である。

なお、 $S=B$ のとき $r_{SB} = 0$ となり、条件なしに常に $\kappa_c = 0$ となる。これは、半無限媒質の界面 $B-L$ を考慮することとなる。一方、 $\beta \rightarrow \infty$ の条件は、媒質 B の延がりを無限とすることに対応すべきであるが、 κ_c が示す螺旋の周波数に対する回転のピッチを無限に速くする結果となる。これは、半無限媒質の界面 $B-L$ を考慮することには対応しない。即ち、系 $S(B)L$ の基盤 S

の影響が、(B)をいくら厚くしても無視できないことを示す。

以上の結果より、理論的に導出された κ_c は、有限で均一な媒質中の波動の透過率の周波数的性質と強度的性質を説明する物理量として十分な特徴をもつことが確認できた。また、ここでは扱わなかった四分一波長板の透過率に対する知見をも与えてくれた。これより、有限媒質中等の波動の性質を表現する分散関係を補う物理的考察対象として、 κ_c が重要な役割を果たしていることが明確となった。次節では、層状構造物の κ_c が与える実験的考察結果を示す。

5 有限層状構造物

これまで議論してきた節2と3および4の結果より、系 $B(A/B)_N L$ と系 $L(A/B)_N L$ の透過率が1となる起因が明確となった。前者が有限均一媒質でのいわゆる四分一波長板の性質に対応する現象である。また、後者は有限均一媒質での共鳴透過現象に対応するであろうと予想できる。この節では、系 $L(A/B)_N L$ での超音波の透過実験とその κ_c による理論的解説を試みる。

節4で示したCu板やAg板に対する実験方法と同様に、基盤を H_2O と同じ音響インピーダンスとした系 $H_2O(Cu/Ag)_N H_2O$ に対する実験結果と、その κ_c による理論解析の結果を以下に示す。層状構造物 $(Cu/Ag)_N$ 中のCu層とAg層の厚さはともに0.50 mmとし、二重層数 N を2, 4, 6, 8と変えた場合にたいする透過率等を、それぞれ図7、図8、図9、図10に示した。

系 $H_2O(Cu/Ag)_2 H_2O$ に対する図7では、測定周波数1.5 MHzから2.5 MHzまでの間で透過率のピークが一つのみである為、相対的なピークの強度を示す透過率の積分値は図示していない。図7(a)にある κ_c は、この周波数範囲でほぼ一回転し、 r_{BL} に近づく周波数は一点のみである。この際、 κ_c が r_{BL} に一致しないため、透過率のピーク値が1より僅かに下がって0.9146となっている。また、この周波数2.080 MHzは、二重層の構造より必ず κ_c が r_{BL} に近づく周波数で、節2で例示した系 $Ag(Cu/Ag)_{11} H_2O$ では、共鳴透過が生じる（正確には節4で論じたように四分一波長板的な透過率の向上が見られる）周波数である。

系 $H_2O(Cu/Ag)_4 H_2O$ に対する図8(a)では、

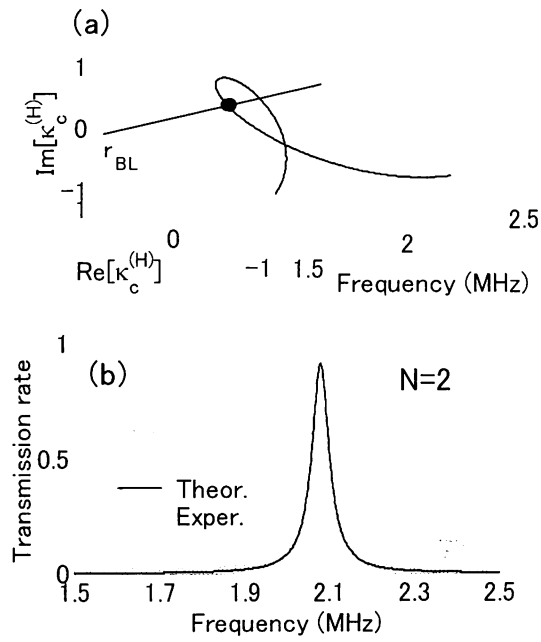


図7:基盤を H_2O と同じ音響インピーダンスとした $H_2O(Cu/Ag)_2 H_2O$ に対する (a) κ_c と (b) 透過率 T 。

測定周波数 1.5 MHz から 2.5 MHz までの間でほぼ二回転し、 r_{BL} に近づく周波数は2点ある。この際、周波数 2.080 MHz 付近での κ_c が r_{BL} に一致しないため、透過率のピーク値が図7の場合より更に下がる。

二重層の数 N を6, 8と増やした場合の結果を図9と図10に示す。上記と同様の傾向である。 κ_c の回転数が増加して透過率のピーク数が増加するが、周波数 2.080 MHz 付近での透過率は低下してゆく特徴が見られる。なお、参考のために $(Cu/Ag)_5$ に0.50 mm厚のCu板を付け加えて液体 H_2O に接する系 $H_2O(Cu/Ag)_5(Cu)H_2O$ に対する実験と理論的解析結果も図11に示す。ここでCu板を付け加えた効果として着目すべき点として、周波数 2.080 MHz 付近での透過率のピークが無くなり、測定周波数範囲で現れた三つのピークの周波数間隔が大きく異なっている。この効果も κ_c の理論的計算で十分に実験結果を説明可能である。理論的数式の導出は、この系のように超音波の入射側からみた場合と出射側からみた場合が対称である系の方が、層状構造物固有の κ_c が定義でき基盤の影響を分離し易いため、非対称な層状構造物より扱い易いことを付言しておく。

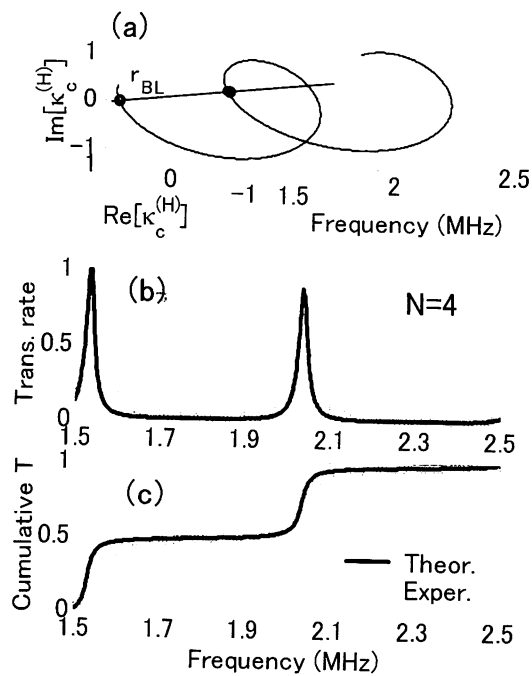


図8:基盤を H₂O と同じ音響インピーダンスとした H₂O (Cu/Ag)₄H₂O に対する (a) κ_c と (b) 透過率 T 及び (c) 測定周波数に沿った透過率の積分値。

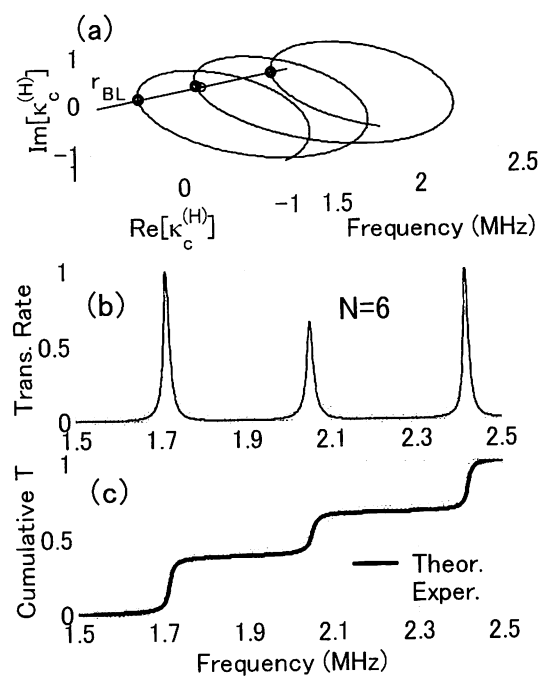


図9:基盤を H₂O と同じ音響インピーダンスとした H₂O (Cu/Ag)₆H₂O に対する (a) κ_c と (b) 透過率 T 及び (c) 測定周波数に沿った透過率の積分値。

本節の理論値の算出で用いたパラメータを、表 2 と同じ形式で表 3 に示す。本節に示した実験は、節 4 に示した実験と同日に行ったもので、全実験が終了する約 5 時間に気温は 23.3 ℃ から 23.2 ℃ まで、水温は 21.0 ℃ から 23.1 ℃ まで単調に変化した。気圧は、実験終了時で 1002 hPa であった。

表 3：単位等については表 1 や表 2 と同じ。

H ₂ O (Cu/Ag) ₂ H ₂ O				
	ρ	ν	Z	λ
Cu	8.89	5.01	44.5	2.51
Ag	10.45	3.63	37.9	1.82
H ₂ O	0.999	1.483	1.482	0.7415

H ₂ O (Cu/Ag) ₄ H ₂ O				
	ρ	ν	Z	λ
Cu	8.89	4.70	41.8	2.35
Ag	10.45	3.63	37.9	1.82
H ₂ O	0.999	1.483	1.482	0.7415

H ₂ O (Cu/Ag) ₆ H ₂ O				
	ρ	ν	Z	λ
Cu	8.89	4.80	42.7	2.40
Ag	10.45	3.63	37.9	1.82
H ₂ O	0.999	1.483	1.482	0.7415

H ₂ O (Cu/Ag) ₈ H ₂ O				
	ρ	ν	Z	λ
Cu	8.89	5.01	44.5	2.51
Ag	10.45	3.63	37.9	1.82
H ₂ O	0.999	1.483	1.482	0.7415

H ₂ O (Cu/Ag) ₅ (Cu)H ₂ O				
	ρ	ν	Z	λ
Cu	8.89	4.62	41.1	2.31
Ag	10.45	3.72	38.9	1.86
H ₂ O	0.999	1.483	1.482	0.7415

以上の実験結果と、その理論的解析はよく一致している。これより、有限で均一な媒質と有限層状構造物での超音波の透過率は、 κ_c によって理論的に十分に解析可能であることが明瞭に確認できる。また、この理論的解析は、無限系あるいは半無限系に対して議論される分散関係による超音波伝搬の解析以上の解析結果を我々に与えている。

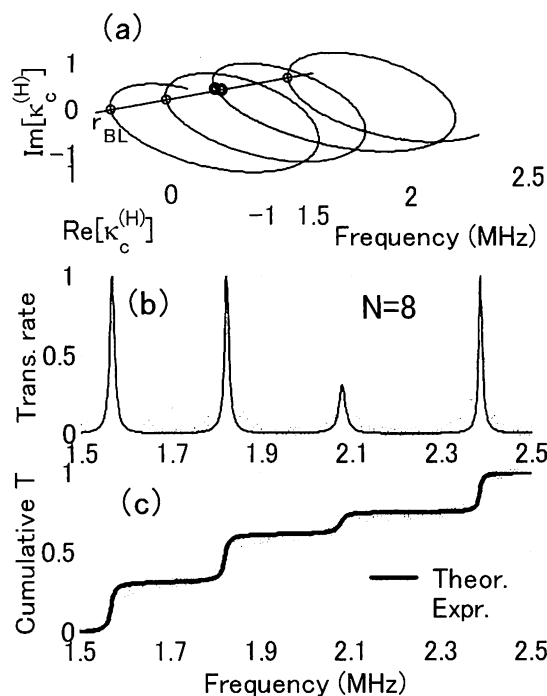


図10: 基盤を H_2O と同じ音響インピーダンスとした $\text{H}_2\text{O}(\text{Cu}/\text{Ag})_8\text{H}_2\text{O}$ に対する (a) κ_c と (b) 透過率 T 及び (c) 測定周波数に沿った透過率の積分値。

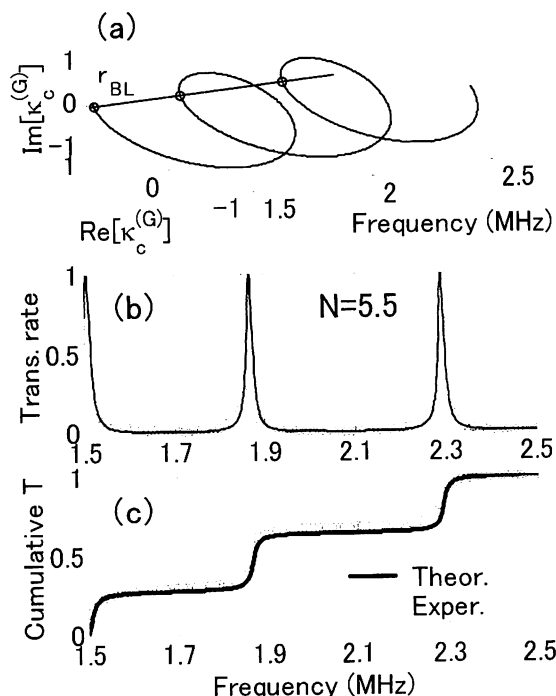


図11: 基盤を H_2O と同じ音響インピーダンスとした $\text{H}_2\text{O}(\text{Cu}/\text{Ag})_5(\text{Cu})\text{H}_2\text{O}$ に対する (a) κ_c と (b) 透過率 T 及び (c) 測定周波数に沿った透過率の積分値。

6 分散関係に関する考察

図12(a) は Rytov が求めた無限周期の層状構造物に対する分散関係である式(7)を描いたものである。[8] 層の構造は節2で用いたものと同様である。つまり、各層の厚さが 0.50 mm の Cu 板と Ag 板のを、交互に積層した周期系である。周期系での超音波を含む波動現象を理解する助けとして、この分散関係が多用される。分岐が中央と mini-zone edge の間に延びている周波数部分を passing band, 中央または mini-zone edge で分岐の跳びがある周波数部分を stop band と呼んでいる。しかし、この passing band で超音波の透過が強く生じ、stop band で超音波の伝搬が阻止されるとの理解は、節2で考察した有限層状構造物を含む系 $B(A/B)_N L$ では、全く逆になっている。分散関係から波束の群速度を導出可能である。[14] この逆数 v_g^{-1} と二重層の厚さ $D = d_A + d_B$ の積とを、図11(b) に示す。この表現は、

$$\frac{D}{v_g} = \frac{\partial \gamma}{\partial \omega} = \frac{g(\alpha, \beta) \beta + g(\beta, \alpha) \alpha}{\omega \sin \gamma} \quad (17)$$

となる。しかし、この定義では stop band 部分での分散関係を用いて実数の群速度を定義できない。

分散関係が、有限系でどのような意味を持つかを理解する為に、系 $S(B)(A/B)_N L$ を考察する。ここで、 (B) は $(A/B)_N$ 中の層 B と同じ厚さとする。節2で考察した系での反射率を決定するパラメータを、同じ表記で κ_c で示し、系 $S(B)(A/B)_N L$ に対するそれを $\kappa_c^{(G)}$ で示す。これらには、次の関係式が成立する。

$$\kappa_c^{(G)} = \frac{\kappa_c + r_{SB} \kappa_c / \kappa_c^*}{1 + \kappa_c r_{SB}} \quad (18)$$

ここで、 r_{SB} は式(14)で定義した。この $\kappa_c^{(G)}$ が実数となる条件は、二つある。第一の条件が $\text{Im}[\kappa_c] = 0$ であり、式(8)の表現をもつ。この際の $\kappa_c^{(G)}$ を $\kappa_e^{(G)}$ で示すと、直ちに次式を得る。

$$\kappa_e^{(G)} = \frac{\kappa_e + r_{SB}}{1 + \kappa_e r_{SB}} \quad (19)$$

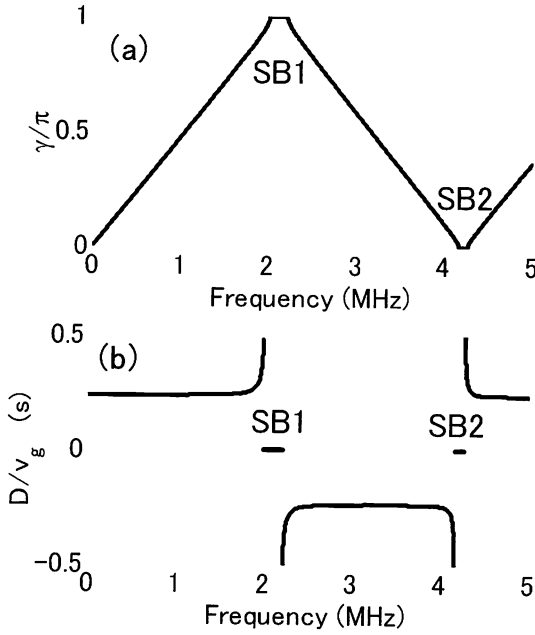


図12: Rytov が求めた (a) 分散関係と (b) これより導出される群速度の逆数. 図中, SB1 と SB2 で示した部分が stop band と呼ばれている周波数域である.

第二の条件は,

$$\frac{|\kappa_c|}{\text{Re}[\kappa_c]} = -\frac{2 r_{SB}}{1 + r_{SB}} \quad (20)$$

であり, この際 $\kappa_c^{(G)} = -r_{SB} = r_{BS}$ となる. $S = L$ である系では, この後者の条件によって超音波の透過率が1になることがわかる. 層A と層B がそれぞれ 0.50 mm の Cu 板と Ag 板より成り, $N=20$ とした系 $L(\text{Ag})(\text{Cu}/\text{Ag})_{20}L$ での $\kappa_c^{(G)}$ を図13に示す. これより, 分散関係での passing band は, この第二の条件が成立する系に対応していることが解る. さらに, この passing band を成す周波数は離散的であり, 他のほとんどの連続的周波数範囲では分散関係には対応しない.

また, stop band は, 第一の条件が成立した際の性質である. この例では, $\kappa_c^{(G)} = r_{BS}$ となる周波数の近傍で stop band が生じていることがわかる. 即ち, 分散関係のみで, 有限層状構造物中の波動を議論することはできない.

なお, stop band でも $\kappa_c^{(G)}$ には, 分散関係のような跳びが存在しないことは, 注目すべきである. これは, stop band でも実数の群速度が定義可能であることを示唆している.

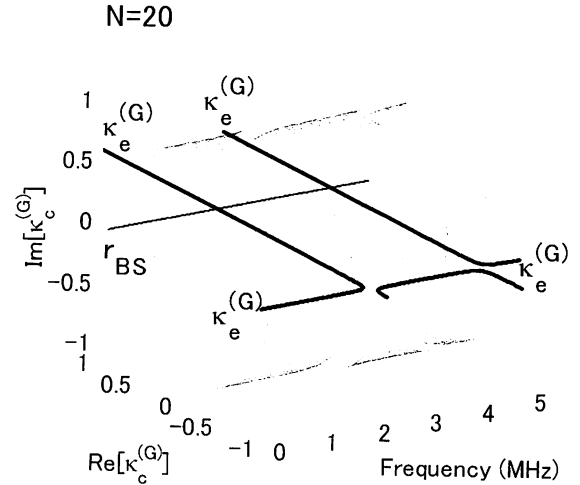


図13: 基盤を H_2O と同じ音響インピーダンスとした $\text{H}_2\text{O}(\text{Ag})(\text{Cu}/\text{Ag})_{20}\text{H}_2\text{O}$ に対する $\kappa_c^{(G)}$

7 群速度に関する考察

分散関係では, 媒質中を伝搬する波束の群速度を導出可能であるが, stop band に対応する周波数に対する波束の群速度の定義は十分に考察されていない. この節では, これまで議論してきた諸量を用いてこれを表現する試み, 一般化された群速度の定義を提案する.

系 $S(B)(A/B)_NL$ の基盤 S より, 変位 $a_0(t) = t \cos \omega t$ を入射する. この変位は, 時刻 $t=0$ に於いて, 節を成す. この節が, 層状構造物を伝搬すると, 系の分散性によって有限の変位をもつようになる. 液体 L に接する直前の層 B で, 変位 $a_N(t)$ の時間変化に対する包絡線の絶対値が極小となる時間をもって節の伝搬時間 τ_0 と定義する. この進行波に対する振幅透過係数を $t^{(G)}(\omega) = |t^{(G)}(\omega)| \exp[i\Theta^{(G)}(\omega)]$ とすると, $\tau_0 = \partial \Theta^{(G)} / \partial \omega$ である. 振幅透過係数の絶対値は, この τ_0 に影響せず, 系の分散性に寄与する. 伝搬時間 τ_0 を用いて, 群速度を次のように定義する.

$$v_G(\omega) = \frac{ND + d_B}{\tau_0} \quad (21)$$

ここで, $ND + d_B$ は節の伝搬距離である. なお, この定義を bulk に対して適用すると, よく知られた群速度の定義[10, 14]と一致する.

系 $B(A/B)_NL$ に対し上と同様に考え, 周波数ゼロでの群速度の表現を求めると, 以下のようになる.

$$v_G(0) = \frac{d_A + d_B}{(Z_p + \kappa Z_m) \frac{d_A}{v_A} + \frac{d_B}{v_B}} \quad (22)$$

ここで、 v_A と v_B は、それぞれ bulk の物質 A と B 中での音速である．これまで例示した具体例に於いて、この値はほぼ v_A と v_B の調和平均となっている．

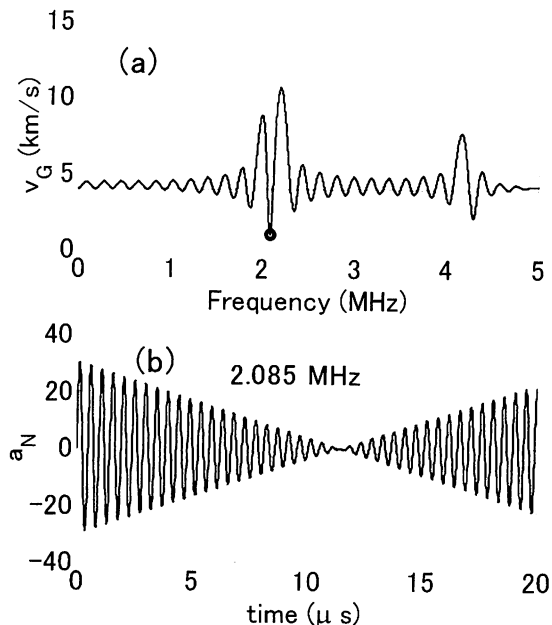


図14：基盤を Ag と同じ音響インピーダンスとした $\text{Ag}(\text{Cu}/\text{Ag})_{11}\text{H}_2\text{O}$ に対する (a) 群速度と (b) 指定した周波数での透過波の時間的振動の様子．

具体例を数値的に示す．図14に、節2で議論した、系 $\text{Ag}(\text{Cu}/\text{Ag})_{11}$ の構造に対する群速度と、stop band 内での指定した周波数 2.085 MHz での透過波の時間的振動の様子を示した．群速度の図には、 $v_G(0)$ の値 3.96 km s^{-1} も比較の為に水平線で示されている．stop band 以外の周波数範囲での群速度は、 $v_G(0)$ の値の近くで変化しているが、stop band の近傍では大きく変化している．特に stop band の中央では、 0.96 km s^{-1} となり、 $v_G(0)$ の値の約 $1/4$ となる．

一方、節6で $\kappa_c^{(G)}$ の周波数依存の様子を示した、系 $\text{H}_2\text{O}(\text{Ag})(\text{Cu}/\text{Ag})_{20}\text{H}_2\text{O}$ の群速度を図15に示した．同様に $v_G(0)$ も水平線で図15(a)に描いてある．この場合には、stop band の近傍以外の周波数領域でも、群速度の大きな変化が見られる．特に、ほとんどの周波数で $v_G(0)$ よりも速い群速度となっている．節6で議論したように、この系は Rytov の分散関係が示す、passing band と stop band での透過率に対する概念と

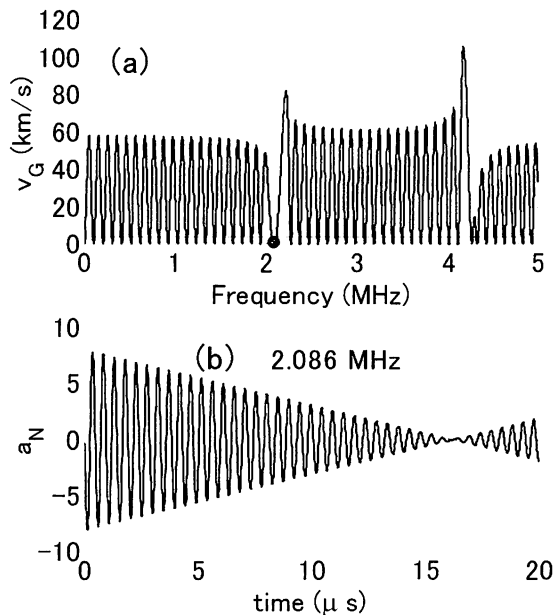


図15：基盤を H_2O と同じ音響インピーダンスとした $\text{H}_2\text{O}(\text{Ag})(\text{Cu}/\text{Ag})_{20}\text{H}_2\text{O}$ に対する (a) 群速度と (b) 指定した周波数での透過波の時間的振動の様子．

よく対応する $\kappa_c^{(G)}$ をもつが、群速度には Rytov の分散関係が与える群速度との対応が全く存在しない．むしろ、先に示した系 $\text{Ag}(\text{Cu}/\text{Ag})_{11}\text{H}_2\text{O}$ の群速度と Rytov の分散関係が与える群速度が対応している．

なお、Rytov の分散関係が与える群速度の周波数ゼロでの表現を求めると次式となる．

$$v_g(0) = \frac{d_A + d_B}{\sqrt{\left(\frac{d_A}{v_A}\right)^2 + 2Z_p \frac{d_A d_B}{v_A v_B} + \left(\frac{d_B}{v_B}\right)^2}} \quad (23)$$

ここで扱っている例では、 $v_g(0)$ もほぼ v_A と v_B の調和平均となっており、式(22)に示した、 $v_G(0)$ の性質と一致している．これまで考察してきた系である $\text{Ag}(\text{Cu}/\text{Ag})_{11}\text{H}_2\text{O}$ に対しては、 $v_g(0) = 4.21 \text{ km s}^{-1}$ の値をもつ．しかし、基盤 S の音響インピーダンスが小さなほど $v_G(\omega)$ の周波数に対する振動が大きくなっている．これは、節3で議論した透過率の振動と同様の傾向である．また、透過率が小さいほど速い群速度をもつ性質がある．逆に、透過率が大きくなる共鳴透過の周波数等で、群速度は遅くなる．

8 終わりに

節6および節7での議論で、無限層状構造物の

分散関係での passing band の性質が有限層状構造物での透過率や群速度の性質を十分に説明できないことを明らかにした。これより、節3で議論した二重層数の多い系での平均透過率値が、半無限媒質が接した場合の透過率より小さくなる結果も納得できるものとする。しかし、節7で定義した群速度 $v_G(\omega)$ の実験による検証は今後の課題である。

正規モードの分散関係式(7)は無限周期系にたいして意味をもつものであるが、本論で議論した有限系周期系でも重要な役割を果たしている。しかし、上にも記したようにこの分散関係のみで、正確に有限周期系の性質を議論することは不可能である。その一例が stop band での群速度である。

本論文では、超音波を基盤 S から入射して液体 L に透過させた場合のみを議論した。この場合、液体 L には反射波が存在しないと仮定している。振幅反射係数 κ が実数であった。(仮に液体中に反射波の一部でも存在すると、 κ は複素数として扱わなければならない。) また、超音波を液体 L から入射して基盤 S に透過させる場合で、基盤 S に反射波が存在しないと仮定すると、式(2)で示した R の逆数がゼロとなる。つまり $1/R=0$ であるが、これより $\kappa=1/\kappa_c^*$ が得られる。この際も κ は複素数として扱わなければならない。(ここで注意すべき点は、超音波に対する損失[15,16]を考慮しなくとも振幅反射係数が複素数になる点である。) ただし、超音波透過率の算出結果は、基盤 S から入射しても、液体 L から入射しても同じになる。どちらの場合でも、基盤 S および液体 L が半無限媒質であることを前提としている。 S と L が、有限媒質としての波動伝搬を議論することは、 κ が複素数となる場合の考察とともに今後の課題である。なお、本論文では空間変調の有限性を強調した議論のみを進めたが、時間的に有限な系の応答を研究することも興味あるテーマと考える。

節2で議論した系 $\text{Ag}(\text{Cu}/\text{Ag})_{11}\text{H}_2\text{O}$ での共鳴透過を実験的に検証する為には、 Ag と同じ音響インピーダンスを持つ超音波の発振子が必要で、これを $(\text{Cu}/\text{Ag})_{11}\text{H}_2\text{O}$ の Cu に接合する必要がある。だが、このような発振子の入手または作成が困難だった為、この系での共鳴透過の実験が不可能であった。しかし、節4と節5に示した実験結果と理論的解析によれば、系 $\text{Ag}(\text{Cu}/\text{Ag})_{11}\text{H}_2\text{O}$ での共鳴透過の現象は十分に実現可能であると思われる。

また、半導体超格子での熱伝導率が bulk のものより 10 倍以上低くなるとの実験結果[17,18]を理解するために、群速度[19]が議論されている。本論文で示した stop band での群速度が遅くなる現象も、これに関与しているものと思われる。

謝 辞

苫小牧工業高等専門学校の岡本幸雄教授には、本論文の詳細にわたって精読して頂いた。本論で貴重な意見を生かしてない部分は、著者の責である。また、実験試料である銅と銀の層状構造物の作成は、田中貴金属工業の協力で作成して頂いたものである。本研究の一部は、科学研究費補助金(基盤研究(c)(2)[課題番号 11650062])を用いて行った。

付 録

A 層状構造物の接続

ここで用いる転送行列の定義は、文献[13]に従っている。(この理解のために文献[20,21,22]も参考になる。) 次の二つの転送行列をもつ層状構造物(1)と(2)を接続して、層状構造物(12)を作成した場合の端面での反射を支配する物理量 $\kappa_c^{(12)}$ を層状構造物(1)の $\kappa_c^{(1)}$ と層状構造物(2)の $\kappa_c^{(2)}$ 等を用いて表現する。

$$G^{(1)} = \begin{bmatrix} G_{11}^{(1)} & (G_{21}^{(1)})^* \\ G_{21}^{(1)} & (G_{11}^{(1)})^* \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$G^{(2)} = \begin{bmatrix} G_{11}^{(2)} & (G_{21}^{(2)})^* \\ G_{21}^{(2)} & (G_{11}^{(2)})^* \end{bmatrix} \quad (25)$$

この行列の成分を用いて、 $\kappa_c^{(1)} = G_{21}^{(1)}/G_{11}^{(1)}$ 、 $\kappa_c^{(2)} = G_{21}^{(2)}/G_{11}^{(2)}$ と定義される。層状構造物(1)と(2)の接続する端面を成す物質の音響インピーダンスを、それぞれ Z_1 と Z_2 とする。これによって次の行列を定義する。

$$f^{(12)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + Z_1/Z_2 & 1 - Z_1/Z_2 \\ 1 - Z_1/Z_2 & 1 + Z_1/Z_2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

この $f^{(12)}$ は、接続面での振幅反射係数に対応する行列である。接続した層状構造物(12)の転送行列は $G^{(12)} = G^{(2)} f^{(12)} G^{(1)}$ となる。以上の物理量より、 $\kappa_c^{(12)} = G_{21}^{(12)}/G_{11}^{(12)}$ は次の表現を持つ。

$$\kappa_c^{(12)} = \frac{\kappa_c^{(1)} e^{-i2\theta} + \kappa_c^{(2)} - r_{12}(\kappa_c^{(1)} \kappa_c^{(2)} + e^{-i2\theta})}{1 + \kappa_c^{(1)} \lambda - r_{12}(\kappa_c^{(1)} + \lambda)} \quad (27)$$

ここで、 $r_{12}=(Z_1-Z_2)/(Z_1+Z_2)$ 、 $\lambda=(G_{21}^{(2)})^*/G_{11}^{(2)}$ 、 $\theta=\arg[G_{11}^{(2)}]$ である。

B 群速度の導出

インパルス応答関数 $H(\omega)$ を持つ系に、入力 $x(t)=t \cos \omega_0 t$ を加えた場合の出力 $y(t)$ を求める。ただし、 $H(-\omega)=H(\omega)^*$ とする。入力 $x(t)$ のフーリエ変換は

$$X(\omega)=-i\pi\{\delta'(\omega-\omega_0)+\delta'(\omega+\omega_0)\} \tag{28}$$

である。以上より、出力 $y(t)$ は、 ω_0 を ω と置き直して、次のようになる。

$$y(t)=\text{Re}[(t-\tau) H(\omega) e^{-i\omega t}] \tag{29}$$

$$\tau=-i\frac{\partial}{\partial\omega}\ln H(\omega)\equiv\tau_0-i\tau_1 \tag{30}$$

ここで、 τ_0 と $-\tau_1$ は、それぞれ τ の実部と虚部である。 $H(\omega)=|H(\omega)|e^{i\Theta(\omega)}$ と置くと次の表現が得られる。

$$\tau_0=\frac{\partial\Theta(\omega)}{\partial\omega} \tag{31}$$

$$\tau_1=\frac{\partial}{\partial\omega}\ln|H(\omega)| \tag{32}$$

以上の表現を用いて式(29)を書き換えると、次式を得る。

$$y(t)=|H(\omega)|\{(t-\tau_0)\cos(\omega t-\Theta)+\tau_1\sin(\omega t-\Theta)\} \tag{33}$$

式(33)より出力 $y(t)$ は振動する解であることが解る。この極大及び極小の包絡線 $y_m(t)$ を求めると、次式が得られる。

$$\frac{y_m^2(t)}{|H(\omega)|^2}=\frac{f^2(t-\tau_0)}{\{\omega(t-\tau_0)\}^2+(1+\omega\tau_1)^2} \tag{34}$$

$$f(\xi)\equiv\omega\xi^2+(1+\omega\tau_1)\tau_1 \tag{35}$$

この $y_m^2(t)$ の極小値を求めると、入力 $x(t)=t \cos \omega t$ が $t=0$ に持つ節が出力 $y(t)$ に現れるまでの時間が求められる。極小値を与える時間 t の解は五つあが、物理的に意味がある解は常に実数の時間である。これを満たす解は $t=\tau_0$ のみである。この際、 $|y_m(\tau_0)|=|H(\omega)||\tau_1|$ となることより、 τ_1 は透過した節の振幅を決定することが分かる。

式(21)にある群速度を求めるための τ_0 は、上での議論で与えた $H(\omega)$ として次の振幅透過係数を用いた。

$$t^{(G)}(\omega)=\frac{1+r_{SB}}{e^{-i\beta}D+e^{i\beta}r_{SB}E} \tag{36}$$

ここで、
$$D\equiv\cos N\gamma-i s(\gamma)g(\alpha,\beta)-\kappa i e^{i\beta}Z_m s(\gamma)\sin\alpha \tag{37}$$

$$E\equiv\kappa\{\cos N\gamma+i s(\gamma)g(\alpha,\beta)\}+i e^{-i\beta}Z_m s(\gamma)\sin\alpha \tag{38}$$

と定義した。この $t^{(G)}(\omega)$ は、系 $S(B)_{NL}(A/B)_{NL}$ に対する表現である。この系での群速度で、周波数ゼロの表現 $v_G(0)$ を求めると次のようになる。

$$v_G(0)=\frac{\frac{1+\kappa r_{SB}}{1-\kappa r_{SB}}\{d_A+(1+1/N)d_B\}}{\left(Z_p+\frac{\kappa-r_{SB}}{1-\kappa r_{SB}}Z_m\right)\frac{d_A}{v_A}+(1+1/N)\frac{d_B}{v_B}} \tag{39}$$

系 $S(B)_{NL}(A/B)_{NL}$ が電磁波も存在しない完全な真空中に置かれている際には、 $\kappa=1$ および $Z_S=0$ 、 $r_{SB}=-1$ となるので式(39)より $v_G(0)=0$ 、式(36)より $t^{(G)}(\omega)=0$ となる。当然であるが、完全な真空からはエネルギーが層状構造物中を透過しないことを表す。この結果、節が時間ゼロで透過するかのような計算結果となるので、 $v_G(0)$ には発散する周波数がある。

系 $B(B)_{NL}(A/B)_{NL}$ に対する群速度の表現は、上の議論で $S=B$ 、 $r_{SB}=0$ とすればよい。単層(B)の部分の伝搬を考えない系 $B(A/B)_{NL}$ のときには、振幅透過係数を式(37)で定義した D を用いて $t(\omega)=1/D$ とすればよい。これに対する $v_G(0)$ の表現が、式(22)である。

参考文献

[1] T. J. Delph, G. Herrmann, and R. K. Kaul, "Harmonic Wave Propagation in a Periodically Layered, Infinite Elastic Body: Antiplane Strain¹," Journal of Applied Mechanics, **45**, 343-349 (1978).

[2] R. E. Camley, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, and A. A. Maradudin, "Transverse elastic waves in periodically layered infinite and semi-infinite media," Phys. Rev. B **27**, 7318-7329 (1983).

[3] H. T. Grahn, H. J. Maris, J. Tauc, and B. Abeles, "Time-resolved study of vibrations of a-Ge:H/a-Si:H multilayers," Phys. Rev. B **38**, 6066-6074 (1988).

- [4] Wei Chen, Yu Lu, Humphrey. J. Maris, and Gang Xiao, "Picosecond ultrasonic study of localized phonon surface modes in Al/Ag superlattices," Phys. Rev. B **50**, 14 506-14 515 (1994).
- [5] H. Kato, "Transmission of L -mode phonons from a superlattice into a liquid by effective acoustic impedance matching," Phys. Rev. B **59**, 11 136-11 138 (1999). [The equation(12), " $2\kappa^3 - 3 \operatorname{Re}[c] \kappa^2 + (|c|^2 - 1) \kappa + \operatorname{Re}[c] = 0$," in this paper is wrong. Its corrected form is " $\kappa^2 - \kappa (|c|^2 + 1) / \operatorname{Re}[c] + 1 = 0$."] The quantity κ_c is equivalent to $1/c^*$ for the system $B(A/B)_N$.
- [6] S. Tamura, "Resonant transmission of acoustic phonons in multisuperlattice structures," Phys. Rev. B **43**, 12 646-12 649 (1991).
- [7] S. Mizuno and S. Tamura, Phys. Rev. B **45**, 734(1992); S. Mizuno and S. Tamura, Phys. Rev. B **45**, 13 423 (1992); H. Kato, H. J. Maris, and S. Tamura, Phys. Rev. B **53**, 7884 (1996); H. Kato, H. J. Maris, and S. Tamura, Physica B **219 & 220**, 696 (1996); H. Kato and S. Tamura, J. Phys. C, **9**, 6791 (1997).
- [8] S. M. Rytov, Akust. Zh. **2**, 71 (1956) ["ACOUSTICAL PROPERTIES OF A THINLY LAYERED MEDIUM," Sov. Phys. Acoust. **2**, 68-80 (1956)].
- [9] S. Mizuno, "Theoretical study on resonant transmission of acoustic phonons propagating through a superlattice-liquid interface," Phys. Rev. B **63**, 035301 (2001).
- [10] S. Mizuno and S. Tamura, "Resonant interaction of phonons with surface vibrational modes in a finite-size superlattice," Phys. Rev. B **53**, 4549-4552 (1996).
- [11] Y. Kojima and H. Kato, "Fundamental Study of Various Taste Solutions by Ultrasonics," Sensors and Materials, **13**, 145-154 (2001).
- [12] H. Kato and Y. Kojima, "Transmission of Ultrasound from Layered Structures into a Liquid," Jpn. J. Appl. Phys. **41**, 3202-3205 (2002).
- [13] H. Kato, "Transmission of acoustic energy in finite-size layered structures expressed by the effective acoustic impedance," to be published in Memoirs of the Tomakomai Natl. Coll. Tech., **37** (2002).
- [14] E. P. Wigner, "Lower Limit for the Energy Derivative of the Scattering Phase Shift," Phys. Rev. **98**, 145-147 (1955).
- [15] H. T. O'Neil, "Reflection and Refraction of Plane Shear Waves in Viscoelastic Media," Phys. Rev. **75**, 928-935 (1949).
- [16] G. Tas and H. J. Maris, "Picosecond ultrasonic study of phonon reflection from solid-liquid interface," Phys. Rev. B **55**, 1852-1857 (1997).
- [17] W.S.Capinski, M.Cardona, D.S.Katzer, H.J.Maris, K.Ploog, and T.Ruf, "Thermal conductivity of GaAs/AlAs superlattices," Physica B **263-264**, 530-532 (1999).
- [18] W.S.Capinski, H.J.Maris, T.Ruf, M.Cardona, K.Ploog, and D.S.Katzer, "Thermal-conductivity measurements of GaAs/AlAs superlattices using a picosecond optical pump-and-probe technique," Phys. Rev. B **59**, 8105-8113 (1999).
- [19] S. Tamura, Y. Tanaka, and H. J. Maris, "Phonon group velocity and thermal conduction in superlattices," Phys. Rev. B **60**, 2627-2630 (1999).
- [20] H. Kato, "Acoustic SH phonons in a superlattice with (111) interfaces," J. Acoust. Soc. Am. **101**, 1380-1387 (1997).
- [21] B. A. Auld, *Acoustic Fields and Waves in Solids*, (Krieger, Malabar, FL, 1990) 2nd Ed., Vol. I pp.163-190, and Vol. II pp.2-6.
- [22] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics*, (Pergamon Press, New York, 1987) 2nd Ed., pp. 251-268.

(平成14年11月18日受理)

