

下降液膜の等温流れについて

宇 野 克 志*

Isothermal Flow of Falling Liquid Films

Katsushi UNO

要 旨

下降液膜の膜厚を求めるために垂直アクリル樹脂管のホールドアップを測定した。その結果、レイノルズ数が約 1800 以下で、定常等温層流についての理論式が適用できることが判明した。一方、レイノルズ数 1800 以上での摩擦係数は平滑円管に対する従来の実験式が近似的に使用でき得ることを示した。

Synopsis

The hold up in vertical acrylic resin pipes are measured to determine the thickness of falling liquid film.

As results, it is concluded that the theoretical equations for steady isothermal stream-line flow apply for values of the Reynolds number, $Re (=4Q\rho/\mu)$, below about 1800.

On the other hand, the friction factor for Re greater than 1800 showed that early empirical equations for smooth circular pipes can be used approximately.

1. 結 言

吸収、抽出、熱移動、調湿及び蒸留などの一般的な拡散工程の分野においては、しばしば液膜の流動問題に遭遇する。凝縮器や熱交換器における膜状凝縮及び濡壁塔における液体の流れは、液膜の生成と流動状態に関係してくる。例えば、ガス境膜を調整しうる吸収の過程では、一定の接触面積が与えられた場合の液体の流動特性は操作の効率にはそれほど影響を与えない。しかしながら、液及びガス境膜の両方、或は液境膜のみが調整される場合の膜状凝縮や拡散工程の問題の処理にあたっては、液膜の状態は操作の効率に明らかに関連がある。より实际的に液膜の膜厚さ、界面速度及び平均速度を推算できれば、更に正確に物質移動や熱移動を解析することが可能となる。

従来、これらの液膜については多くの報告がある。即ち、液体として希硫酸、塩化ナトリウム水溶液、炭化水素油及び水など、材質としてガラス及び金属、流れ条件として水平面、垂直平面及び垂直円筒面などの各種の実験条件を組合せた場合について、多くの報告が

あるが¹⁾²⁾、レイノルズ数の小さい粘性域においては、いづれの報告もほぼ垂直平面についての粘性流動方程式を満足し、特に Friedman ら²⁾ は層流から乱流への移行はレイノルズ数が約 1500 の領域で起るとしている。一方、乱流域においては、液膜中での渦現象や気液界面での波立ちなどの複雑な現象のため、数学的な解析が困難であるにもかかわらず、従来から実験による相互関係の検討がなされ、非常に多くの結果が報告されている。⁶⁾⁷⁾⁸⁾

このように、液膜の流れについては多くの研究がなされて、レイノルズ数の小さい領域や乱れ領域については非常に多くのデータが利用されているが、粘性域、特に遷移域近傍における低粘度液体に関するデータは少ない。従来、液膜の厚さを求めるには、マイクロメーターなどによって直接液膜の厚さを測定する方法¹⁾、及び液膜の気液界面に染料などの着色溶液を流して一定区間の流下速度を計時して最大速度を測定する方法²⁾ などがあるが、この実験ではアクリル樹脂管を用い、管中の動的停滞液量 (operating hold up, 以下ホールドアップという) を直接測定し、液膜の平均厚さを求めることによって、上記の領域を更に追究することと、垂直平面についての粘性流動方程式の解が

* 助教授 工業化学科

どの程度の領域まで適用できるかを検討した。

その結果、多くの研究者の結果と同様、ほぼ満足する一致が得られた。

2. 実験装置及び方法

装置の概略を図1に示した。

実験に用いた液体は室温(12~18°C)の水道水で、流量は5~50cm³/sec、(Re 約350~3200)の範囲であり、管の材質はアクリル樹脂で、管径は1.545, 1.914及び2.627cmの3種類で、長さ及び肉厚はいずれも1m及び2m/mである。

まず、水道水はヘッドタンクに入り、コックを経て流量調整器に入る。流量調整器は上下できるようにしてあり、これによって本体への流量を調節する。流量調整器から本体の二重管の環状部に入った水は、アクリル樹脂管上部の堰を溢流して、アクリル樹脂管内壁

を濡らして流下する。

流量はアクリル樹脂管の下部でメスシリンダーによって計量し、ホールドアップは図中のテコの一端に下部をふさぐゴム栓をつけ、他端に上部をふさぐゴム栓をつけて、テコが作用すると同時にアクリル樹脂管の上下をふさぐように作製し、管中の水が完全に下部に流下するのを確認してから、管に付した目盛りによってその量を読み取った。

アクリル樹脂管上部の堰は特に設けたものでなく、管の上部をグラインダーで削り、5種のサンドペーパーで充分研磨したのち読み取り顕微鏡で研磨面に凸凹のないことを確認した。

テコの先端とゴム栓を結ぶ糸として、管の下部をふさぐ栓の直線部分には真直なピアノ線を、上部をふさぐ栓には漁網用木綿糸を用い、この栓が同時に管をふさぐように、予め管中に水を入れてゴム栓で上下をふさいでにおいて、木綿糸の長さを調整してからテコの先端に固定した。また、ゴム栓とアクリル樹脂管が接するゴム栓の表面にはセーム革をはることによって、木綿糸が水に濡れてのびない限度の荷重(約250gr)で、アクリル樹脂管の上下を同時にふさいだ時、上部での水の侵入もなければ、下部での漏水もないことを確認した。

3. 理論及び計算式

本実験は円管内壁に沿って液体を流下したのであるから、粘性流動方程式は円筒座標によって解かれるべきであるが、実際には、液膜の厚さは管径に比べて非常に薄く、垂直平面に対する式を用いても、その差は余りない⁴⁾。従って、この計算でも、多くの研究者が用いたと同様の垂直平面についての粘性流動方程式の解¹⁾²⁾³⁾⁴⁾を使用する。

即ち、方程式の解より、液膜の厚さは

$$m = \sqrt[3]{\frac{3Q\mu}{\rho g}} \quad (1)$$

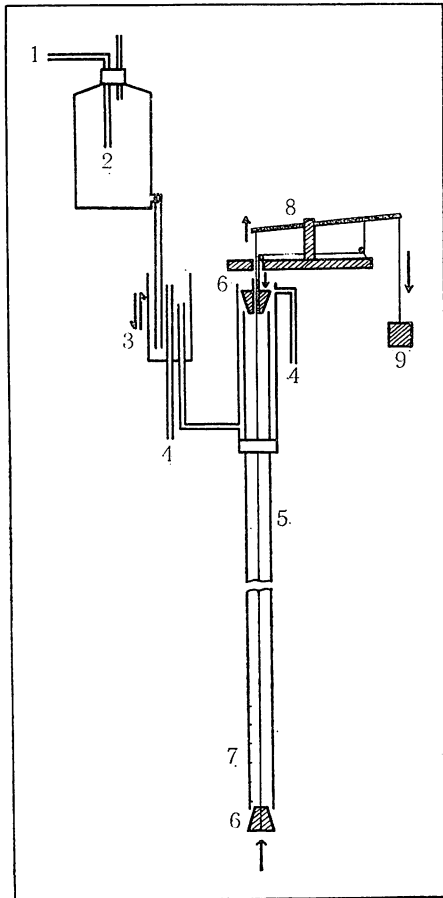
式(1)の対数を取ると

$$\text{Log} m = \frac{1}{3} \text{Log} Q \left(\frac{\mu}{\rho} \right) + \frac{1}{3} \text{Log} \frac{3}{g} \quad (2)$$

また、摩擦係数は Fanning の静圧降下を求める式より

$$4p = (4f) \left(\frac{L}{D_e} \right) \left(\frac{\bar{u}^2}{2g_c} \right) \rho \quad (3)$$

式(3)は垂直平面の場合は $H=L$ であり³⁾、更に $4p = H\rho(g/g_c)$, $D_e = 4m$ 及び $Q = m\bar{u}$ なる関係を代入すると



- | | |
|-----------------|-------------|
| 1. 水道水入口 | 2. ヘッドタンク |
| 3. 流量調整器 | 4. 溢流口 |
| 5. アクリル樹脂管 | 6. セーム革付ゴム栓 |
| 7. ホールドアップ測定目盛り | 8. テコ |
| 9. 荷重 | |

図1 実験装置概略図

$$f = \frac{2m^3 g}{Q^2} \quad (4)$$

式(4)に式(1)と $Re = 4Q\rho/\mu$ を代入すると、摩擦係数についての一般式が得られる。

$$f = 24/Re \quad (5)$$

一方、実験による液膜の平均厚さはホールドアップから次の式で算出し、摩擦係数はこの m をもとに式(4)より計算した。

$$\frac{\text{ホールドアップ}}{\text{液膜の断面積}} = \text{アクリル樹脂管の高さ}$$

即ち

$$m = \frac{D - \sqrt{D^2 - \frac{4V_H}{\pi L}}}{2} \quad (6)$$

猶、実際の整理にあたっては、 $V_H = \pi L(mD - m^2)$ を方眼紙にプロットして、 V_H に対する m を読み取った。

また、計算に必要な水の物性値は全て、perry のハンドブック⁵⁾によった。

4. 実験結果及び考察

液膜の測定結果を表1に示す。

表 1. 液膜の測定結果——(1)

$D = 1.545\text{cm}$

温度 °C	Q cm ³ /sec. cm	Re	V_H cm ³	$m \times 10^2$ cm	$Q(u/\rho)$ $\times 10^2$	$f \times 10^2$
15.5	1.954	694	18.46	3.900	2.202	3.048
14.0	2.221	758	19.25	4.065	2.603	2.601
14.0	3.338	1139	21.95	4.664	3.911	1.786
13.5	3.954	1332	23.63	5.035	4.695	1.601
13.5	4.962	1671	26.33	5.633	5.892	1.424
16.0	4.709	1694	24.62	5.253	5.238	1.282
16.7	5.529	2024	26.75	5.725	6.041	1.204
14.5	5.936	2053	28.12	6.030	6.866	1.220
16.2	6.383	2307	28.88	6.195	7.063	1.144
14.2	6.997	2403	31.78	6.840	8.150	1.282
13.0	7.428	2469	34.53	7.470	8.940	1.482
14.0	7.297	2491	32.23	6.940	8.550	1.231
13.5	7.758	2613	35.40	7.670	9.214	1.471
14.2	7.642	2625	33.10	7.140	8.901	1.222
14.2	7.988	2744	33.95	7.340	9.304	1.215
14.0	8.569	2925	36.32	7.882	10.041	1.308
14.5	9.155	3166	37.40	8.135	10.588	1.260

図2. は流量とホールドアップの関係を示したもので、流体の温度が一定であれば、普通方眼紙において

表 1. 液膜の測定結果——(2)

$D = 1.914\text{cm}$

温度 °C	Q cm ³ /sec. cm	Re	V_H cm ³	$m \times 10^2$ cm	$Q(u/\rho)$ $\times 10^2$	$f \times 10^2$
16.1	0.989	357	19.03	3.220	1.097	6.698
18.0	1.493	551	21.10	3.570	1.619	4.005
18.0	2.120	782	23.98	4.070	2.299	2.942
15.8	2.812	1006	27.05	4.615	3.144	2.438
15.2	3.267	1151	28.87	4.930	3.709	2.203
14.2	3.775	1296	30.05	5.145	4.396	1.875
14.2	4.206	1445	32.42	5.560	4.899	1.905
14.2	4.973	1708	34.82	5.980	5.792	1.696
15.0	5.508	1909	35.67	6.130	6.287	1.489
14.0	5.612	1916	35.15	6.040	6.576	1.372
16.0	5.874	2112	36.28	6.240	6.533	1.381
16.0	6.081	2187	37.18	6.400	6.763	1.391
15.5	6.394	2270	37.68	6.495	7.205	1.315
16.0	6.688	2405	38.55	6.640	7.439	1.284
15.0	7.359	2579	41.15	7.110	8.399	1.302
15.0	7.831	2745	42.32	7.320	8.939	1.254
16.0	8.147	2930	43.37	7.500	9.062	1.247

表 1. 液膜の測定結果——(3)

$D = 2.627\text{cm}$

温度 °C	Q cm ³ /sec. cm	Re	V_H cm ³	$m \times 10^2$ cm	$Q(u/\rho)$ $\times 10^2$	$f \times 10^2$
16.7	1.937	709	32.88	4.050	2.117	3.471
14.0	2.194	749	34.46	4.245	2.571	3.113
16.0	2.257	816	34.15	4.210	2.510	2.874
16.0	2.586	930	36.22	4.470	2.876	2.620
13.0	3.113	1035	38.17	4.710	3.746	2.111
16.0	3.326	1196	41.13	5.083	3.699	2.325
12.5	4.041	1325	42.70	5.280	4.931	1.763
15.0	3.791	1329	43.44	5.373	4.328	2.111
13.0	4.047	1345	43.10	5.330	4.871	1.804
15.0	4.219	1479	45.50	5.630	4.816	1.964
13.5	4.595	1548	46.89	5.808	5.457	1.817
13.5	4.787	1612	47.05	5.830	5.686	1.683
13.0	4.940	1642	49.22	6.105	5.945	1.817
14.0	5.296	1808	51.26	6.365	6.206	1.790
14.0	5.400	1843	50.98	6.328	6.327	1.697
14.0	5.585	1906	52.91	6.574	6.544	1.777
16.0	5.846	2103	54.22	6.742	6.503	1.750

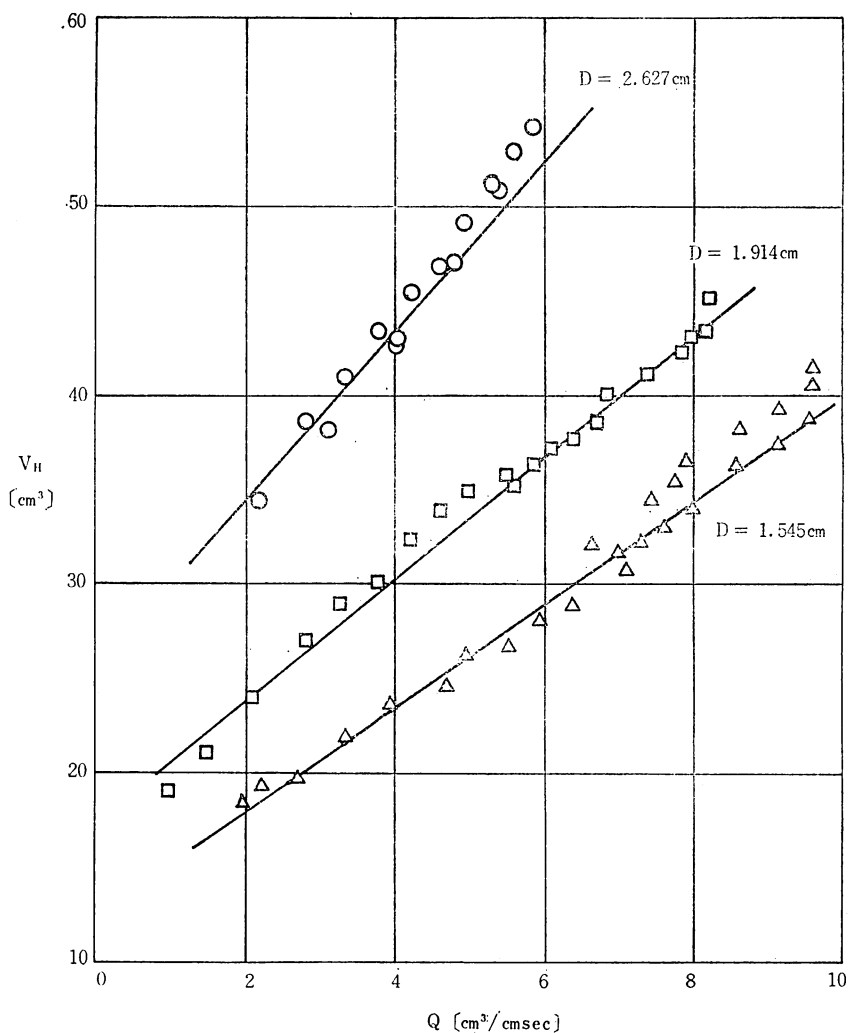


図 2 流量とホールドアップの関係

はほぼ直線関係がある。図において直線より偏っている点は測定温度の差によるもので、一定流量では温度が低くければ、ホールドアップは多くなり、また高ければ少なくなる。これは当然、温度による粘度の変化によるもので、液体の温度が高くなるほど、液体の流下速度は速くなり、液膜の厚さが薄くなることを意味している。

図 3 は流量と式 (6) によって算出した膜厚の関係を示したものである。この図から、3 種類の管径の亚克力樹脂管の値を総合して見ると、流量 $Q (\mu/\rho)$ が 0.05~0.06、即ち、レイノルズ数が約 1800 附近を過ぎると膜厚の値が急に大きくなることから、ほぼこの附近から流相は変化するものと思われる。この結果は Kirkbride¹⁾, Friedman ら²⁾, 及び植田ら⁶⁾ の報告とほ

ぼ一致した。

また、図 3 において、流量一定の場合、亚克力管の径が大きいほど、膜厚が大きい傾向が見られるが、これは恐らく、亚克力管上部を研磨して管自体を堰にしたため、水の表面張力と管径の差によって起ったものであろう。

図 4 は式 (4) によって算出した摩擦係数とレイノルズ数の関係を示したものである。この結果も膜厚の場合と同様、レイノルズ数 1800 附近に流相が大きく変わると見られる点があり、各種の実験条件で行なわれた多くの研究者の結果を取りまとめて発表した Cooper ら³⁾ の報告と殆んど完全に一致した。

また、レイノルズ数 1800 以上の摩擦係数については、ガラス管及び新しい引抜鋼管などの平滑管内を充

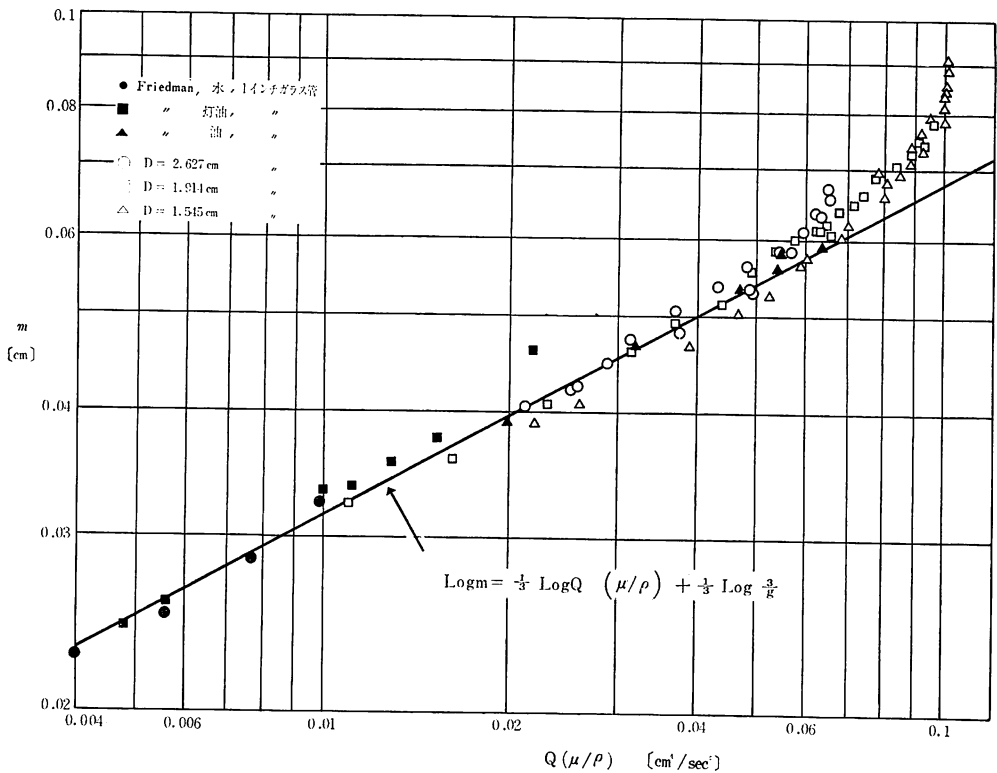


図3 流量と膜厚の関係

満して流れる流体について、古くから使用されている Blasius の実験式⁹⁾の係数0.0791のみを補正することによって、ほぼ近似できることがわかった。

$$f = 0.0966 Re^{-0.25}$$

以上の実験結果がほぼ既往の報告と一致した点で、今回の実験装置や方法が或る程度正しかったと言える。しかしながら、今回の実験装置では、堰の部分やホールドアップを測定する方法などかなりの疑問点があり、また、液膜の流れ断面の一点をマイクロメーターで測る方法や、気液界面に染料溶液を流下して最大速度を求めた既往の報告にも、軸対称な流れを得ることが非常に困難な点で、かなり再現性に欠けるところがある。今後、これらの装置を工夫改良して、更に正確を期す必要がある。

最後に本実験を行なうにあたって御意見を賜った本校工業化学科平沼教授ならびに木村助教授に感謝申し上げるとともに、実験に協力された工業化学科3回生竹下直道君と山田知幸君に謝意を表する。

記号

D	アクリル樹脂管の直径	[cm]
D_e	水力相当直径	[cm]
f	Fanning の流体摩擦係数	[—]
g	重力による加速度	[m/sec. ²]
g_c	重力換算係数	[kgm/Kg sec ²]
H	液膜の位置頭	[cm]
L	アクリル樹脂管の長さ	[cm]
m	液膜の厚さ	[cm]
Δp	断面1, 2間の静圧降下	[Kg/m ²]
Q	単位幅あたりの流量	[cm ³ /sec.cm]
Re	レイノルズ数	[—]
$\bar{u}$	液膜の平均速度	[cm/sec.]
V_H	ホールドアップ量	[cm ³]
ρ	液体密度	[gr/cm ³]
μ	液体粘度	[gr/cm.sec.]

参考文献

- 1) Kirkbride, C.G.: I. & E. C., 26(4), 425(1934)

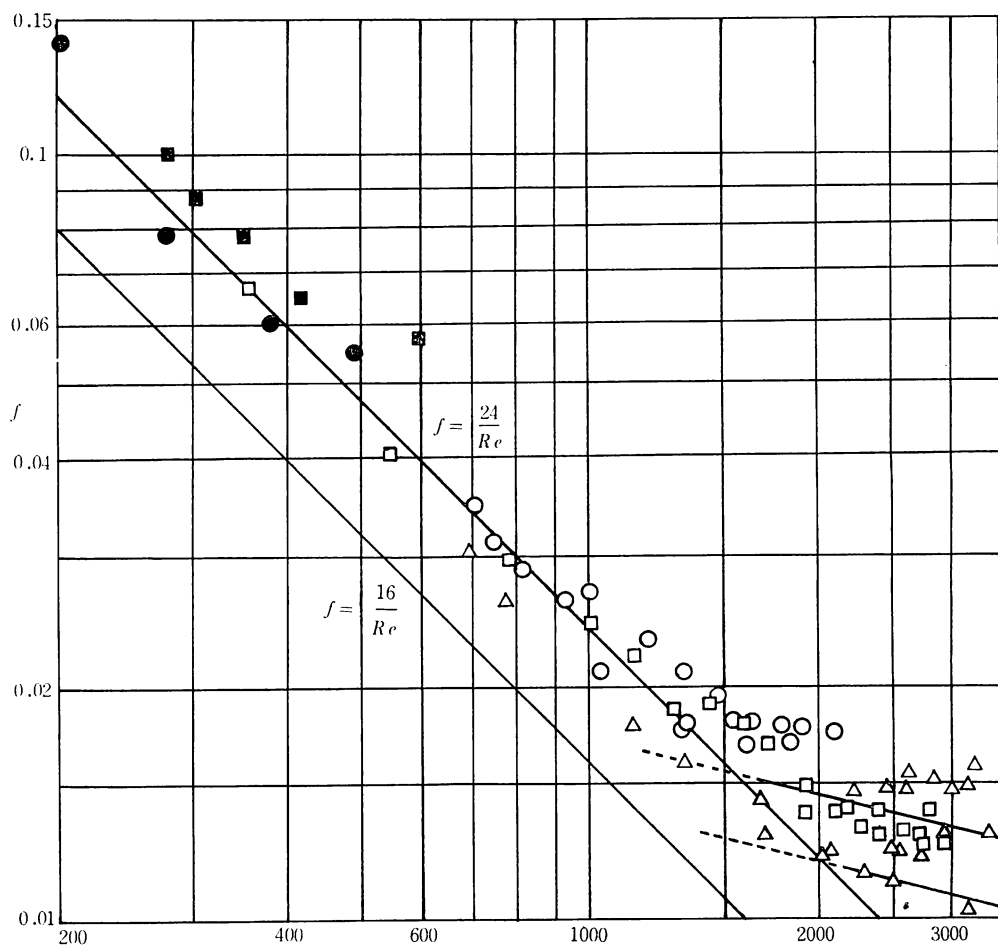


図 4 摩擦係数とレイノルズ数の関係

$f = \frac{24}{Re}$ 及び $f = \frac{16}{Re}$ はそれぞれ平面及び円管についての理論線であり、また、右下の線は Blasius の実験式で、右上の線はこの実験で求めた実験式である。記号は図 3 と同じである。

- 2) Friedman, S. J. and C.O. Miller ; I. & E.C., 33(7), 885 (1941)
- 3) Cooper, C. M., T. B. Drew and W. H. McAdams ; I. & E. C., 26(4), 428 (1934)
- 4) Bird, R. B., Stewart, W. E. and Lightfoot, E. N.; Transport Phenomena, John Wiley & Sons, Inc (1960)
- 5) Perry, J.H.; Chemical Engineer's Handbook, 4th. ed., McGraw-Hill Book Co., Inc.
- 6) 植田辰洋, 田中稔彦: 日本伝熱シンポジウム講演論文集, 201 (1970)
- 7) Jones, L. O. and S. Whitaker ; A. I. Ch. E. J., 12(3), 525 (1966)
- 8) Whitaker, S.; I. & E. C. Fundamentals, 3(2), 132 (1964)
- 9) Blasius, H.; Forschungsarb. VDI, Heft 131 (1913)
(昭和46年 1 月 6 日受理)