

数理計画法による火力発電機群の 起動停止問題の解析

山城 迪*

An analysis of the generating thermal units commitment
by the mathematical programming

(Department of Electrical Engineering) SUSUMU YAMASHIRO

要 旨

電力系統の給電担当者は火力ユニット群の中から、どのユニットをしかもいつ起動・停止すべきかを決定しなければならない。これは火力発電機群の起動停止問題と呼ばれるものであるが、本稿では Dynamic Programming 法および Labeling 法によって問題の解析を試みた。

Synopsis

The system operator must determine which unit should be taken-off line and for how long. This is called "unit commitment". In this paper, this problem is analyzed by the Dynamic programming and Labeling method.

I 緒 言

近年の電力系統の発展には目覚ましいものがあるが、中でも電力供給源としての大容量火力ないしは原子力発電所の建設が相次いでいる。

これらの大容量ユニットは運転効率および経済的見地からいわゆるフラットな負荷運転が要求されている。一方、系統内には老朽化した火力ユニット群があり、これら新旧ユニットを適切に組合せた運用が要求されることになる。例えば、系統負荷によっては、全ての火力ユニットをそれらの最低出力で運転してもなお供給が需要を上回る場合には、何台かを系統から切り離さねばならない。またそうでない場合についても、主として経済的見地からみれば、ある負荷に対して新旧ユニットの最適なユニットの組合せが必ず存在する。

ここでは後者の意味での最適ユニットの組合せをユニットの燃料費および起動費を含めた運転費を最適化への判定条件として問題の解を求めたい。従来まで発表されてきたこの種の問題の解法としては、まずユニット停止優先順位による方法が挙げられる。³⁾ さらに同一負荷レベルで起動および停止を行う条件の下では停止優先順位によることなく D. P 法を用いて解を得ることが出来る。⁵⁾⁶⁾

しかしながら、前者はあらかじめ停止優先順位を求めておかねばならず、また後者は同一負荷レベルで起動停止せねばならぬという制約と、負荷レベルを独立変数にとることの不便さを持っている。以上の点から本稿では、停止優先順位によることなく、しかも同一負荷レベルでの起動停止条件を考えずに時間を独立変数にとった場合についての解を D. P を用いて得る方法を示す。また、線形計画法 (L. P) の一応用であるネットワークフロー法で用いられるラベリング法により同様の結果を得たので報告したい。

II ダイナミツク・プログラミング (D. P) の適用

1. 記 号

i : 時間帯番号
 J : 火力ユニット群番号
 F : 火力燃料費
 FS : 起 動 費
 ϕ : 運 転 費
 Φ : 最少運転費
 n : ユニット番号

2. ダイナミック・プログラミング適用上の問題点
火力ユニットの運転費を燃料費と起動費の和と定義するなら、系統の最適運用は最小運転費を与える運用を指す。ここで起動費は一般に停止時間の関数で表わされるから、運用中は常に各ユニットの停止時間を知

*講師 電気工学科

る必要があり、かつこの停止時間をもとにしてユニットが起動する際に起動費を考慮するのが一般的な方法である。しかし、こうした起動費の求め方では時間を独立変数にとつた場合にダイナミックプログラミングを用いて最適運用を決定することは出来ない。

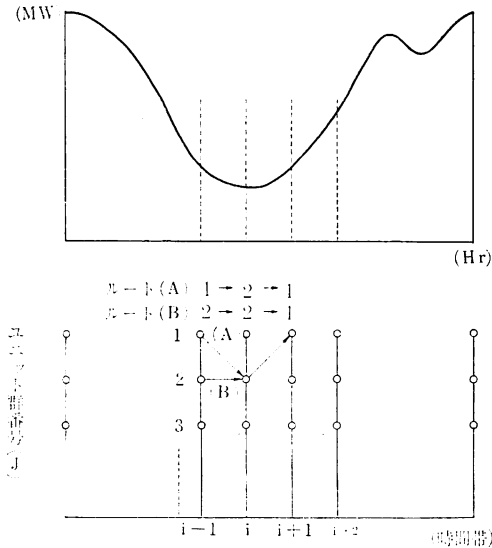


図1 負荷曲線および D. P 格子点図

いま、この理由を図1を参照しながら考えてみよう。図に示す如く運用期間をいくつかの時間帯に等分割し、任意の時間帯 (i) および ($i+1$) における運転ユニット群を J_i および J_{i+1} とし、これらは各々次のようなユニットを含むものとする。

$$\begin{aligned} J_i &= (\#2, \#3, \#4, \dots, \#N) \\ J_{i+1} &= (\#1, \#2, \#3, \#4, \dots, \#N) \end{aligned} \quad (1)$$

図の格子点番号で示せば、 $J_i=2$ であり、 $J_{i+1}=1$ となる。(1)式から、時間帯 i から $i+1$ への運転状態の変化 $J_i \rightarrow J_{i+1}$ とは #1 ユニットが時間帯 $i+1$ で起動することである。この時 #1 ユニットの起動費は J_i 、 J_{i+1} の2つの状態のみによって求めることは出来ない。即ち、 $J_i=1$ に至るルートとして図1の如くルート (A) とルート (B) の2つを考えてみると、時間帯 ($i-1$) から ($i+1$) までの #1 の停止時間は、

ルート (A) では 1 時間帯
 ルート (B) では 2 時間帯

であるから、時間帯 ($i+1$) で起動する #1 ユニットの起動費は $J_i \rightarrow J_{i+1}$ の状態変化だけではなく J_i に致る運転ルートの如何によって変ってくる。

このことは時間帯 i までの最適運用が仮りにルート (B) だったとしても、時間帯 ($i+1$) までの最適運用を考える時、必ずしもこの決定は正しくないことを意

味する。何故なら

- (i) 時間帯 i までは #1 ユニットの起動費はルート (A), (B) で考慮されず、($i+1$) で初めて考えられること。
- (ii) この場合 (B) の起動費は (A) のそれより停止時間が長いことから当然大きい。
- (iii) J_i から J_{i+1} までの燃料費はルート (A), (B) とともに同じ値である。

以上の点から、(A), (B) 2つのルートにおける起動費の如何によってはルート (B) を最適運用 (最小運転費 = 燃料費 + 起動費) とした時間帯 i での決定は、時間帯 ($i+1$) でくつがえられる可能性があるといえる。

以上述べてきたことの結論は、このような起動費の取扱いで問題の解析を行う場合は、D. P の基礎たる最適性の原理を満足せず、従って D. P の適用は不可能である。

即ち、ここでいうところの最適性の原理とは「状態 J_i および J_{i+1} があって、 J_i の最適政策とは J_i に致る過去の政策の如何にかかわらず、常に J_{i+1} に対し最適政策を与えるものでなければならない」ということであり、従って図1に示した様な考察期間の分割法で起動費を起動時に考慮する場合には D. P の適用は出来ない。

3. 増分起動費と D. P の適用

前節で起動費を起動時に一度に考慮する場合 D. P の適用が不可能なことを示した。そこで別の起動費の求め方から D. P 適用の可能性を探ってみよう。

いま、電力系統の運用を日間ないしは週間のようなあるサイクルで考えてみると、

- (1) その期間内では停止したユニットは必ず起動すること。
- (2) 起動費は停止時間の関数であるから、起動準備中の各時刻に対応した費用が考えられる。

以上の点から、従来のように起動費を一度に運転費に加えるのではなく、ユニット停止の瞬間から起動までの各時間帯における微小起動費を求め、これを各時間帯での運転費に組入れることを考える。起動費だけについて考えると、この方法は各時間帯での微小起動費の総和として求まるから、先の起動時に一度に考慮する場合と同じ結果になる。

いま、図2の如く考察期間をいくつかの時間帯に等分割し、その時間帯巾を Δt とする。

また Δt に対応する起動費を ΔFS とすれば、任意の時刻 t および $(t+\Delta t)$ 間 (時間帯 i) における起動費は $(\Delta FS)_i$ ないしは $(\Delta FS)_i$ であり、時刻 $(t+\Delta t)$ または時間帯未までの起動費は、

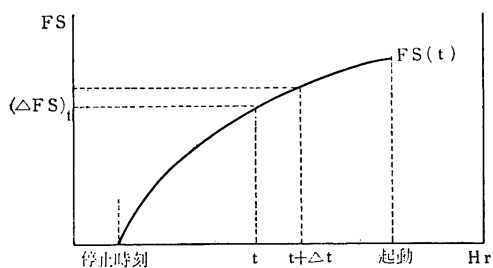


図2 起動費割性

$$(FS)_{t+\Delta t} = \sum_{t=t}^{t+\Delta t} (\Delta FS)_t$$

または

$$(FS)_i = \sum_{i=1}^i (\Delta FS)_i \quad (2)$$

時間帯巾 Δt を限りなく零に近づけると、

$$(FS)_t = \int_{t=0}^t \left(\frac{dF}{dt} \right)_t dt \quad (3)$$

(3)式中の起動費 (FS) の時間微分を増分起動費と呼ぶなら、任意の停止時間 t における増分起動費 (dFS/dt) と時間帯巾 Δt の積で時間帯での微小起動費 ΔFS を近似することが出来る。ここで仮に増分起動費が時間に無関係に一定ならば任意の時間帯における起動費は時間帯巾 Δt によって一義的に決定される。

以上述べてきたことは、停止時間の関数で表わされる起動費がその増分起動費 dFS/dt が一定という条件のもとでは停止時間には無関係に取扱われるということであり、このことから D. P 適用の可能性が考えられる。

さて、この増分起動費を前節の図1に用いて D. P 適用の可能性を探ってみよう。

増分起動費 (dFS/dt)_{*i*} が時間 t に無関係に一定値を取るものとすれば、時間帯 i までの #1 ユニットの起動費は、ルート (A) では零、またルート (B) では $\Delta FS = \left(\frac{dFS}{dt} \right) \cdot \Delta t$ である。次に時間帯 $i+1$ までを考えれば、 J_i から J_{i+1} への状態変化は、ルート (A)、(B) とともに全く同じだから、当然起動費も ΔFS と同じ値になる。従って、仮りに時間帯 i でルート (A) が最適運用だったなら、時間帯 $i+1$ に移った場合もルート (A) を最適運用としてよいことがわかる。結局 J_{i+1} の最適運用は J_i の最適運用によって与えられることになる。これは前節で述べた最適性の原理を満足している。

この節の結論とし、て停止時間の関数である起動費の導関数 dFS/dt が時間 t に無関係に一定ならば、ユニット停止の瞬間から起動までの各時間帯における

起動費を運転費に考慮することによって D. P 法を適用することが出来る。

4. ダイナミック・プログラミングによる問題の定式化

系統内に N 台の火力ユニットがある場合、可能なユニット組合せの数は $\sum_{n=1}^{n=N} {}^N C_n$ 通りであるが、これらのユニット群を記号 J ($J=1, 2, 3, \dots$) であらわすものとする。例えばユニットが2台の場合は、 $J=1$ は #1 ユニットの、 $J=2$ は #2 を、 $J=3$ は (#1, #2) を示すといった具合である。さて図1に示すように考察期間を任意の数の時間帯に等分割し、各時間帯における状態変数として上述のユニット群 J をとれば、問題は第1時間帯から最終時間帯まで逐次最小運転費および最適運用を求めていく多段の決定問題と考えることができる。

考察期間の開始時刻は任意に選んでよいが第1時間帯を負荷ピーク時にとれば、ここでは起動費は零だから第1時間帯未までの運転費は次式で表わされる。

$$\phi_1(J_1) = F_1(J_1) \quad (4)$$

次に第2時間帯未までの運転費は J_2 による燃料費および、 J_1, J_2 の比較によって得られる起動費を求め

$$\begin{aligned} \phi_2(J_1, J_2) &= F_2(J_2) + \Delta FS(J_1, J_2) + \phi_1(J_1) \\ \phi_2(J_1, J_2) &= \min_{J_1} \{ \phi_2(J_1, J_2) \} \end{aligned} \quad (5)$$

以下第3時間帯、第4時間帯と逐次時間帯を進めていくが、一般に第 i 時間帯未までの運転は次のようになる。即ち

$$\begin{aligned} \phi_i(J_{i-1}, J_i) &= F_i(J_i) + \Delta FS(J_{i-1}, J_i) + \phi_{i-1}(J_{i-1}) \\ \phi_i(J_{i-1}, J_i) &= \min_{J_{i-1}} \{ \phi_i(J_{i-1}, J_i) \} \\ i &= 1, 2, 3, \dots, I \end{aligned} \quad (6)$$

結論として、起動停止問題への解は(6)式を満足する各時間帯でのユニット群 J_i を求めることによって得られることになる。

5. モデル系統への適用例

火力ユニット6台から成る系統について、そのうち3台を常時運転、残り3台が起動停止の対象になるような系統を考え、考察期間を日間運用とする。各ユニットの燃料費特性は出力の二次式で表わし、その詳細および起動費特性を表1に示す。また状態量となるユニット群番号の内容を表2に示してある。

系統負荷および計算結果を図3に示す。

表3は計算結果の詳細である。図3および表3より #4, #6, #5ユニットの順に停止し、これとは逆の順番に起動すればよいことがわかる。

なお参考までに、計算は北大計算センターの NEAC ートである。

2203 G を使用し、図 4 は計算の大まかなフローチャ

表 1 火 力 ユ ニ ッ ト 諸 元

ユニット 番	a	b	c	h	出 力 (MW)
1	6.9	0.648	0.00105		175~50
2	11.74	1.189	0.0011		125~40
3	8.64	0.756	0.00259		125~40
4	12.96	0.648	0.00432	2.63	125~40
5	6.9	1.39	0.00375	1.66	75~20
6	12.4	1.25	0.00163	1.49	75~20

燃料費特性 $F=a+b\cdot G+c\cdot G^2$

起動費特性 $Fs=h\cdot t$

表 2 火 力 ユ ニ ッ ト 群 (J)

J	1	2	3	4	5	6	7	8
ユ ニ ッ ト No.	#1, 2, 3	#1, 2, 3 4	#1, 2, 3 5	#1, 2, 3 6	#1, 2, 3 4, 5	#1, 2, 3 4, 6	#1, 2, 3 5, 6	#1, 2, 3 4, 5, 6

表 3 計 算 結 果

時間帯 No.	負 荷 (MW)	時間帯巾 (Hr)	運転ユニット	停 止 ユニット	燃 料 費 F (千円)	起 動 費 ΔFS (千円)	運 転 費 $F+FS$ (千円)	積算運転費 ϕ (千円)
1	700	0.7	1, 2, 3, 4, 5, 6	な し	559	0	589	589
2	750	0.8	〃	〃	618	0	618	1,207
3	600	0.9	〃	〃	634	0	634	1,841
4	550	1.0	1, 2, 3, 5, 6	4	411	2.13	413	2,254
5	500	1.1	1, 2, 3, 5	4, 6	421	4.53	426	2,677
6	450	1.2	〃	〃	446	4.94	451	3,123
7	400	1.3	1, 2, 3	4, 5, 6	421	7.51	429	3,547
8	350	1.4	〃	〃	439	8.09	447	3,986
9	300	1.5	〃	〃	454	8.67	463	4,440
10	250	4.2	〃	〃	1,056	24.28	1,080	5,496
11	300	1.5	〃	〃	454	8.67	463	5,951
12	350	1.4	〃	〃	440	8.09	448	6,390
13	400	1.3	〃	〃	421	7.51	429	6,812
14	450	1.2	1, 2, 5, 6	4, 6	446	4.94	451	7,260
15	500	1.1	〃	〃	421	4.53	426	7,681
16	550	1.0	1, 2, 3, 5, 6	4	410	2.13	412	8,092
17	600	0.9	1, 2, 3, 4, 5, 6	な し	635	0	635	8,729
18	650	0.8	〃	〃	618	0	618	9,347
19	700	0.7	〃	〃	588	0	588	9,936

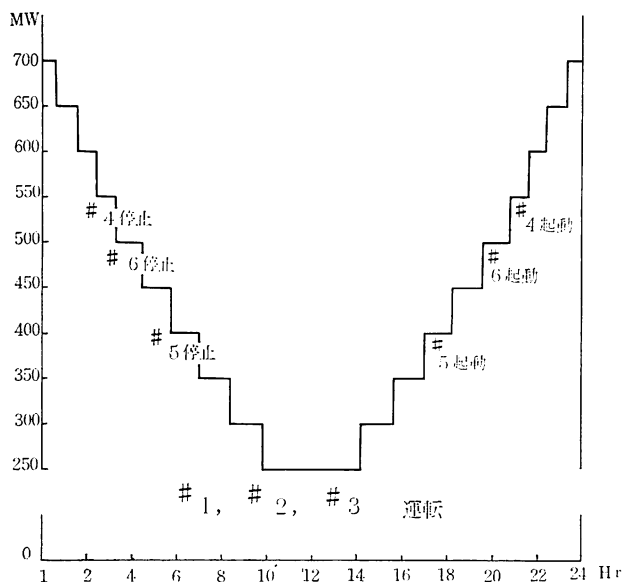


図3 負荷曲線及び最適運用

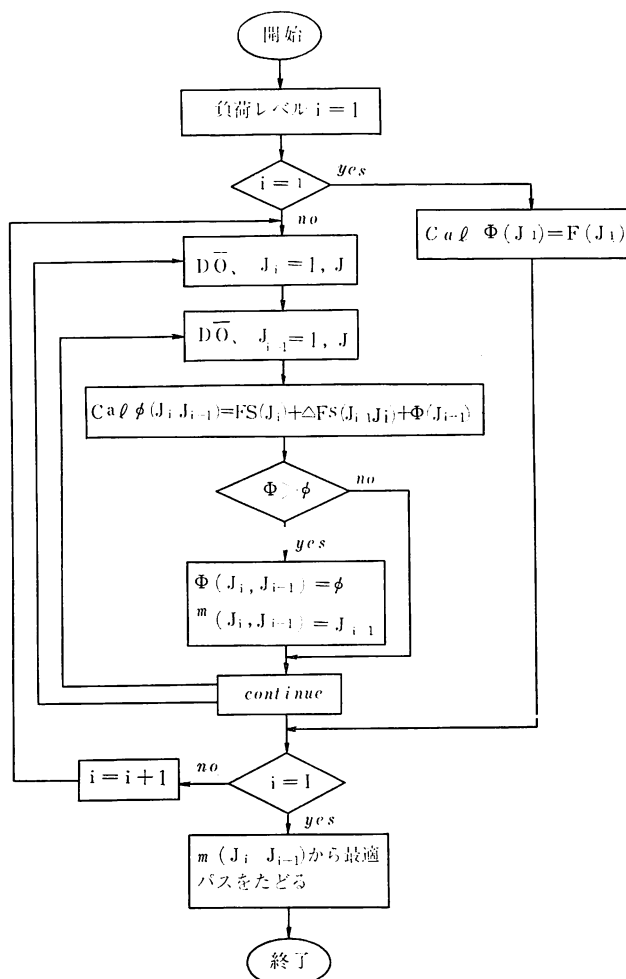


図4 フローチャート

Ⅲ ラベリング法の適用

1. 記号

i : 負荷レベル番号

j : ユニット群番号

F : 火力燃料費

F^s : 起動費

C : 運転費 (ブランチ容量)

γ : 最小費用ルート (ノード, ラベル)

δ : 積算最小運転費 (ノード, ラベル)

2. 等価ネットワークの作成

ラベリング法を適用する前に起動停止問題と等価なネットワークの作成を考えることにする。まず考察の対象となる系統の運用期間を日間とし、負荷曲線は図5の如くに、下に凸とし、ベース負荷からピーク負荷へ向けて負荷レベルを刻みその時の負荷レベル番号を i とする。

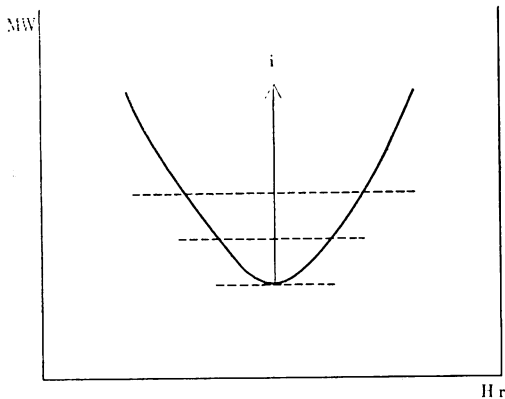


図5 負荷曲線と負荷レベル (i)

次に対象となる火力ユニットについて、可能なユニットの全組合せを考え、これらのユニットの組合せを順序づけて並べ、かつ番号 j を付けるなら、日間運用の各負荷レベルにおける考え得る運転状態をこの2つの記号の組合せ (i, j) によりことごとく表わすことが出来る。

以上の準備からネットワークを構成する、ノードおよびブランチを次のように定める。即ち図6において、

- (1) ノード (1, 1) は出発点であり、ベース負荷における運転状態を示す。
- (2) ノード (I, J) はネットワークの終点で、ピーク負荷における運転状態を示す。
- (3) 任意のノード (i, j) は負荷レベル i におけるユニット群 j による運転状態を示す。
- (4) ブランチ容量は燃料費と起動費との和で表わ

す。

- (5) ノード間の移動はブランチの矢の向きによる。

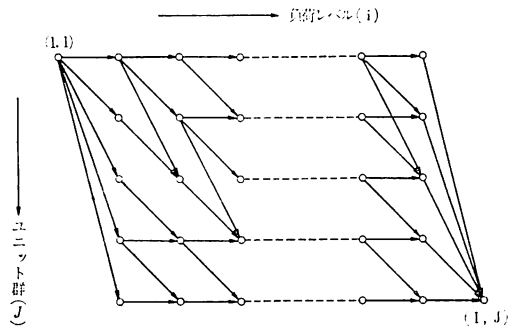


図6 等価ネットワークの図

2. ラベリング法の適用

図6のネットワークが完成したら問題はノード (1, 1) からノード (I, J) へ適達する多数のルートの中のどのルートを選んだら日間の運転費が最小になるかを決定することになる。この最小費用経路を見いだすのにラベリング法を用いるが、以下ステップ1から始めて全ノードをラベリングしていくことを考える。

ステップ1、まずノード (1, 1) から出発するブランチが到達するノードを、一種のラベル (δ, γ) の対の文字でラベリングする。

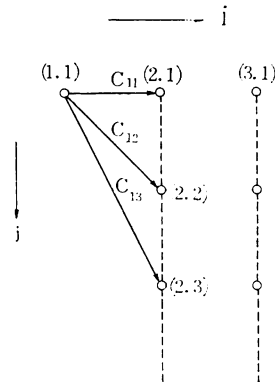


図7 ステップ1の説明

図7を参照してノード (2, 1) のラベルを ($2\delta_1, 2\gamma_1$) とすれば、 $2\delta_1, 2\gamma_1$ は次の様になる。

$$2\delta_1 = C_{11} + 1\delta_1$$

$$2\gamma_1 = 1 \quad \text{但し} \quad C_{11} = 2F_1 + 2F_{11}^s$$

$$1\delta_1 = 1F_1 \quad (1)$$

ここで

C_{11} : ノード (2, 1) とノード (1, 1) を結ぶブランチ容量

${}_1F_1$: ノード (1, 1) の運転状態での燃料費

${}_2F_1$: ノード (2, 1) の運転状態での燃料費

${}_2F_{s11}$: ノード (1, 1) から (2, 1) への移動による起動費

${}_2\delta_1$: ノード (2, 1) へ到達する最小費用

${}_2\gamma_1$: ノード (2, 1) へ到達する最小費用ルート

${}_2\gamma_1=1$ とは、ノード (2, 1) へは、(1, 1) から移動するのが最小費用であることを示す。

かくして、図中ノード (1, 1) と結ばれるノード (2, 2), (2, 3), (2, 4)……等も同様に (δ, γ) でラベリングすることができる。

ステップ 2, ここではステップ 1 でラベリングされたノード $\{(2, 1), (2, 2), \dots\}$ に着目し、これらのノードと結ばれているノードをラベリングする。

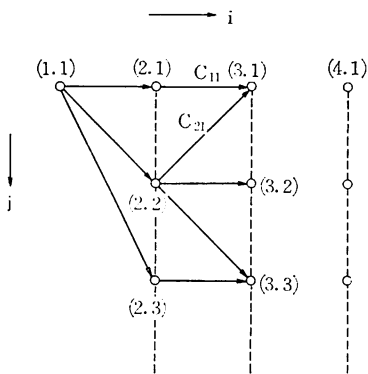


図 8 ステップ 2 の説明図

図 8 を参照してノード (2, 1) と結ばれるノード、例えばノード (3, 1) のラベル $({}_3\delta_1, {}_3\gamma_1)$ は

$${}_3\delta_1 = C_{11} + {}_2\delta_1$$

$${}_3\gamma_1 = 1 \quad \text{但し} \quad C_{11} = {}_3F_1 + {}_3F_{s11} \quad (2)$$

次にノード (2, 2) と結ばれるノードのラベリングを行う。例えばノード (1, 3) のラベルは

$${}_3\gamma_1 = C_{21} + {}_2\delta_2$$

$${}_3\delta_1 = 2 \quad \text{但し} \quad C_{21} = {}_3F_1 + {}_3F_{s11} \quad (3)$$

ところがノード (3, 1) は式(2)により既にラベリングされているから、ノード (3, 1) のラベル $({}_3\delta, {}_3\gamma_1)$ は 2 重にラベリングされることになるので、(2)式と(3)式の 2 個の ${}_3\delta_1$ を比較し小さい方のラベルをもってノード (3, 1) のラベルとする。即ち、(3)式のラベルを ${}_3\delta_1^{new}$, (2)式のそれを ${}_3\delta_1^{old}$ とすれば、最終的にノード (3, 1) のラベル ${}_3\delta_1$ は

$${}_3\delta_1 = \min[{}_3\delta_1^{old}, {}_3\delta_1^{new}] \quad (4)$$

で表わされることになる。一般にノード (3, 1) に多数のブランチが入り込む場合でも(4)式を繰り返し適用すれば(3, 1)ノードのラベルを決めることが出来る。

次にノード (3, 3) をラベリングすれば、ノード (3,

1) と結ばれるノードは全てラベリングされたことになる。

以下ノード (2, 3), (2, 4)……と着目するノードを順に追って行けば、ステップ 2 でラベリングされるべき、ノードはことごとくラベリングされたことになる。

ステップ 3 ではステップ 2 でラベリングされたノード $\{(3, 1), (3, 2), (3, 3) \dots\}$ に着目し、これらのノードと新たに結ばれるノードをステップ 2 と同様な方法でラベリングする。

以下同様に、ステップ 4, 5, 6……という具合にステップを進め、最後にラベリングされるノードが (I, J) になった時、この (I, J) のラベルを求めれば、ネットワークを構成するすべてのノードがラベリングされたことになる。

最適運用の決定はラベル (δ, γ) のうち γ を用いて

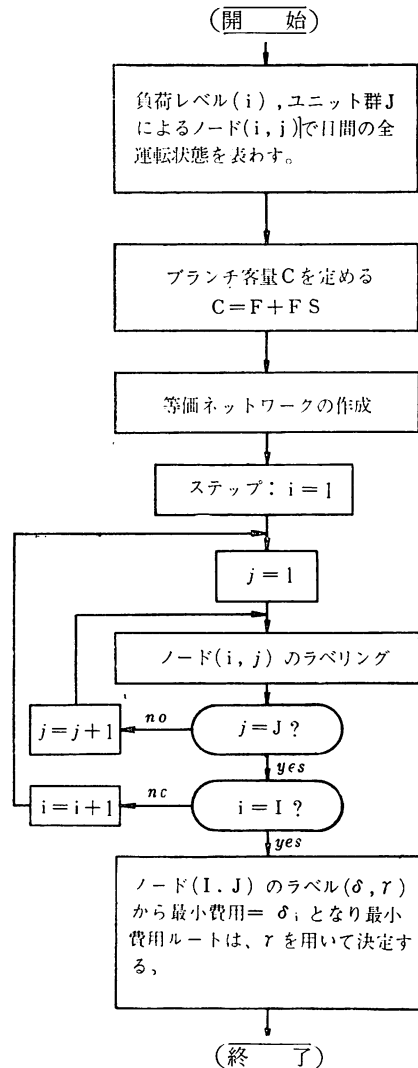


図 9 フローチャート

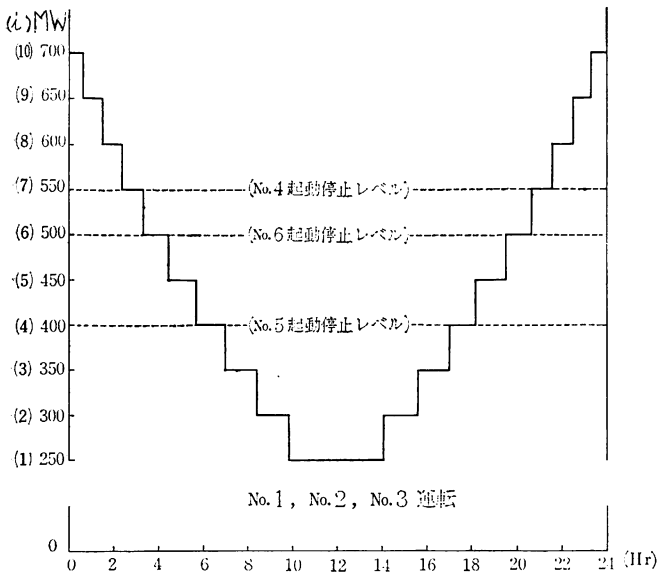


図10 負荷曲線と計算結果

$i1j \rightarrow i-1j \rightarrow \dots \rightarrow i1$ のように最小費用ルートを終点から出発点へ向けて探っていけばよい。

3. 計算例

Ⅱの D. P 法の適用で述べたのと同じモデル系統負荷曲線についての計算結果を図10および表4に示す。図9は計算のフローチャートである。

最小費用経路

ラベリングされたノード

ラベリングされるノード

表4 計算結果
ステップ 1

m	n	δ_m	F	F^s	ブランチ容量 C_{mn}	δ_n	起 動 ユニット
1	1	1055.75	908.65	0	908.65	°1964.40	
1	2	1055.75	921.47	16.52	937.99	°1993.74	4
1	3	1055.75	954.09	15.29	969.38	°2025.13	5
1	4	1055.75	959.65	15.41	975.06	°2030.81	6
1	5	1055.75	970.52	31.81	1002.33	°2508.08	4, 5
1	6	1055.75	976.07	31.93	1008.00	°2063.75	4, 6
1	7	1055.75	1006.88	30.70	1037.58	°2093.33	5, 6
1	8	1055.75	1446.92	47.22	1494.14	°2549.89	4, 5, 6

* δ_n 中の○印はノードの最終的に得られるラベルを示す。

ステップ 2

m	n	δ_m	F	F^s	C_{mn}	δ_n	起 動 ユニット
1	1	1964.40	878.18	0	878.18	°2842.58	
1	2	1964.40	1005.30	22.51	1027.81	°2992.21	4
1	3	1964.40	1041.00	20.27	1061.27	°3025.67	5
1	4	1964.40	1046.19	19.88	1066.07	°3030.47	6
1	5	1964.40	1047.48	42.78	1090.26	°3054.66	4, 5
1	6	1964.40	1052.67	42.39	1095.06	°3059.46	4, 6
1	7	1964.40	1086.08	40.15	1126.23	°3090.63	5, 6
1	8	1964.40	1096.28	62.66	1158.94	°3123.34	4, 5, 6
2	2	1963.74	1005.30		1005.30	2999.04	
2	5	1963.74	1047.48	20.27	1067.75	3061.49	5
2	6	1993.74	1052.67	19.88	1072.55	3066.29	6
2	8	1993.74	1096.28	40.15	1136.43	3130.17	5, 6

m	n	δ_m	F	F^s	C_{mn}	δ_n	起 動 ユニット
3	3	2025.13	1041.0			3066.13	
3	5	2025.13	1047.48	22.51	1069.99	3095.12	4
3	7	2025.13	1086.08	19.88	1105.96	3131.09	6
3	8	2025.13	1096.28	42.39	1138.67	3163.80	4, 6
4	4	2030.81	1046.19			3077.00	
4	6	2030.81	1052.67	22.51	1075.18	3105.99	4
4	7	2030.81	1086.08	20.27	1106.35	3137.16	5
4	8	2030.81	1096.28	42.78	1139.06	3169.87	4, 6
5	5	2058.08	1047.48			3105.56	
5	8	2058.08	1096.28	19.88	1116.16	3174.24	6
6	6	2063.75	1052.67			3116.42	
6	8	2063.75	1096.28	20.27	1116.55	3180.30	5
7	7	2093.33	1086.08			3179.41	
7	8	2093.33	1096.28	22.51	1118.79	3212.12	4
8	8	2549.89	1096.28			3646.17	

ス テ ッ プ 3

m	n	δ_m	F	F^s	C_{mn}	δ_n	起 動 ユニット
1	1	2842.58	843.79			°3686.37	
1	2	2842.58	1076.67	31.82	1108.49	°3951.07	4
1	3	2842.58	995.76	24.92	1020.68	°3863.26	5
1	4	2842.58	1000.58	24.05	1024.63	°3867.21	6
1	5	2842.58	1112.52	56.74	1169.26	°4011.84	4, 5
1	6	2842.58	1117.34	55.87	1173.21	°4015.74	4, 6
1	7	2842.58	1036.85	48.97	1085.82	°3928.40	5, 6
1	8	2842.58	1154.52	80.79	1235.31	°4077.89	4, 5, 6
2	2	2992.21	1076.67		1076.67	4068.88	
2	5	2992.21	1112.52	24.92	1137.44	4129.65	5
2	6	2992.21	1117.34	24.05	1141.39	4133.60	6
2	8	2992.21	1154.52	48.97	1203.49	4195.70	5, 6
3	3	3030.67	995.76			4021.43	
3	5	3025.67	1112.52	31.82	1144.34	4170.01	4
3	7	3025.67	1036.85	24.05	1060.90	4086.57	6
3	8	3025.67	1154.52	55.87	1210.39	4236.06	4, 6
4	4	3030.47	1000.58			4031.05	
4	6	3030.47	1117.58	31.82	1149.16	4179.63	4
4	7	3030.47	1036.85	24.92	1061.77	4092.24	5
4	8	3030.47	1154.52	56.74	1211.26	4241.73	4, 5
5	5	3054.66	1112.52			4167.18	
5	8	3054.66	1154.52	24.05	1178.57	4233.23	6
6	6	3059.46	1117.34			4176.80	
6	8	3059.46	1154.52	24.92	1179.44	4238.90	5

m	n	δ_m	F	F^s	C_{mn}	δ_n	起 動 ユニット
7	7	3090.63	1036.85			4127.48	
7	8	3090.63	1154.52	31.82	1186.34	4276.97	4
8	8	3123.34	1154.52			4277.86	

ス テ ッ プ 4

m	n	δ_m	F	F^s	C_{mn}	δ_n	起 動 ユニット
1	1	3636.37					
1	2	3686.37	1133.65	38.66	1172.31	°4853.68	4
1	3	3686.37	892.29	29.24	921.53	°4607.90	5
1	4	3636.37	896.73	27.92	924.65	°4611.02	6
1	5	3636.37	1163.69	67.90	1231.51	°4917.96	4, 5
1	6	3686.37	1168.13	66.58	1234.71	°4921.08	4, 6
1	7	3686.37	983.61	57.16	1040.77	°4727.14	5, 6
1	8	3686.37	1256.26	95.82	1352.08	°5038.45	4, 5, 6
2	2	3951.07	1133.65			5084.72	
2	5	3951.07	1163.69	29.24	1192.93	5144.00	5
2	6	3951.07	1168.13	27.92	1196.05	5147.12	6
2	8	3951.07	1256.26	57.16	1313.42	5264.49	5, 6
3	3	3863.26	892.29			4755.55	
3	5	3863.28	1163.69	38.66	1202.35	5065.61	4
3	7	3863.28	983.61	27.92	1011.53	4874.79	6
3	8	3863.28	1256.26	66.58	1322.84	5186.10	4, 6
4	4	3867.21	896.73			4763.94	
4	6	3867.21	1168.13	38.66	1206.79	5074.00	4
4	7	3867.21	983.61	29.24	1012.85	4880.00	5
4	8	3867.21	1256.26	67.90	1324.16	5191.37	4, 5
5	5	4011.84	1163.69			5175.53	
5	8	4011.84	1256.26	27.92	1284.18	5296.02	6
6	6	4015.79	1168.13			5183.92	
6	8	4015.79	1256.26	29.24	1285.50	5301.29	5
7	7	3928.40	783.61			4912.01	
7	8	3928.40	1256.26	38.66	1294.92	5223.32	4
8	8	4077.89	1256.26			5334.15	

ス テ ッ プ 5

m	n	δ_m	F	F^s	C_{mn}	δ_n	起 動 ユニット
2	2	4853.63	1065.65		5924.33	°5924.33	
2	5	4853.63	1092.63	33.22	1125.85	5984.53	5
2	6	4853.63	1096.70	31.50	1128.20	5986.88	6
2	8	4853.63	1310.18	64.72	1374.90	6233.58	5, 6

m	n	δ_m	F	F^s	C_{mn}	δ_n	起 動 ユニット
3	3	4607.90	842.57			°5450.47	
3	5	4607.90	1092.63	44.97	1137.60	°5745.50	4
3	7	4607.90	926.28	31.50	957.78	°5565.68	6
3	8	4607.90	1310.18	76.47	1386.65	°5994.55	4, 6
4	4	4611.02	846.64			°5457.66	
4	6	4611.02	1096.70	44.97	1141.67	°5752.69	4
4	7	4611.02	926.28	33.22	959.50	5570.52	5
4	8	4611.02	1310.18	78.19	1388.37	5999.39	4, 5
5	5	4917.96	1092.63			6010.59	
5	8	4917.96	1310.18	31.50	1343.40	6259.64	6
6	6	4921.08	1096.70			6017.78	
6	8	4921.08	1310.18	33.22	1341.68	6264.48	5
7	7	4727.14	926.28			5653.42	
7	8	4727.14	1310.18	44.97	1355.15	6082.29	4
8	8	5038.45	1310.18			6348.63	

ス テ ッ プ 6

m	n	δ_m	F	F^s	C_{mn}	δ_n	起 動 ユニット
2	2	5924.33	1196.18			°7120.51	
2	5	5924.33	1216.62	36.87	1253.49	7177.82	5
2	6	5924.33	1220.33	34.78	1255.11	7179.44	6
2	8	5924.33	1297.38	71.65	1369.03	7293.36	5, 6
3	5	5450.40	1216.62	50.76	1267.38	°6717.78	4
3	7	5450.40	819.68	34.78	854.46	°6304.86	6
3	8	5450.40	1297.38	85.54	1382.92	°6833.32	4, 6
4	6	5457.66	1220.33	50.76	1271.09	°6728.75	4
4	7	5457.66	819.68	36.86	856.54	6314.20	5
4	8	5457.66	1297.38	87.62	1385.0	6842.66	4, 5
5	5	5745.50	1216.62			6962.12	
5	8	5745.50	1297.38	34.78	1332.16	7077.66	6
6	6	5752.69	1220.33			6973.02	
6	8	5752.69	1297.38	36.87	1334.25	7086.94	5
7	7	5565.68	819.68			6385.36	
7	8	5565.68	1297.38	50.76	1348.14	6913.82	4
8	8	5994.55	1297.38			7291.93	

ス テ ッ プ 7

m	n	δ_m	F	F^s	C_{mn}	δ_n	起 動 ユニット
2	5	7120.51	1118.27	40.19	1158.46	8278.97	5
2	6	7120.51	1216.22	37.76	1253.98	8374.49	6
2	8	7120.51	1269.06	77.95	1347.01	8467.52	5, 6

m	n	δ_m	F	F^s	C_{mn}	δ_n	起 動 ユニット
5	5	6717.78	1118.27	0		$^{\circ}7836.05$	6
5	8	6717.78	1269.06	37.76	1306.82	8024.60	
6	6	6728.75	1216.22	0		$^{\circ}7944.97$	5
6	8	6728.75	1269.06	40.19	1309.25	8038.00	
7	8	6304.86	1269.06	56.02	1325.08	$^{\circ}7629.94$	4
8	8	6833.32	1269.06	0		8102.38	

ス テ ッ プ 7

m	n	δ_m	F	F^s	C_{mn}	δ_n	起 動 ユニット
5	8	7836.05	1236.01	43.18	1279.19	9115.24	6
6	8	7944.97	1236.01	40.44	1276.45	9221.41	5
8	8	7629.94	1236.01	0		$^{\circ}8865.95$	

ス テ ッ プ 8

m	n	δ_m	F	F^s	C_{mn}	δ_n	起 動 ユニット
8	8	8865.95	1177.85	0		10043.80	

Ⅳ 結 言

起動停止問題をⅡでは D. P 法により、Ⅲではラベリング法により解を求めた。Ⅱでは、時間を独立変数にとった場合、起動費を起動時にのみ考慮する時は D. P 法を適用出来ないことを述べ、この困難を避けるためには増分起動費を用いて停止から起動までの各時間帯における起動費を運転費に加えればよいことを示した。この方法の長所は、停止優先順位を求める手数を省けること、また同一負荷レベルでの起動停止条件は必要なく、かつ時間を独立変数にとる系統解析に起動停止問題を組み入れることを容易にした点にある。具体的には火力系のみでなく揚水火力系の経済運用にこの手法を用いる予定である。この手法で問題となるのは起動費の条件として増分起動費が停止時間に関係なく一定という条件が入ること、これは実際に行われている起動方法のうち、バンキング方式にはそのまま適合して問題ないが、自然冷却の場合は起動費は停止時間の指数関数で与えられるのでうまくない。従ってこの方法は理論的にはバンキング方式による起動の場合のみ適用可能ということになるが、自然冷却でもバンキング方式と起動費にたいして差のない場合、つまり日間運転のごとき比較的運用期間の短い時間を対象とする場合は、実用上充分適用可能な手法

と考えられる。

次にⅢについては、ネットワークフロー理論で使われるラベリング法を用いて火力発電機群の起動停止問題の解析を行った。起動停止問題を等価なネットワークで表わしたが、ネットワークの構成が多段決定の如きノードブランチの配列から推察される通り、この手法はネットワーク理論の D. P 法への接近の一例とも考えられる。しかしながら D. P 特有の関数方程式による問題の定式化はここでは必要としないし、また不可能である。

Ⅱの D. P 法、Ⅲのラベリング法ともに計算例として、単純なコンベックス負荷曲線について解を求めているが、より複雑な凹凸のある負荷についても勿論これらの手法を適用することが出来る。またⅡでは同一負荷レベルでの起動停止条件なし、Ⅲではありとして同じ結果を得たが、このことは必ず同一負荷レベルで起動停止することの保証にはならない。ただ最適運用を決定する運転費の内容を調べると燃料費が起動費より圧倒的に大きいことから、一般的には同一負荷レベルで起動停止を行うような結果が得られることと思われる。

最後に本稿を終るにあたり、日頃御指導いただいている北大工学部小池東一郎教授および宮本衛市助教授に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Bellman “Applied Dynamic Programming” Princeton u. p.
- 2) Ford 他 “Flows in network” Princeton. u. p.
- 3) 関根 “電力系統工学” 電気書院
- 4) 山城, 宮本, 小池 “電学会, 北海道支部大会予稿 1—17” 昭. 41
- 5) 山城, 宮本, 小池 “電気四学会連合大会, 936” 昭. 42
- 6) 宮本, 小池, 山城 “電気四学会連合大会, 839” 昭. 43
- 7) 山城, 宮本, 小池 “電気会北海道支部大会, 77” 昭. 43
- 3) 山城 “北海道支部大会” 昭. 43
- 9) 山城 “電気四学会連合大会” 昭. 44
- 10) 山城, 宮本, 小池 “火力発電機群の起動ユニット
その停止時間の決定について” 北海道大学工学部
研究報告第44号, 昭. 42年9月
- 11) 豊田 “電学誌, 121” 昭. 39
- 12) J. Baldwin “AIEE. Tr. P. 1272~1282” 1959年
- 13) G. Lowery “IEEE. Tr. P. 422~426” 1966年

昭和43年12月9日受理