算 額 の 一 考 察

早 坂 平四郎*

A Study on the Mathematics of Old Japan

Heishiro HAYASAKA

要 旨

わが国の算額は和算と共に徳川時代の初期（1660）頃から日本特有の研究発表形式をとり，神社，仏寺に難問題を額面に記載し遺額として後世の斯学の研究者のために広く人々のために残されたものである。

かかる形式も明治の初期（1872）教育改革と共に漸次滅亡した。ここでは算額千数百題の中から図形（幾何学的）に関するものを四つに大別し，更に代表的と思われるものを数十題選択した。その一部は原文のままとしその終りに内容を現代文に書改めこれを題意と表現し併せて答を付した。

Synopsis

"**Sangaku**", which had developed together with "**Wasan**" since the early Tokugawa era (1660) till the end of the Meiji era, was a peculiarly Japanese method of publishing the results of mathematical studies— framed votive tablets on which difficult problems of mathematics are inscribed as "**Idai**", unsolved questions hung in frames on the walls of Shinto shrine or Buddhist temple, dedicated to God or Buddha and shown to the public for the benefit of the scholars of mathematics in the following generations.

This custom peculiar to Japan, of announcing the result of mathematical studies, however, had gradually disappeared with the coming of the educational reformation in the beginning of Meiji era (1872). Here I picked up one thousand and several hundred of "**Sangaku**" questions and classified the 'figure' questions of them into four categories, and then selected some tens of representative ones from each of the four categories, Here I have presented some of them in the original language, and others with "**Dai-i**", the expression in current Japanese of the significance of them, with their answers.

I. 算額の史的考察

徳川時代の初期支那数学（暦，天文に関して）が輸入され，以来約70年間に亘り毛利重能門下，吉田光由，高原吉種，今村和商等が中心となり和算なるものを我国特有の思考力を十分に発揮，加えて旺盛な研究心をもって和算の開発が開始された。その計算にあたってはその当時のことから算木，その後は算盤によったものとされている。従ってその困難も並々ならぬものがあったことと予想される。

その間和算家は何某門人の下でも研究されたが又一方においては他のどの国にも見受けられない研究発表方法が講じられた。即ち神社，寺院の絵馬堂，拝殿その他に

大成祈願のため，祈願達成感謝のため，問題を世人に広く知らせるため

の意で厚板や額面を利用して，問題，図形，答，術（解）色彩を以って描かれたのである。

かかる表示方法で記載奉納したものが「算額」である。

以上の様な発表方法が寛文年間（1660）から明治五年教育改革（1870）まで，その間約250年間も経続されたものと推測される。

II. 算 額 の 形 式

かかる研究発表の形態として額面の上部に図をかき，その下部には問題を漢文で，つづいて答，術，最後には奉納された年月日，何某門人，出身地名，願主氏名が記載されているのがその当時の一般的形式であった。

ただし術は必しも付してないものもある。

色彩は，薄黒，赤白，赤青のような単純のもあるが，赤，青，緑，白などのように多くの色彩からなっているものもある。

額面には二題，多いものは三十数題が掲載されているものもあり，大きさについては縦二尺五寸（80cm）

* 一般教科 教授

横三尺五寸（100cm）とか相当に大きいものまであり多様である。

内容は，天文，測量，幾何学的図形，算数，代数に関するものの外，行列式，順列組合せ，整数解（高次を要求している），微積分学，連分数，展開式，魔方陣等に関している。

参　考

1. 現存している最古のものは，京都祇園八阪神社のもので，元禄四年（1693）に奉納された。記録上では東京目黒不動のもので約300年前とされている。
2. 奉納算額社寺は全国で194ヶ所で現存145ヶ所と判明している。

III. 算額の図形的分類

数多い算額に掲載された問題の中で，幾何学的のものであり，特に興味深いものと思われた千数百題中から次の四種に大別し。

1	直線図形	（6題）
2	円　図形	（15題）
3	楕円図形	（5題）
4	空間図形	（3題）

この分類の中から更に代表的と思われたものを39題を選択した。

算額にかかれた原文のままを転載し，その問題の内容を現代文に書改めたこと，更にその一般解を求める文意にしたものを〝題意〟と名付けた。又は単に奉納者の掲載場所，年月日，氏名と題意と結果のみを示したものもある。

この研究の主目的はこの点に重きをおいた。改めて後日の機会に解答（術）にも触れたいとも念願している。

1. 直　線　図　形

1.1 直角三角形に関するもの

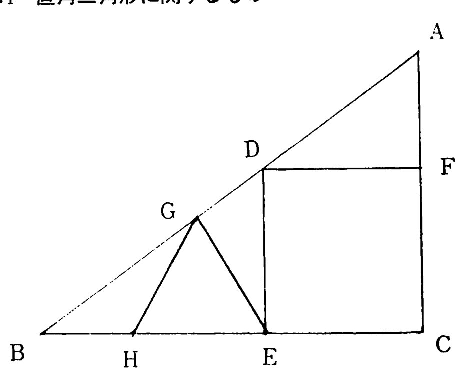

Fig. 1

京都市左京区西院
猿田彦神社
村上　佐治郎
明治二十三年（1890）四月
勾股内方及三角ヲ容
勾三寸股七寸三角面ヲ問
答　術了解

題意　直角三角形 ABC（斜辺 AB）において，DECF を内接正方形とし，DB, BE 上にG, H をとり△GHE を正三角形とす。BC$=a$, AC$=b$ とし，この正三角形の一辺を求めよ。

答　$$\frac{2a^2b}{(a+b)(\sqrt{3}a+b)}$$

1.2

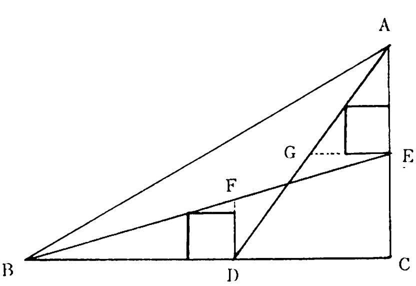

Fig. 2

兵庫縣摂津國伊丹市
猪名野神社
文政丙戊（1826）抄春
武田流　山田精兵衛　源貴且
今有三如レ圖鈎股内隔レ斜容二等方
面一只言鈎九寸股一十六寸問下得二
至多等方面一術爲何上
答　曰至多等方面二寸
術曰置レ鈎乗レ股開一平方一名レ天乗二
鈎股和一倍レ之加鈎股和冪一開二平
方一以減二天鈎股三和一得二至多方
面一合レ問

題意　直角三角形 ABC（斜辺AB）において，BC, AC 上に二点 D, E をとり AD, BE を結ぶ。D 及び E を通り，それぞれ AC, BC に平行な直線と BE, AB との交点を F, G とす。いま △BDF, △AEG に

内接する正方形（その二隣辺は直角を夾む辺上）を等しく且極大にしたい。BC$=a$, AC$=b$ とし，この正方形の一辺を求めよ。

答　$a+b+\sqrt{ab}-(\sqrt{a}+\sqrt{b})\sqrt{a+b}$

2.　正三角形に関するもの

京都府山城國久世郡寺田村　水度神社

明治十八年（1885）

奥 村 兼 義

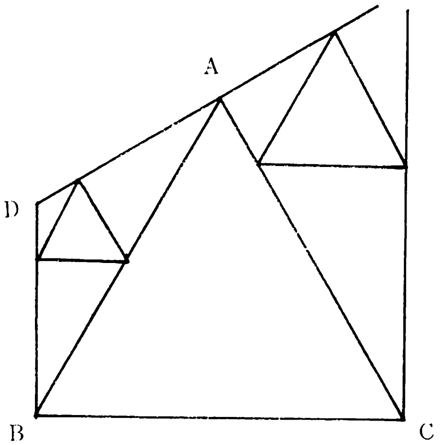

Fig.　3

題意　一辺 a である正三角形 ABC がある。B, C において BC に垂線と A を通る直線によって，梯形 DBCE を作る。（ただしBD<CE）

△ADB に内接する正三角形の一辺が b であるとき，△EAC に内接接する正三角形の一辺を求めよ。ただし内接正三角形の一辺は BC に平行とする。

答　$\dfrac{a(a-2b)}{2a-3b}$

3.　菱形，正方形に関するもの

兵庫縣摂津国伊丹市櫻崎　猪名野神社

文政九年（1826）

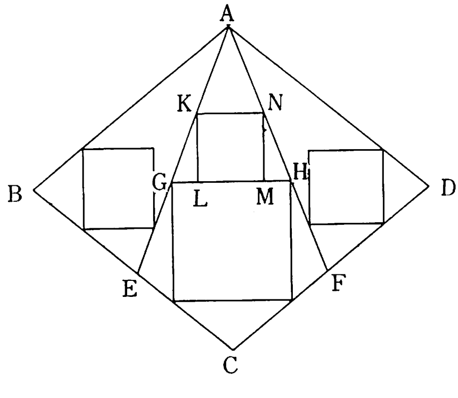

Fig.　4

山田精兵衛源貴

題意　菱形 ABCD において BC, CD 上に点 E, F をとり CE=CF とす。四辺形 AECF に内接する正方形（二隣辺は AC, EF に平行）が AE, AF 上の頂点を G, H とし △AGH に内接する正方形一辺は GH 上）KLMN をかく。いま正方形 KLMN を極大にしたい。BC$=a$, AC$=b$ とし △ABE に内接する正方形（二隣辺は BD, AC に平行で三頂点が辺上にある）の一辺を求めよ。

$$答\quad \frac{2a(2a+b)-b\sqrt{2a(2a+b)}}{2a(a+2b)(2a+b)+b\sqrt{2a(2a+b)}}\,b$$

4.　面積に関するもの

宮城縣陸前國宮城郡塩釜町　志波彦神社

陸中國西磐井郡真瀧村　小野寺喜内

明治四十五年（1912）壬子櫻月

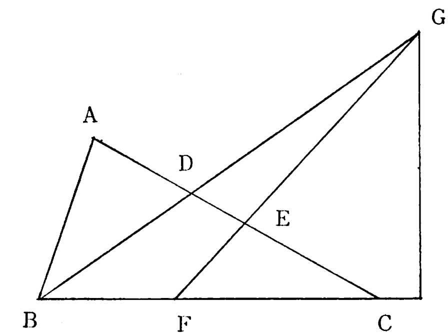

Fig.　5

題意　△ABC において AC 上に二点 D, E 又 BC 上に一点 F をとり BD, FE の交点を G とする。

△ABD, 四辺形 DBFE, △EFC, △GDE を等積にする。BC$=a$, CA$=b$, AB$=c$ として，G から BC への高さを求めよ。

答　$\dfrac{\sqrt{4a^2c^2-(a^2+b^2-c^2)^2}}{a}$

5.　共線点に関するもの

奉納した場所，年代，氏名は不詳である。

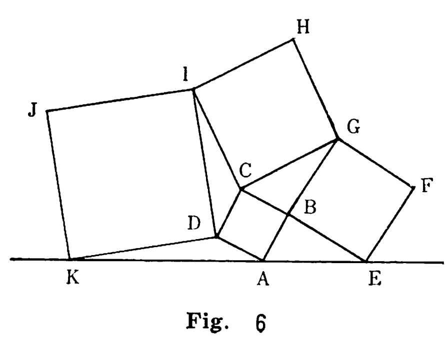

Fig.　6

題意　上図において四辺形 ABCD, BEFG, CGHI, DIJK が正方形であって，K, A, E が共線点であれば，

$2\,AB=CG.$

逆に，$2\,AB=CG$ となるときは K, A, E は共線点である。

2. 円　図　形

1.1　直角三角形に関するもの

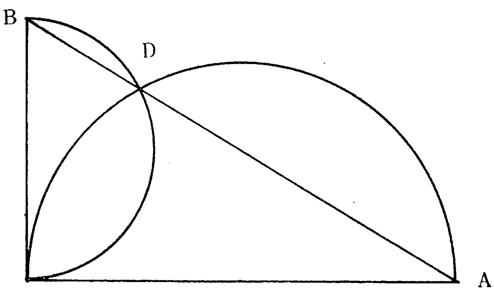

Fig.　1

富山縣西礪波郡南山田村　五ケ村神社

今如圖鈎股半圓双弦成開圓只云天矢干若又云地矢干若別云人矢若干乃人矢中鈎受矩　問鈎股幾何

答曰得左術

術曰列人矢減天矢名列人矢天矢相乗差以差除之加入地矢貳段内減天矢貳段與人矢爲實列地矢以差除之減一箇爲法實如法得鈎合問

安政三年（1857）七月述之

関流繝藏新村住人

長尾彌左衞門矩門人

山田野出村住人　西　甚　藏　好　徳

題意　直角三角形 ABC（斜辺 AB）において AC 及び BC を直径として，半円を ABC の側にかき AB との交点を D とす。AD, $\widehat{AD}$ の中点の距離を a, BD, $\widehat{BD}$ の中点の距離を b, 両半円の中心線の共通部分を c とするとき，AC 及び BC を有理数としたい。AC 及び BC を求めよ。

$$答\quad AC=\frac{2a^2-2ab+2bc-c^2}{a+b-c},$$

$$BC=\frac{2b^2-2ab+2ac-c^2}{a+b-c}$$

1.2

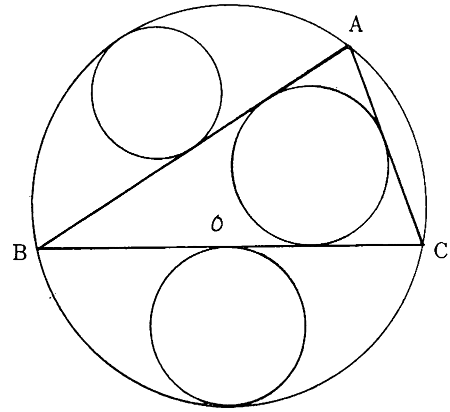

Fig.　2

東京市下谷區池端七軒町

凍　淵　寺

今有如圖外圓内隔三斜而容甲乙丙三圓甲圓徑四十九寸乙圓徑二十八寸丙圓徑十七寸問外圓徑如何

答曰徑八十五寸

術曰置甲徑乗丙徑八之名乾置乙徑冪以減乾二段名坤列甲徑加丙徑倍之加乙徑得數乗乾以坤除之得外圓徑合問

府中驛分倍　小　澤　荘　司

維時明治十八年（1885）三月良辰

題意　円 O に内接する三角形 ABC において，BC, AB の各中点において BC, AB に接し円 O に内接する円の直径を a, b 又 $\triangle ABC$ の内接円の半径を c とするとき，円 O の直径を求めよ。

$$答\quad \frac{4ab(a+b+c)}{4ab-c^2}$$

2. 正三角形に関するもの

群馬縣北楽郡一宮町　貫前神社

安政五年（1858）戊午三月吉祥

長　野　業　善

題意　円 O に円 O_1 を内接さす。二つの等円 O_2, O_2' は O に内接 O_1 に外接かつ互いに外接する。更に円 O_1 に円 O_3 を内接し O_1, O_3 の接点を通る O_1 の直

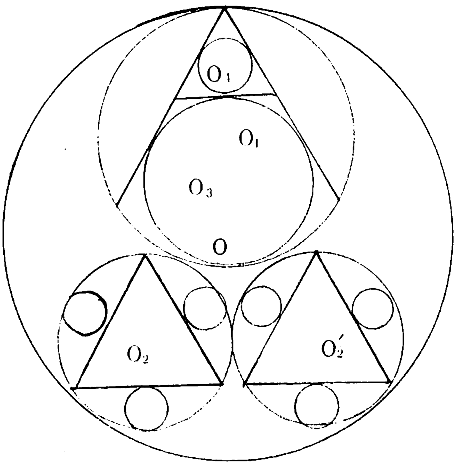

Fig. 3

径の他の端から O_3 に接線を引きその角を60°とす。この接点を通る O_3 の他の端において O_3 に接線を引き前の接線とによる正三角形の内接円 O_4 が O_2 の内接正三角形の一辺の中点においてこれに接し円 O_2 に接する円（小なる方）に等しいという。円Oの半径 a なるとき，円 O_4 の直径を求めよ。

答　$\frac{1}{9}(2a)$

3.1 長方形に関するもの

千葉縣下総國千葉市千葉寺　　　　千葉寺
明治三十年（1897）五月吉日
北埼玉郡鴻茎村　都築利治門人
斎藤鈞之助治藤

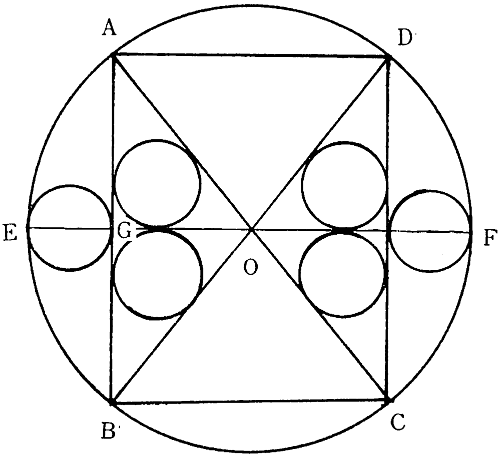

Fig. 4

題意　円Oに長方形ABCDを内接し，ADに平行な直径をEFとする。EFとABとの交点をGとするときEGを直径とする円が△AGOの内接円と等しいという。この円の直径を a として円Oの直径を求めよ。

答　$5a$

3.2

長野縣北佐久郡東長倉村峠町
熊野皇大神社
安政四年（1857）丁己十月
小池権兵衛昌周

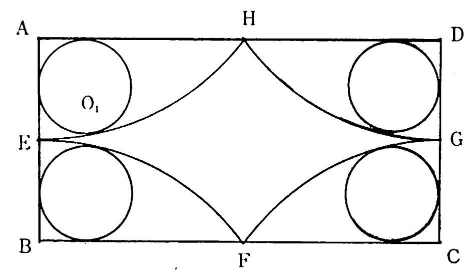

Fig. 5

題意　長方形ABCDにおいてAD=2ABとし，AB, BC, CD, DAの中点をそれぞれE, F, G, Hとす。そしてE, F；F, G；G, H；H, Eを通る等しい弧をかきAEHに内接する円を O_1, EFHに内接する円を O_2 とす。AE=a として O_1 及び O_2 の直径を求めよ。

答　O_1, $2(\sqrt{5}-2)a$　　O_2, $\frac{4}{9}a$

4.1 正方形に関するもの

千葉縣下総國印旛郡成田町
成田不動　新勝寺光明堂
明治三十年（1897）五月吉日
埼玉縣南埼玉郡大埼村
大川平之助治明

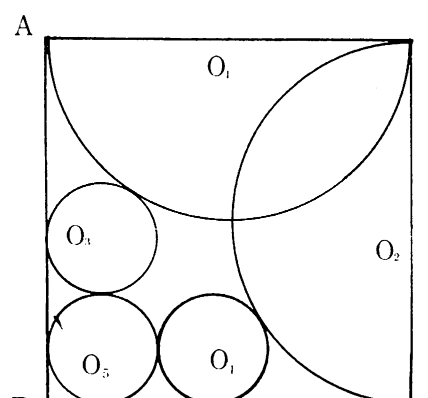

Fig. 6

題意　正方形 ABCD において，AD, CD を直径とする半円 O_1, O_2 を形内にかく。AB と半円 O_1 に接する円 O_3, BC と半円 O_2 に接する円 O_4, AB, BC と円 O_3, O_4 に外接する円 O_5 は相等しいという。円 O_3 の半径 a であるとき，AB を求めよ。

答　$(4+\sqrt{7})a$

4.2　正方形に関するもの

三重縣伊勢國津市大門町　　慧日山観音寺
明治十年（1877）五月
百方堂門人　　山口　蓁

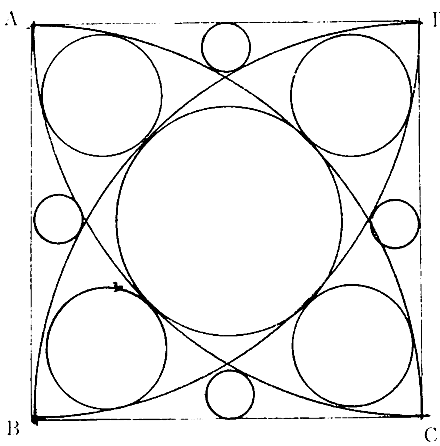

Fig.　7

題意　正方形 ABCD において A, C 及び B, D を通る円弧が正方形内にあるとき，$\overset{\frown}{AC}$，$\overset{\frown}{BD}$ に外接し AD に接する円を最小にしたい。正方形の一辺を a とし，この円の直径を求めよ。

答　$\frac{a}{8}$

5.　四分円に関するもの

千葉縣下総國印旛郡成田町
成田不動　新勝寺光明堂
明治三十年（1897）五月吉日
埼玉縣埼玉郡下崎村
若林儀左衞門佐義

題意　四分円 AOB において，AO, BO を直径とする半円を AOB 内にかく。この二つの半円に夾まれた最大円の半径 a とき，この二つの円に外接し四分円に内接する円の直径を求めよ。

答　$\frac{2(6+\sqrt{2})}{17}(2a)$

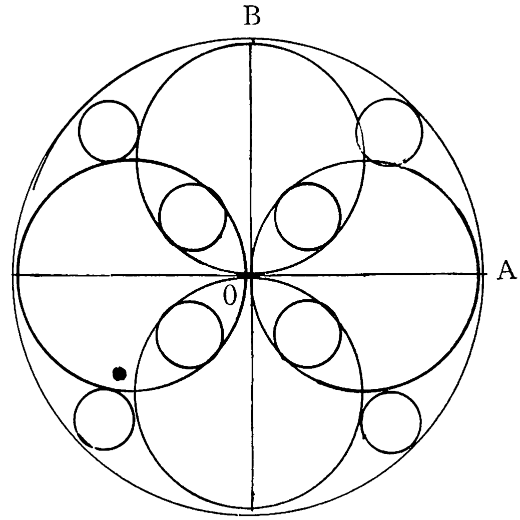

Fig.　8

6.　半円に関するもの

群馬縣群馬郡室田町榛名山　　榛名神社
明治三十三年（1900）十二月
埼玉縣北埼玉郡西谷
堀越佐平利佐

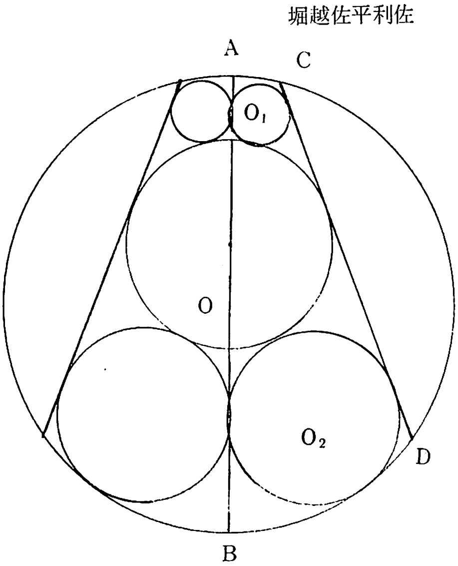

Fig.　9

題意　半円 O の直径を AB とす。この半円に内接する円 O_1, O_2 をかき，その共通外接線である弦 CD をかく。AB 上に中心を有し円 O_1, O_2 に外接する円は又 CD に接するという。円 O_1, O_2 の半径を a, b とし円 O の直径を求めよ。

答　$\frac{(a+b+6\sqrt{ab})\,(a+b+2\sqrt{ab})}{4ab}$

7.1　相交円に関するもの

東京府北多摩郡府中町　　大國魂神社
維時明治十八年（1885）三月良辰
府中驛分倍　　小澤時次郎

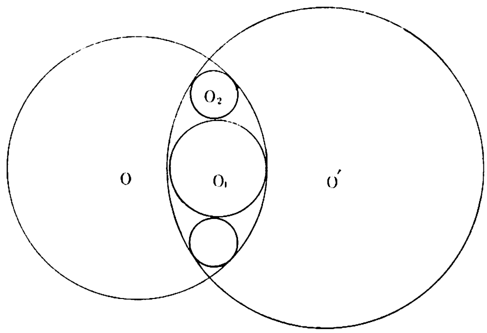

Fig. 10

題意　相交わる二円 O, O′ の中心線上に中心を有し，共通部分に内接する円を O_1 とし，O, O′ に内接し，O_1 に外接する円を O_2 とす。円 O, O′ O_1 の半径を a, b, c とすれば O_2 円の直径を求めよ。

答　$$\frac{2c(a-c)(b-c)}{ab-c^2}$$

7.₂　相交円に関するもの

石川縣能登國鹿島郡熊木村宮前

久麻加夫都阿良加志比古神社

文政六年（1823）歳次癸未稔八月

七尾志摩吉左衛門則正

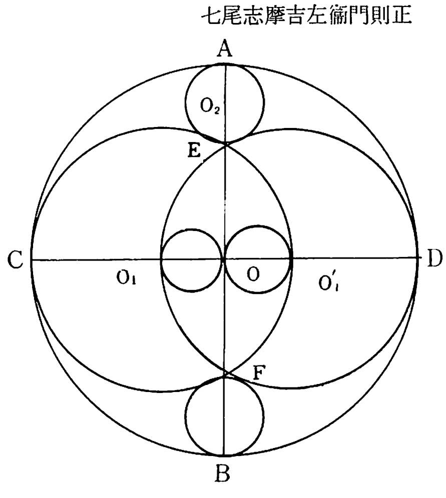

Fig. 11

題意　円 O で互に垂直な直径を AB, CD とし，円 O に内接し中心が AB 上にあって相交わる二つの等円 O_1, O′, をかきその交点を E, F とす。円 O に内接，円O_1, O′, に外接する 円 O_2 は $\widehat{EF}$ 及び EF の中点において $\widehat{EF}$, EF に接する円 O_3 と等しいという。円 O の半径 a であるとき，円 O_1, O_2 の直径を求めよ。

答　O_1, $\frac{\sqrt{33}-3}{4}(2a)$, O_2, $\frac{\sqrt{33}-5}{4}(2a)$

8.　共通接線に関するもの

愛媛縣温泉郡道後湯之町　　伊佐爾波神社

嘉永三年（1850）五月吉日

關流　河　原　金　三

憲

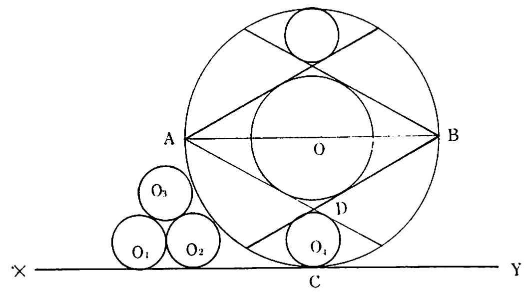

Fig. 12

題意　二つ当相接する三つの等円 O_1, O_2, O_3 あり。O_1, O_2 に共通外接線 XY を引き XY に接し O_2, O_3 に外接する円 O（O_1 でない）を作る。XY に平行な円 O の直径を AB とし，円 O の XY 接点 C において円 O に内接する円 O_1 と等円 O_4 を作り，AB から円 O_4 を作り，AB から円 O_4 に接線を引き OC との交点を D とす，円 O の半径 a なるとき，AD に接する円 O の同心円の直径を求めよ。

答　$$\frac{47}{16\sqrt{57\sqrt{3}-73}-141(7-4\sqrt{3})}(2a)$$

9.　方程式（円の直径）に関するもの

群馬縣北甘楽郡一宮町　　　　貫前神社

明治四辛未年（1871）陬月

荻原茂十郎重内　森　宣　重

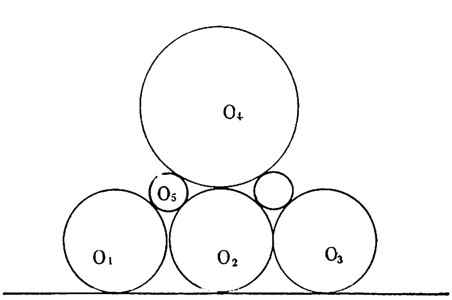

Fig. 13

題意　中心が一直線上にあり二つ当外接する三つの等円 O_1, O_2, O_3 あり。O_2 に外接中心が $O_1 O_3$ に垂直な直線上にある円 O_4 をかき O_1, O_2, O_4 に外接する円 O_5 を作る。円 O_4, O_5 の半径を a, b とするとき，円 O_1 の半径を求める方程式を作れ。

答　$x^3+2ax^2+a(a-3b)x-4ab(a+b)=0$

10.₁ 多くの円が内外接するもの

岐阜縣美濃國郡上郡口明方村小野

八幡神社

嘉永三庚戌仲春（1850）

關流　越中州富山之人　高木允胤　門人

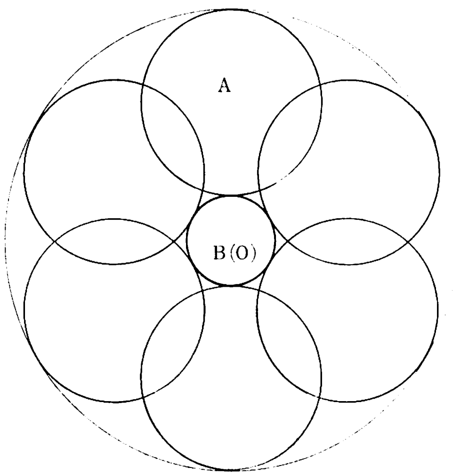

Fig. 14

題意　円 O に内接して，相交わる等円六個（A 円）をかき，この円 A に外接する円 O の同心円をかく（B円），二つの A 円に外接，円 O に内接する円の半径 a，二つの A 円及び同心円に外接する円の半径 b なるとき，円 O の直径を求めよ。

答　略す。

10.₂

兵庫縣播磨國姫路市　總社遊園

財楯兵主神社

明治九年（1875）

白鷺城西船場　福岡清平

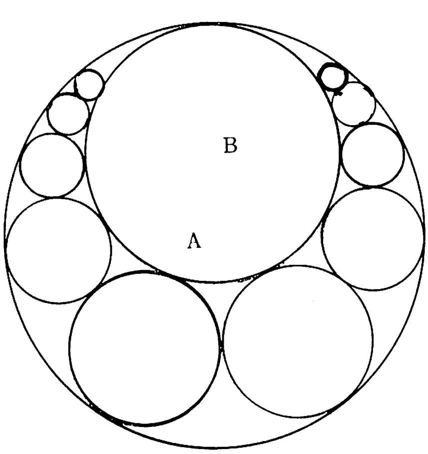

Fig. 15

題意　円 B は円 A に内接し，円 C は円 A に内接し円 B に外接す。円 A, B, C の半径を a, b, c とす。今 A に内接し円 B 及び円 C_1 に外接する円を O_1 次に円 A に内接し円 B 及び円 O_1 に外接する円を O_2 以下同様の円を順次作る。円 $O_1, O_2, \cdots, O_n$ の半径を $r_1, r_2, \cdots, r_n$ とし $r_1 > c$ とするとき，r_n を求めよ。

答　$\dfrac{abc}{n^2c(a-b)+ab-2n\sqrt{abc(a-b-c)}}$

3. 楕 円 図 形

1. 正三角形に関するもの

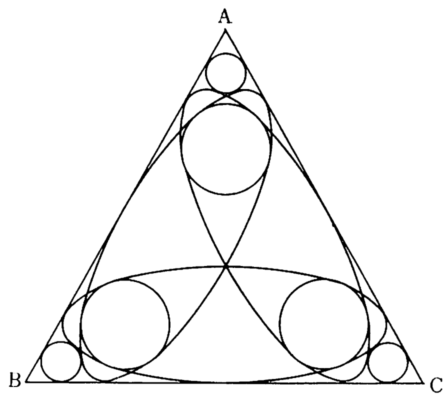

Fig. 1

宮城縣陸前國宮城郡塩竃町

塩竃志波彦神社

今有如圖三角内設等側圓三個而容大小圓各三個其小圓徑若干問得大圓徑術如何

答曰如左文

術曰置九個以七個除之開平方加一個乘小圓徑得大圓徑合問

文久元年（1861）辛酉八月

大和田秀治茂忠

題意　正三角形 ABC に三個の等しい楕円を内接す。その長径は辺に平行で三つの楕円は正三角形の中心において変わる。三角形の二辺に接し二つの楕円に外接する円の半径を a とするとき，二つの楕円に共に内接する円の直径を求めよ。

答　$\dfrac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}}\,(2a)$

2. 四分円に関するもの

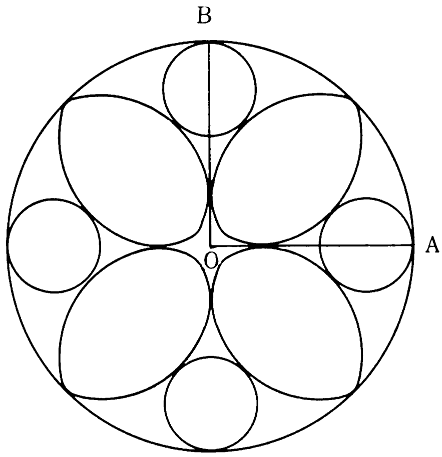

Fig. 2

千葉縣下總國千葉市
坂東第二十九番札所　千葉寺
今有全圓内如圖容側圓四個小圓四個
只言其側圓長徑三寸短徑二寸問
全徑幾何
答曰全径六寸六分餘
術曰置長羃加入短羃開平方得商
加入長徑得全徑合問
埼玉縣北埼玉郡種足村西谷
關流九傳算師
堀越佐平利佐

題意　四分円 AOB において $\angle$AOB を二等分する半径の端を長径の端とし，AO, BO に接する楕円を $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ とするとき，円 O の直径を求めよ。

答　$2(a+\sqrt{a^2+b^2})$

3. 正多角形に関するもの

群馬縣群馬郡室田町榛名山　　榛名神社
明治三拾三年（1900）十弐月
埼玉縣北埼玉郡北種足
關流皆傳算師　都築菊造利長

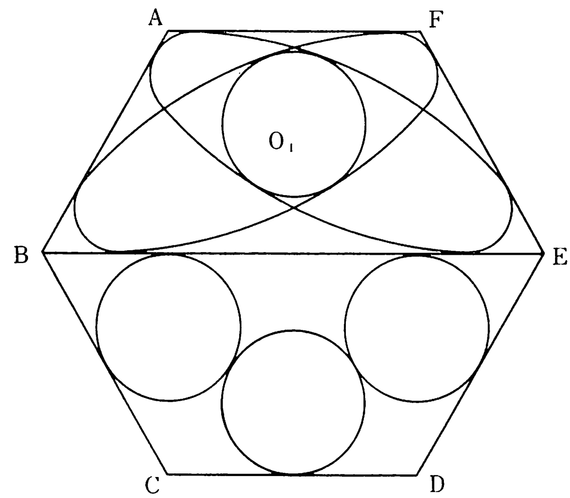

Fig. 3

題意　正六角形 ABCDEF において ABEF に内接する二つの等しい楕円をかき，その各に内接する円 O_1 をかく，次に二つ当外接し CD, BE ; BC, DE, BE に接する等円は O_1 に等しいという。この等円の半径 a なるとき楕円の短径を求めよ。

答　$3\sqrt{2(\sqrt{5}-2)}\,a$

4. 円と内外接するもの

千葉縣下總國印旛郡成田町
成田不動新勝寺光明堂
明治二己巳秋（1869）秋九月
北總　後藤磯右衞門政紀門人

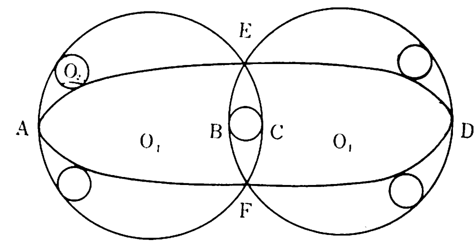

Fig. 4

題意　相交わる等円 O_1, O_1' の中心線と O_1, O_1' との交点を順次 A,B,C,D とし，二円の交点を E, F とす。AD を長径，EF を短径とする楕円 O をかき，円 O_1 に内接，楕円に外接する円を O_2 とす。ただしその接点と O_1 は同一直線上にあるものとす。しかるとき円 O_2 は BC を直径とする円に等しいという。円 O_2 の半径 a なるとき円 O_1 の直径を求めよ。

答　$\dfrac{9}{2}(2a)$

4.2 円と内外接するもの

三重縣伊勢國鈴鹿郡關町

総山地蔵院

干旼天保九戊戌仲夏吉辰（1838）

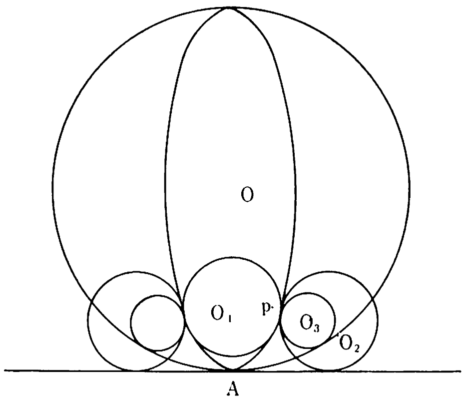

Fig. 5

題意　楕円 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b)$ において，接線 $x=a$ 引く，接点を A とし OA 上に中心を有し楕円に内接する円 O_1 と等円 O_2 が楕円と同じ点 P において外接し，接線に接す。しかるとき P において楕円に外接し，円 $x^2+y^2=a^2$ に内接する円 O_3 の直径を求めよ。

答　$\frac{2b^2(a^2-b^2)(3a^2+b^2)}{a(a^2+3b^2)^2}$

4. 空 間 図 形

1. 球面が内接するもの

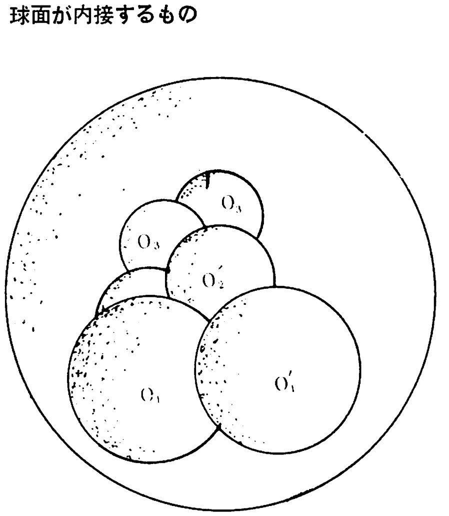

Fig. 1

東京府北多摩郡府中町

大國魂神社

維時明治十八年（1885）三月良辰

大丸村　蘆川平治

今有如圖大球内容甲球乙球丙球各二個相切甲球徑一十二寸乙球徑八寸問丙球径如何

答曰丙球径三寸

術曰置甲球徑六倍以乙球徑除之開平方減一自之以除甲球徑得丙球径合問

題意　三組の外接する等球 O_1, O_1'；O_2, O_2',；O_3, O_3' が二組宛外接し，これら一群の球は一つの球に内接す。O_1, O_2 の半径 a, b なるとき，O_3 の直径を求めよ。

答　$\frac{2ab}{(\sqrt{6a}-\sqrt{b})^2}$

2. 半球に内接球面のもの

富山縣西礪波郡福光町公園

宇佐八幡宮

安政六己未春（1859）

關流湯淺定繁門人

湯淺豊蔵直繁

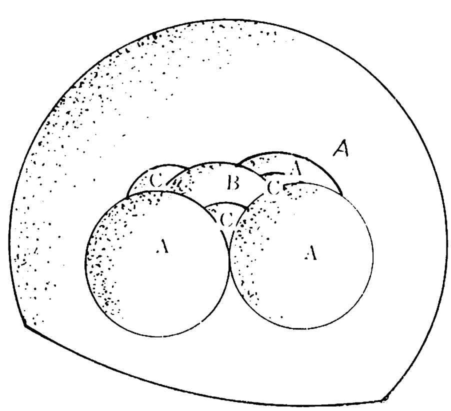

Fig. 2

題意　中心が同一平面上にあり，二つ当外接する四つの等しい球 A とこれに外接する B 球が共に一つの半球に内接す。C 球は A 球と B 球に外接し半球に内接する。A 球の半径を a とすれば，C 球の直径を求めよ。

答　$\frac{3-\sqrt{3}}{3}(2a)$

3. 錐面に内接球面のもの

富山縣西礪波郡福光町公園

宇佐八幡宮

安政六己未春（1857）

関流湯淺定綮　門人

湯淺豊蔵直綮

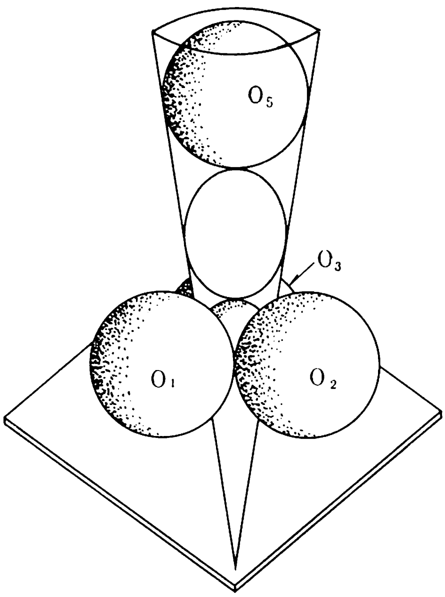

Fig. 3

題意　二つ当外接する三つの等球 O_1, O_2, O_3 に側面が外接し，頂点が O_1, O_2, O_3 の共通接平面上にある直円錐あり。この円錐に球 O_4 を内接し，O_4 に外接，円錐に接して，長径を軸とする回転楕円体を内接せしめ，さらにこれに外接円錐に接する球 O_5 は O_1 に等しいという。O_1, O_4, の直径及び楕円体の両径を整数ならしめよ。

答　m, n $(m>n)$ を任意の2正数とすれば

O_1, 径 m^2, O_4, 径 n^2, 長径, $3m_2-4n^2$, 短径, m, n ただし公約数があれば約す。

文　献

1. 和算の研究集録（上・下）　林　鶴一
2. 明治前日本数学史　日本学士院科学史刊行会
3. 数学教育史　小倉金之助
4. 長岡高専紀要（第1巻　1号～4号）　道脇　義正
5. 宮城の算額　北部　平山諦・八巻寿亮
6. 宮城の算額　南部　〃
7. 塩釜算額の解説　八巻　寿亮
8. 社寺奉納算額集　（上・下）　清水　義雄
9. 初等幾何学の郊外散歩　柳原　吉次
10. 日本数学史　（上・下）　加藤平左衛門
11. 古今算鑑　（乾・坤）　松山　寿平
12. 括要算法　（四巻）　関孝和遺編
13. 尖圓豁通　（本論・付録）　穀山桑本正明　桑本才次郎正明
14. 算法側圓詳解　（上・下）　村田佐十郎
15. 算法極形指南（一巻～三巻）　秋田十七郎義審
16. 算法新書　（完）　千葉雄七胤秀
17. 算法根源記　（上・下）　佐藤利左衛門
18. 最上流　算法天生法指南（一巻～五巻）　会田算左衛門
19. 算法助術　（完）　長谷川善左衛門
20. 算考町見秘睫　（上・下）　溝口佐兵衛勝信

＊ 11～20 までの文献は現在北大理学部，数学図書館に保存されているもの。以上のほか測地，天文等に関する文献も多数あり。

（昭和45年1月16日受理）