

平板の残留応力測定

—— 応力計算についての考察 ——

立 花 敏 之*
中 津 正 志**

Determination of Residual Stresses in Plates

—— A Research on the Calculation of Stresses ——

Toshiyuki TACHIBANA

Masashi NAKATSU

要 旨

曲率法またはひずみゲージ法により平板の残留応力を測定する場合、応力計算式には微分項および積分項が含まれている。本稿では Lagrange 法による数値微分および Newton-Cotes 法による数値積分を実際例について検討し、残留応力計算用基本プログラムおよび計算例を示した。

Synopsis

In case of the determination of residual stresses in plates by the curvature or the strain gage method, the formulae for calculation of principal stresses contain the differential and the integral terms. In this paper numerical differentiation by Lagrange method and integration by Newton-Cotes method are investigated on practical examples, basic programs for calculation of residual stresses and some examples are given.

1. 緒 言

筆者らは、さきに電解法により平板の薄層を除去し、曲率法またはひずみゲージ法により残留応力を測定する場合の諸問題を解明したが⁽¹⁾、応力計算式には微分項および積分項が含まれている。本稿では Lagrange 法による数値微分および Newton-Cotes 法による数値積分を実際例について検討し、残留応力計算用基本プログラムおよび計算例を示した。なお片岡⁽²⁾がひずみゲージ法により直交異方性平板の残留応力を測定する場合の応力計算用プログラムを発表しているが、本稿では等方等質性平板（主応力方向既知の場合）を対象とした。このプログラムから容易に主応力方向未知の場合、直交異方性平板の場合等のプログラムを導くことができる。

2. 残留応力計算式

平板の残留応力計算式を、つぎの仮定のもとに導く。

(1) 平板は等方等質性の材料より成り、その厚さは

一様である。

(2) 平板に存在する残留応力は、板の中央平面に平行な平面間に相互応力が存在しない平面応力状態にある。

(3) 平板の残留主応力は、板の表面からの深さのみの関数である。

(4) 平板の曲げについては、Bernoulli-Euler 仮定および Coulomb 仮定に従う。

(5) 平板の単純引張および圧縮については、その応力分布は一様である。

(6) 平板の材料は Hooke 法則に従い、かつ引張と圧縮の縦弾性係数、Poisson 比は相等しい。

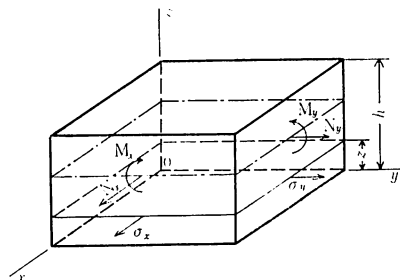


図1 平 板 素

* 教授 機械工学科

** 助手 機械工学科

平板の表面から薄層を除去すると、応力の平衡が破れ、残っている板に曲げモーメントおよび面内力が作用し、板が変形する。いま図1に示したように、板の表面に原点 O を、主応力方向に x 軸、 y 軸を、板の厚さ方向に z 軸を取り、記号をつぎのように定め、残留主応力を式(1)のように表わす。

h : 平板の厚さ

E : 板材の縦弾性係数

ν : 板材の Poisson 比

σ_x, σ_y : 平板の残留主応力

u_x, u_y : 平板の見かけの残留主応力、

(引張応力を正、圧縮応力を負とする)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x(z) &= \frac{1}{1-\nu^2} [u_x(z) + \nu u_y(z)] \\ \sigma_y(z) &= \frac{1}{1-\nu^2} [u_y(z) + \nu u_x(z)] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

曲率法では、板の表面から逐次薄層を除去しつつ、適当時間ごとに板の曲率を測定し、つぎの久野・土肥の計算式⁽³⁾により見かけの残留主応力を求める。

$$\left. \begin{aligned} u_x(z) &= -\frac{E}{6} \left[(h-z)^2 \frac{d}{dz} \kappa_x(z) - 4(h-z) \kappa_x(z) + 2 \int_0^z \kappa_x(\zeta) d\zeta \right] \\ u_y(z) &= -\frac{E}{6} \left[(h-z)^2 \frac{d}{dz} \kappa_y(z) - 4(h-z) \kappa_y(z) + 2 \int_0^z \kappa_y(\zeta) d\zeta \right] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで κ_x, κ_y : 板の主曲率 (板が上方に凸のとき正、凹のとき負とする)

ひずみゲージ法では、板の表面から逐次薄層を除去しつつ、適当時間ごとに板の背面のひずみを測定し、つぎの土肥の計算式⁽⁴⁾により見かけの残留主応力を求める。

$$\left. \begin{aligned} u_x(z) &= -\frac{E}{2} \left[\frac{(h-z)^2}{h-z+3d} \frac{d}{dz} \varepsilon_x(z) - 4 \frac{h-z}{h-z+3d} \varepsilon_x(z) + 6(h-z+d) \int_0^z \frac{\varepsilon_x(\zeta)}{(h-\zeta+3d)^2} d\zeta \right] \\ u_y(z) &= -\frac{E}{2} \left[\frac{(h-z)^2}{h-z+3d} \frac{d}{dz} \varepsilon_y(z) - 4 \frac{h-z}{h-z+3d} \varepsilon_y(z) + 6(h-z+d) \int_0^z \frac{\varepsilon_y(\zeta)}{(h-\zeta+3d)^2} d\zeta \right] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで $\varepsilon_x, \varepsilon_y$: 板の背面のひずみ (伸びを正、縮みを負とする)

d : 板の背面とひずみゲージ中心線または中央面間の距離

板・接着剤層・ゲージベース・ゲージの各境界にすべりはないものとし、板以外のものの外力に対する抵抗

は無視し得るものとする。

曲板においても、その曲率半径が板の厚さに比し十分大きいときは、板の曲率の変化、または背面のひずみを測定すると、前述の式(2)・(3)が近似的に成り立つ。

3. 数値微分・数値積分

3.1 計算式

数値微分は Lagrange 三点法・五点法および七点法 (表面は前部微分法、内部は中心微分法) により、数値積分は Newton-Cotes 二点法 (台形法)・三点法 (第一 Simpson 法) および五点法 (Boole 法) により計算した。つぎに計算式⁽⁵⁾を示す。ここで、 w を z の関数とし、分点 z_i における関数値・微分係数をそれぞれ w_i, w_i' ($i=1, 2, \dots$) とし、分点間隔を Δz とする。

$$\left. \begin{aligned} w_1' &= \frac{1}{2\Delta z} (-3w_1 + 4w_2 - w_3) + \frac{(\Delta z)^2}{3} w^{(3)}(\zeta) \\ w_i' &= \frac{1}{2\Delta z} (-w_{i-1} + w_{i+1}) - \frac{(\Delta z)^2}{6} w^{(3)}(\zeta) \end{aligned} \right\} \quad (i=2, 3, \dots) \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} w_1' &= \frac{1}{12\Delta z} (-25w_1 + 48w_2 - 36w_3 + 16w_4 - 3w_5) + \frac{(\Delta z)^4}{5} w^{(5)}(\zeta) \\ w_2' &= \frac{1}{12\Delta z} (-3w_1 - 10w_2 + 18w_3 - 6w_4 + w_5) - \frac{(\Delta z)^4}{20} w^{(5)}(\zeta) \\ w_i' &= \frac{1}{12\Delta z} (w_{i-2} - 8w_{i-1} + 8w_{i+1} - w_{i+2}) + \frac{(\Delta z)^4}{30} w^{(5)}(\zeta) \end{aligned} \right\} \quad (i=3, 4, \dots) \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} w_1' &= \frac{1}{60\Delta z} (-147w_1 + 360w_2 - 450w_3 + 400w_4 - 225w_5 + 72w_6 - 10w_7) + \frac{(\Delta z)^6}{7} w^{(7)}(\zeta) \\ w_2' &= \frac{1}{60\Delta z} (-10w_1 - 77w_2 + 150w_3 - 100w_4 + 50w_5 - 15w_6 + 2w_7) - \frac{(\Delta z)^6}{42} w^{(7)}(\zeta) \\ w_3' &= \frac{1}{60\Delta z} (2w_1 - 24w_2 - 35w_3 + 80w_4 - 30w_5 + 8w_6 - w_7) + \frac{(\Delta z)^6}{105} w^{(7)}(\zeta) \\ w_i' &= \frac{1}{60\Delta z} (-w_{i-3} + 9w_{i-2} - 45w_{i-1} + 45w_{i+1} - 9w_{i+2} + w_{i+3}) - \frac{(\Delta z)^6}{140} w^{(7)}(\zeta) \end{aligned} \right\} \quad (i=4, 5, \dots) \quad (6)$$

$$\left. \int_{z_{i-1}}^{z_i} w dz = \frac{Dz}{2} (w_{i-1} + w_i) - \frac{(Dz)^3}{12} w^{(2)}(\zeta) \right\} \quad (7)$$

($i=2, 3, \dots$)

$$\left. \int_{z_{i-2}}^{z_i} w dz = \frac{Dz}{3} (w_{i-2} + 4w_{i-1} + w_i) - \frac{(Dz)^5}{90} w^{(4)}(\zeta) \right\} \quad (8)$$

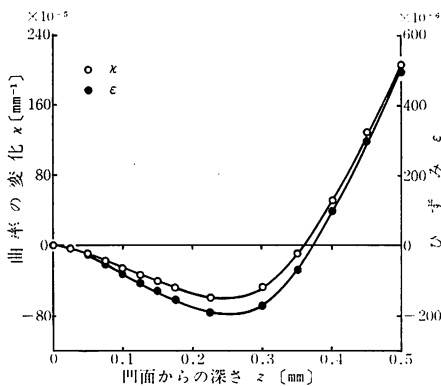
($i=3, 4, \dots$)

$$\left. \int_{z_{i-4}}^{z_i} w dz = \frac{2Dz}{45} (7w_{i-4} + 32w_{i-3} + 12w_{i-2} + 32w_{i-1} + 7w_i) - \frac{8(Dz)^7}{945} w^{(6)}(\zeta) \right\} \quad (9)$$

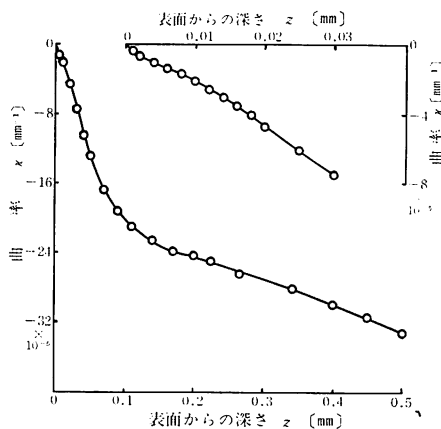
($i=5, 6, \dots$)

3.2 計算例

筆者らが平板の曲げ加工および研削加工による残留応力を測定する際に得られた曲率の変化 (κ) - 除去深さ (z) およびひずみ (ε) - 除去深さ (z) 曲線を図2に示す。



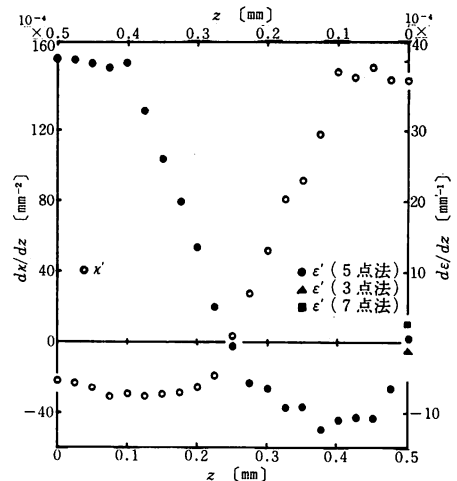
(a) 曲げ加工



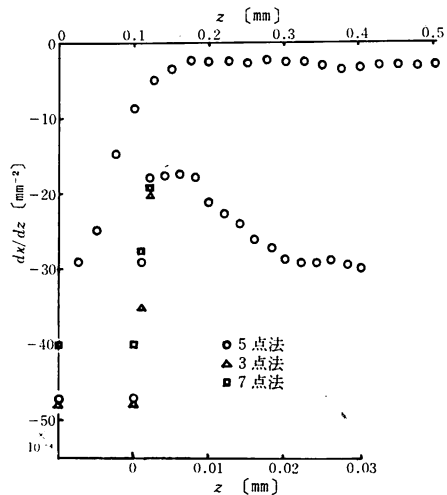
(b) 研削加工

図2 κ - z , ε - z 曲線

これを基にして前述の方法により数値微分および積分を行なった結果を、それぞれ図3および図4に示す。数値積分は分点間隔を小さくするほど精度は高まるが、数値微分は必ずしもそうではないので、ここでは分点間隔を0.005または0.01とし、とくに必要な場合は0.001とした。



(a) 曲げ加工

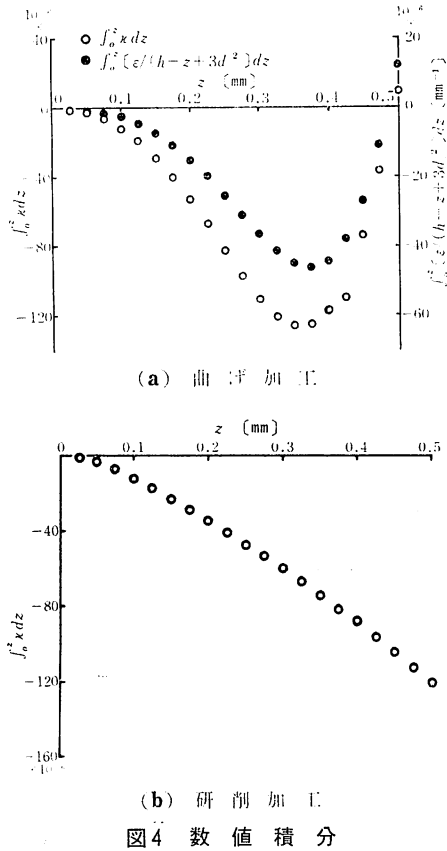


(b) 研削加工

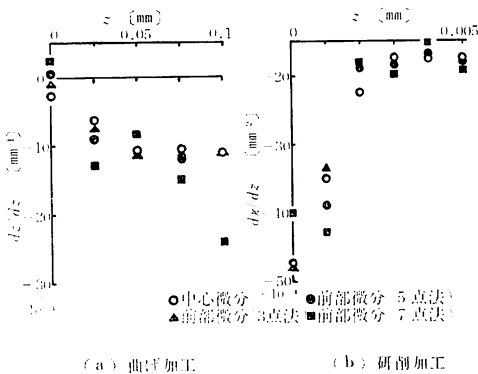
図3 数値微分

3.3 考察

この計算結果によると、数値微分については三点・五点および七点中心微分法による計算値は、 κ または ε の丸めの誤差による不連続的な値が若干あるとはいえ、全体としてかなりよく一致しており、この値は分点間隔と0.005から0.01に変えても大差はない。しかし前部微分法による表面の計算値はかなりのバラツ

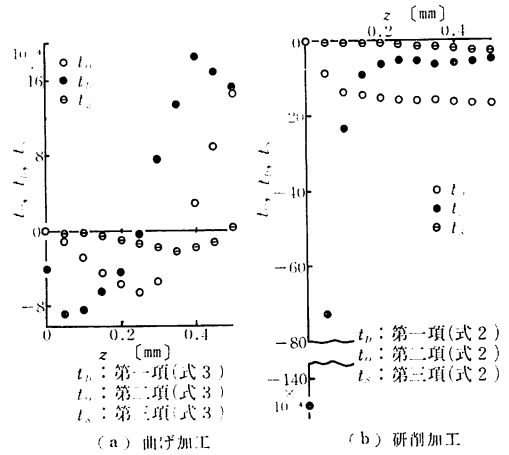


キが認められる。さらに表面附近について前部微分法と中心微分法（必要な場合は、 κ - z または ε - z 曲線より、 κ または ε の値を補外する）により再計算を行なった結果を図5に示す。この結果によると後者の方法が適当であると認められる。



数値積分については二点・三点および五点法による積分値は、連続的でありかつよく一致しており、分点間隔を0.005 から0.01 に変えてもその差は極めて小さい。

つぎに式(2)および(3)のカッコ内第一項（微分項）・第二項および第三項（積分項）を計算した結果を図6に示す。この結果によると、表面附近では第一項が大きく、内部に入るに従って第二項が大きくなり、第三項は一般に小さい。



以上のことから、残留応力の計算においては微分項の計算の精度が重要であり、数値微分はLagrange五点中心微分法（表面では κ , ε の値を曲線より補外する）によるのが適当で、数値積分は第一Simpson法で十分であり、分点間隔は一般に0.005 または0.01とし、必要な場合はより小さくするとよい。

4. 残留応力計算用プログラム

4.1 応力計算用基本プログラム

平板の残留応力計算の流れ図を図7に示す。

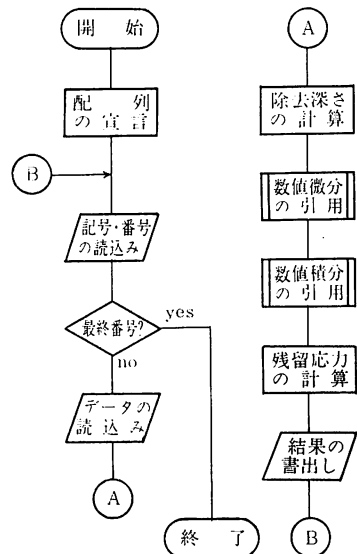


図4 流れ図

前節の結果を考慮に入れて作成した曲率法およびひずみゲージ法による残留応力計算用基本プログラムを、プログラム1～4に示す。このプログラムに用いた変数名はつぎの通りである。

NS	: 記号	Z	: z	DCKPX	: $d\kappa_x/dz$	SEPTX	: $\int_0^z [\varepsilon_x/(h-z+3d)^2] dz$
NO	: 番号	DELZ	: dz	DCKPY	: $d\kappa_y/dz$		
N	: データ数	CKPX	: κ_x	DEPSX	: $d\varepsilon_x/dz$	SEPTY	: $\int_0^z [\varepsilon_y/(h-z+3d)^2] dz$
YE	: E	CKPY	: κ_y	DEPSY	: $d\varepsilon_y/dz$	UX	: u_x
H	: h	EPSX	: ε_x	SCKPX	: $\int_0^z \kappa_x dz$	UY	: u_y
PN	: ν	EPSY	: ε_y	SCKPY	: $\int_0^z \kappa_y dz$	SGMX	: σ_x
D	: d					SGMY	: σ_y

なお、このプログラムから、容易に分点間隔を変合^{(7),(8)}等のプログラムを導くことができる。える場合、主応力方向未知の場合、⁽⁶⁾異方性平板の場合

プログラム 1 主プログラム (曲率法)

```

C      FORTRAN
C      DETERMINATION OF RESIDUAL STRESSES IN PLATES
C      MAIN PROGRAM -- CURVATURE METHOD
C      DECLARATION
        DIMENSION Z(200), CKPX(200), CKPY(200), DCKPX(200), DCKPY(200),
1      SCKPX(200), SCKPY(200), UX(200), UY(200), SGMX(200), SGMY(200)
C      INPUT
        10      READ (5, 5100) NS, NO
5100     FORMAT (10 X, A 10, I 10)
        IF (NO. EQ. 9999) STOP
        READ (5, 5200) H, YE, PN, N, DELZ, (CKPX(I), I=1, N), (CKPY(I), I=1, N)
5200     FORMAT (10X, F10.3, E10.3, F10.3/10 X, I 10, F10.3, 2 (/ (10 X, 5 E10.3)))
C      CALCULATION
        Z(3)=0.0
        DO 100 I=4, N-2
100      Z(I)=Z(I-1)+DELZ
        CALL DIFL(N, DELZ, CKPX, DCKPX)
        CALL DIFL(N, DELZ, CKPY, DCKPY)
        CALL ITGS(N, DELZ, CKPX, SCKPX)
        CALL ITGS(N, DELZ, CKPY, SCKPY)
        QN=1.0-PN**2
        DO 200 I=3, N-2
        HZ=H-Z(I)
        HZZ=HZ**2
        UX(I)=-YE*(HZZ*DCKPX(I)-4.0*HZ*CKPX(I)+2.0*SCKPX(I))/6.0
        UY(I)=-YE*(HZZ*DCKPY(I)-4.0*HZ*CKPY(I)+2.0*SCKPY(I))/6.0
        SGMX(I)=(UX(I)+PN*UY(I))/QN
        SGMY(I)=(UY(I)+PN*UX(I))/QN
200     CONTINUE
C      OUTPUT
        WRITE(6, 6100) NS, NO, H, YE, PN,
1      (Z(I), CKPX(I), CKPY(I), DCKPX(I), DCKPY(I), SCKPX(I), SCKPY(I),
2      UX(I), UY(I), SGMX(I), SGMY(I), I=3, N-2)
6100     FORMAT(1H1//1H0, 3X, 8H* NO. C-, A4, I4/
1      1H0, 5X, 1HH, F7.3, 5X, 2HYE, E11.3, 5X, 2HPN, F7.3/
2      1H0, 7X, 1HZ, 7X, 4HCKPX, 8X, 4HCKPY, 8X, 5HDCKPX, 7X, 5HDCKPY, 7X,
3      5HSCCKPX, 7X, 5HSCCKPY, 8X, 2HUX, 10X, 2HUY, 9X, 4HSGMX, 8X, 4HSGMY/
4      (1H , F10.3, 10E12.3))
C      FINISH
        GO TO 10
        END

```

プログラム 2 主プログラム (ひずみゲージ法)

```

C      FORTRAN
C      DETERMINATION OF RESIDUAL STRESSES IN PLATES
C      MAIN PROGRAM -- STRAIN GAGE METHOD
C      DECLARATION
        DIMENSION Z(200), EPSX(200), EPSY(200), DEPSX(200), DEPSY(200),
1      HZD(200), EPTX(200), EPTY(200), SEPTX(200), SEPTY(200),
2      UX(200), UY(200), SGMX(200), SGMY(200)

```

C	INPUT	RMG 0060
10	READ(5, 5100) NS, NO	RMG 0070
5100	FORMAT(10X, A10, I10)	RMG 0080
	IF (NO, EQ. 9999) STOP	RMG 0090
	READ (5, 5200) H, YE, PN, D, N, DELZ, (EPSX(I), I=1, N), (EPSY(I), I=1, N)	RMG 0100
5200	FORMAT (10X, F10.3, E10.3, 2F10.3/10X, I10, F10.3, 2/(10X, 5E10.1)))	RMG 0110
C	CALCULATION	RMG 0120
	DO 100 I=3, N-2	RMG 0130
	IF (I, GT. 3) GO TO 20	RMG 0140
	Z(I)=0.0	RMG 0150
	GO TO 30	RMG 0160
20	Z(I)=Z(I-1)+DELZ	RMG 0170
30	HZD(I)=H-Z(I)+3.0*H	RMG 0180
	HZD(I)=HZD(I)**2	RMG 0190
	EPTX(I)=EPSX(I)/HZD(I)	RMG 0200
	EPTY(I)=EPSY(I)/HZD(I)	RMG 0210
100	CONTINUE	RMG 0220
	CALL DIFL(N, DELZ, EPSX, DEPSX)	RMG 0230
	CALL DIFL(N, DELZ, EPSY, DEPSY)	RMG 0240
	CALL ITGS(N, DELZ, EPTX, SEPTX)	RMG 0250
	CALL ITGS(N, DELZ, EPTY, SEPTY)	RMG 0260
	QN=1.0-PN**2	RMG 0270
	DO 200 I=3, N-2	RMG 0280
	HZ=H-Z(I)	RMG 0290
	CD=HZ**2/HZD(I)	RMG 0300
	CO=4.0*HZ HZD(I)	RMG 0310
	CS=6.0*(HZ+D)	RMG 0320
	UX(I)=-YE*(CD*DEPSX(I)-CO*EPSX(I)+CS*SEPTX(I))/2.0	RMG 0330
	UY(I)=-YE*(CD*DEPSY(I)-CO*EPSY(I)+CS*SEPTY(I))/2.0	RMG 0340
	SGMX(I)=(UX(I)+PN*UY(I))/QN	RMG 0350
	SGMY(I)=(UY(I)+PN*UX(I))/QN	RMG 0360
C	OUTPUT	RMG 0370
	WRITE(6, 6100) NS, NO, H, YE, PN, D,	RMG 0380
	1 (Z(I), EPSX(I), EPSY(I), DEPSX(I), DEPSY(I), SEPTX(I), SEPTY(I),	RMG 0381
	2 UX(I), UY(I), SGMX(I), SGMY(I), I=3, N-2)	RMG 0382
6100	FORMAT (1H1//1H0, 3X, 8H* NO. G-, A4, I4/	RMG 0390
	1 1H0, 5X, 1HH, F7.3, 5X, 2HYE, E11.3, 5X, 2HPN, F7.3, 1HD, F7.3/	RMG 0391
	2 1H0, 7X, 1HZ, 7X, 4HEPSX, 8X, 4HEPSY, 8X, 5HDEPSX, 7X, 5HDEPSY, 7X,	RMG 0392
	3 5HSEPTX, 7X, 5HSEPTY, 8X, 2HUX, 10X, 2HUY, 9X, 4HSGMX, 8X, 4HSGMY/	RMG 0393
	4 (1H , F10.3, 10E12.3))	RMG 0394
C	FINISH	RMG 0400
	GO TO 10	RMG 0410
	END	RMG 0420

プログラム 3 副プログラム (数値微分)

C	SUBPROGRAM -- NUMERICAL DIFFERENTIATION	RSD 0010
	SUBROUTINE DIFL(N, DELZ, W, DW)	RSD 0020
	DIMENSION W(200), DW(200)	RSD 0030
	DELZD=12.0*DELZ	RSD 0040
	DO 100 I=3, N-2	RSD 0050
100	DW(I)=(W(I-2)-8.0*W(I-1)+8.0*W(I+1)-W(I+2))/DELZD	RSD 0060
	RETURN	RSD 0070
	END	RSD 0080

プログラム 4 副プログラム (数値積分)

C	SUBPROGRAM -- NUMERICAL INTEGRATION	RSS 0010
	SUBROUTINE ITGS(N, DELZ, W, SW)	RSS 0020
	DIMENSION W(200), SW(200)	RSS 0030
	SW(3)=0.0	RSS 0040
	SW(4)=0.5*DELZ*(W(3)+W(4))	RSS 0050
	DO 100 I=5, N-2	RSS 0060
100	SW(I)=SW(I-2)+DELZ*(W(I-2)+4.0*W(I-1)+W(I))/3.0	RSS 0070
	RETURN	RSS 0080
	END	RSS 0090

4. 2 残留応力計算例

試料には市販の炭素工具鋼 (SK 5) 帯板を真空電気炉で焼なまししたもの (焼なまし条件を表 1, 機械的性質を表 2 に示す) を用い, 試験片は全長 140 mm, うち溶解部の長さ 70 mm, 幅 10 mm の短ざく状とした。この試験片を電解法 (電解条件を表 3 に示す) により片面から逐次薄層を除去しつつ, 適当時間ごとに曲率の変化を望遠鏡と尺度の法 (尺度は半径 1000 mm の円弧状とし, 鏡と尺度間の距離を 1000 mm とした) またはランプと尺度の法 (光源に He-Ne ガスレーザ発振器を用い, 鏡と尺度間の距離を 5000 mm とした) により, 試験片背面のひずみをひずみゲージ (使用し

たひずみゲージを表 4 に示す) を用いて測定した。

(1) 曲げ加工による帯板の残留応力

前述の試験片を半径約 240mm に成形し, その残留応力を曲率法 (望遠鏡と尺度の法) とひずみゲージ法を併用して測定した。応力値を前述の方法により計算

表 5 研 削 条 件

研 削 と い し	と い し 度	テ ー ブ ル 縦 送 り
1 号 A, 205×19×32 WA, 46, J, m2, V	1540 m/min	12 m/min
テ ー ブ ル 横 送 り	切 込 み 深 さ	研 削 方 式
0.15 mm/pass	0.06 mm	乾 式

表 1 焼 な ま し 条 件

昇 温 時 間	焼 な ま し 温 度	保 持 時 間	冷 却 速 度
1 h	750 °C	40 min	20 deg/h (500 °C まで) 炉 冷 (500 °C 以下)

表 2 機 械 的 性 質 (焼 な ま し 状 態)

降 伏 点	引 張 強 さ	破 断 伸 び	紋 り
42 kg/mm ²	54 kg/mm ²	19.4%	36.0%
縦 弾 性 係 数	Poisson 比	Vicker's か た さ	
2.06×10 ⁴ kg/mm ²	0.281	168	

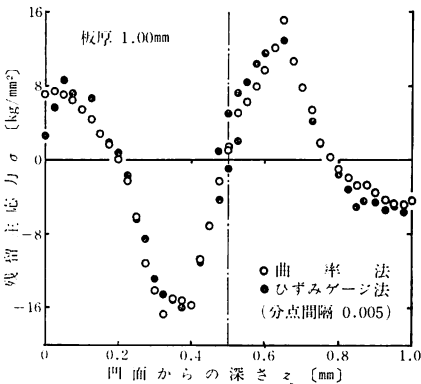
表 3 電 解 条 件

電 解 液 組 成			電 解 液	陽 極 電 流
塩 化 第 一 鉄	塩 化 カ ル シ ウ ム	水	温 度	密 度
300 g	335 g	1 ℓ	30±0.5 °C	0.12 0.60 1.7 A/cm ²

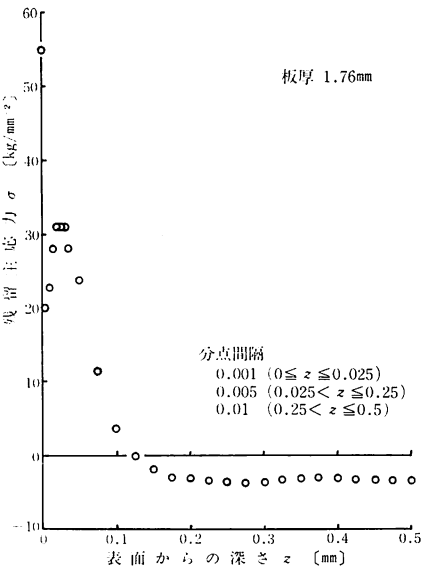
(注) 溶解深さ 0.0171 mm/(A/cm²)min

表 4 ひ ず み ゲ ー ジ ・ 接 着 剤 ・ 防 水 剤 ・ 絶 縁 塗 料

ひ ず み ゲ ー ジ	ゲ ー ジ 箔 の 厚 さ	ゲ ー ジ ベ ー ス の 厚 さ	結 線
箔フェステルゲージ (自己温度補償型) (ゲージ長 5 mm)	10 μ	25 μ	3 線 式
接 着 剤	接 着 剤 層 の 厚 さ	防 水 剤	絶 縁 塗 料
シアノアクリレート系 樹 脂	30 μ	エポキシ 系 樹 脂	ラ ッ カ ペ イ ン ト



(a) 曲 げ 加 工



(b) 研 削 加 工

図 8 帯板の残留主応力

した結果を図8に示す。この結果によると、応力分布状況は、久野・土肥の理論解析の結果⁽⁹⁾とよく一致している。

(2) 研削加工による帯板の残留応力

前述の試験片の両面を平面研削し(研削条件を表5に示す)、その残留応力を曲率法(ランプと尺度の法)により測定した。応力値を前述の方法により計算した結果を図8に示す。この結果によると、応力分布状況は Henriksen,⁽⁹⁾高沢⁽¹⁰⁾の残留応力発生機構説明図とよく一致している。

以上の計算例について応力値を検討すると、表面の応力値は、数値微分の精度に大きく依存するが、さらに測定装置の初期の感度・精度によるところがひじょうに大きいことに留意する必要がある。

5. 結 語

以上の計算結果から、つぎの結論が得られた。

(1) 平板の残留応力の計算においては、数値微分は、Lagrange 五点中心微分法(表面については、曲率の変化またはひずみの値を曲線より補外する)が適当で、数値積分は第一 Simpson 法で十分であり、分点間隔は測定装置の精度にもよるが、一般に0.005または0.01とし、必要な場合にはさらに小さくするとよい。

(2) 表面の残留応力値は、とくに測定装置の初期の感度・精度ならびに数値微分法に依存するところがひじょうに大きいことに留意する必要がある。

(3) 本稿では主応力方向既知の場合の等方性平板の残留応力計算用プログラム(分点間隔一様な場合)を示したが、このプログラムから容易に分点間隔を変える場合、主応力方向未知の場合、異方性平板の場合等のプログラムを導くことができる。

終りに、平板の残留応力測定について指導・助言を賜った北海道大学工学部土肥教授・鶴飼助教授、プログラム作成について指導・助言を賜った本校今田講師、FORTRAN について指導を賜った北海道大

学大型計算機センター須藤助手・赤石技官ならびに実験に協力していただいた卒業研究残留応力班の学生諸君に深く感謝する。

なお、本稿の計算は北海道大学大型計算機センターを利用したものである。

文 献

- (1) 立花敏之・中津正志：「平板の残留応力測定—曲率法およびひずみゲージ法についての考察—」苫小牧工業高等専門学校紀要第7号(1972)
- (2) 片岡更一：「残留主応力計算のプログラム(第1報)」旭川工業高等専門学校研究報文第9号(1972)
- (3) 久野陸夫・土肥 修：「金属板の残留内力測定」北海道大学工学部研究報告第9号(1953)
- (4) 土肥 修：「抵抗線歪計による平板残留主応力測定法—特に薄板に対する考慮—」北海道大学工学部研究報告第27号(1961)
- (5) 赤坂 隆：「数値計算」応用数学講座第7巻コロナ社(1967)
- (6) 土肥 修：「主応力方向が未知の場合の平板の残留主応力測定法」日本機械学会 論文集第30巻第215号(1964)
- (7) 土肥 修・片岡更一：「直交異方性板の残留主応力測定法(木材平板の残留主応力)」(日本機械学会 論文集第33巻第249号(1967))
- (8) 土肥 修・片岡更一：「主応力方向が未知の場合の直交異方性板の残留主応力測定法(第1報)」日本機械学会北海道支部第13回講演会講演論文集(1968)
- (9) Henriksen, E. K.: "Letner, H. R. & Snyder, H. J.: Grinding and lapping stresses in Manganese oil-hardening tool steel, Discussion" Trans. ASME, Vol. 75 (1953)
- (10) 高沢孝哉：「研削加工変質層」精密機械第27巻第6号(1961)

(昭和48年1月10日受理)