

複素ケプストラムによる信号処理の 考察とデジタルシミュレーション

今 田 孝 保*

A Study of Signal Processing by Complex Cepstrum and its Digital Simulation

Takayasu IMADA

要 旨

複素ケプストラムによる複合信号波形の解析について、デジタル処理の計算機シミュレーションとともに、基礎的な検討を行なっている。その結果、複素ケプストラムの偶および奇成分の性質にもとづく一処理方法を提案し、仮定した信号波形についてではあるが、実験により満足できる結果が得られたことを示している。

Synopsis

An analyzing approach by the complex cepstrum is investigated and computer-simulated for the digital processing of composite signal waveforms which can be expressed as overlapping of unknown multiple wavelets in time. Another method to processing the complex cepstrum for echo removal is discussed on the basis of the characteristics of even and odd cepstrum components. Experimental simulation results are shown, although in the case of assumed signal wavelets, indicating that the preferable estimation of the elementary signal waveform has been obtained by the processing.

1. 緒 言

雑音にうずもれた信号の抽出や、基本信号が時間的に重ね合わさった複合信号の解析などについて、これまで多くの研究が古典的・統計的決定理論にもとづく方法などにより行なわれているが、これらは情報・通信理論、電気音響をはじめ、生体情報・医用電子工学、レーダやソナ等の応用工学や信号波形処理など、広範な分野における重要な問題として論議されている。

本論でとりあげる複素ケプストラムよっての信号処理の手法は、A. V. Oppenheim ら^{(1), (2)}の一般化された線形フィルタの概念にもとづく、たたみ込まれた信号に対するある種の非線形フィルタリングの処理過程に沿ったもので、特に、未知の基本信号からなる複合信号について、有用な解析の手法であろうと思われる。複合信号から複素ケプストラムに対する線形処理を施すことによりエコーを除去する試みは、R. W.

Schafer ら⁽¹⁾によって行なわれた。干本ら⁽³⁾は、逆フィルタによる複合信号の分解のための基本信号抽出に、同じような処理を適用している。これらにおけるエコー除去の処理は、複素ケプストラムにくし歯形フィルタリングを施するようにして行なわれている。

本稿では、一般化された線形フィルタリングの概念の簡単なとりまとめによって、問題に対するアプローチの正当化と複素ケプストラムの導入を行ない、これによる複合信号波形の解析および処理方法について基礎的な検討を行なう。特に、エコー除去についてデジタルなアルゴリズムにかなった一処理法を提案し、計算機シミュレーションによる実験結果の報告を述べて、良好な結果が得られたことを示す。

2. 複合信号と問題の定式化

未知の基本信号 $x(t)$ とその時間的な重ね合せからなる複合信号の一般的なモデルは、次式のように表わされる。

$$v(t) = \sum_{i=1}^M a_i x(t - \tau_i) + n(t) \quad (1)$$

* 講師 電気工学科

ただし、 a_i, τ_i および M は、複合信号を構成するそれぞれの基本信号の振幅、到着時間およびその全体数であり、 $n(t)$ は雑音を表わす。(1)式において解析すべき問題は、基本信号 $x(t)$ の波形および a_i, τ_i, M などを推定することである。あとで、これらの推定に必要な情報が、複素ケプストラム領域においてどのように得られるかを示すことにする。

時間的に重ね合わされた成分が、基本信号のエコーであるような場合、問題は複合信号からエコー成分を除去し、基本信号波形を推定抽出するように定式化される。(1)式は、基本信号 $x(t)$ と、係数 a_i をもつ δ -関数列 $p(t)$ とのたたみ込み積分($\otimes$)によって表わすことによって次のように表わすことができる。

$$v(t) = x(t) \otimes p(t) + n(t) \\ = \int_{-\infty}^{\infty} x(t') \cdot p(t-t') dt' + n(t) \quad (2)$$

$$\text{ここで、} \quad p(t) \triangleq \sum_{i=1}^M a_i \delta(t-\tau_i) \quad (3)^*$$

(2)式において、除去すべきエコー成分の効果 $p(t)$ は、基本信号とは非線形な形で結合されているのを見ることが出来る。一般化された線形フィルタリングの処理過程は、このように非線形に結合された(分離すべき)成分を、それぞれの加算的な線形結合で表わされるような形に変換処理する過程を含むものである。

以下の基礎的な考察においては、簡単のためにまず雑音のない、単一エコーによる複合信号の場合について検討を進める。したがって、(2)、(3)式は

$$v(t) = x(t) \otimes p(t) = x(t) + ax(t-\tau) \quad (4)$$

$$p(t) \triangleq \delta(t) + a\delta(t-\tau) \quad (5)$$

として取り扱うことにする。複数のエコーを含む一般化については、均一間隔の場合は容易である。不均一間隔である場合は複雑な解析を必要とするが洞察は困難ではない。

3. 信号の処理系

3.1 一般化された線形フィルタリングの概念

線形変換(システム) L は、入力集合空間(変域)が線形ベクトル空間 ξ 、出力集合空間(値域)が線形ベクトル空間 η である関数で、 ξ における任意の x_1, x_2 および任意のスカラー α について

$$y_1 = L[x_1] \Rightarrow \alpha y_1 = L[\alpha x_1] \quad (6)$$

$$y_i = L[x_i], i=1, 2 \Rightarrow L[x_1 + x_2] = y_1 + y_2 \quad (7)$$

* 以下において記号 $\triangleq$ で「～で～を表わす、～を～と置く」などの意味を表わす。

が成立するものであるとして定義される。

入力における線形な組合せ(加算)が、出力の間の組合せにおいても保存されているという変換システムの性質は、重ね合せの原理ともよばれているが、A. V. Oppenheim らはこれについて、入力の組合せ(演算)に対する変換が、個々の入力に対する(変換)出力の間の組合せ(演算)として表わされるような変換であるという意味での重ね合せの一般化を論じている。すなわち、

○で入力演算(任意の2つの入力の間の演算○による組合せ)

□で出力演算(任意の2つの出力の間の演算□による組合せ)

||で入力スカラー演算(任意のスカラーと入力との間の演算||による組合せ)

:で出力スカラー演算(任意のスカラーと出力との間の演算:による組合せ)

を表わすものとすれば、

$$y_1 = H[x_1] \Leftrightarrow H[\alpha || x_1] = \alpha : y_1 \quad (8)$$

$$y_i = H[x_i], i=1, 2 \Leftrightarrow H[x_1 \bigcirc x_2] = y_1 \square y_2 \quad (9)$$

が成立つとき、この変換 H をもつシステムは一般化された重ね合せの原理を満足するという。入力集合がベクトル空間を構成し、演算○と||がベクトルの加算とスカラー乗算にそれぞれ対応する(同じような代数的公理を満たす)ならば、変換 H をもつシステムはベクトル空間の間での代数的な線形変換とみなすことができるという意味で準同形システム(homomorphic system)といわれる。

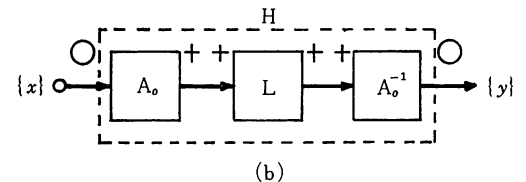
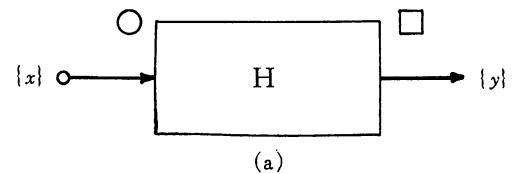


図1 準同形システム H

入力演算および出力演算としてともに演算○をもつ準同形システム H は、またいくつかの準同形システムの直列接続の形で、図1(b)のようにも表わすことができる。ここで、 A_0 は、

$$\left. \begin{aligned} A_0[x_1 \otimes x_2] &= A_0[x_1] + A_0[x_2] \\ A_0[\alpha \parallel x_1] &= \alpha A_0[x_1] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

という性質をもつ。この、入力演算 $\otimes$ および出力演算 $+$ について準同形なシステム A_0 は、入力と入力演算のみによって決まり、固有システム (characteristic system) と呼ばれる。システム A_0^{-1} は A_0 の可逆なシステムで、 $A_0^{-1}[A_0[x]] = x$ が成立つ。 L は線形なシステムである。したがって、この場合の準同形システム H による一般化された線形フィルタリングの処理過程としては次のように述べるができる。非線形な (加算的でない) 演算 $\otimes$ によって結合された入力について、このクラスの固有システム A_0 が決まれば、これにより入力は加算的な結合の形に変換される。次に、 L による線形フィルタリングを行なったあと A_0^{-1} によって元の入力空間に逆変換される。このようにして、ある種の非線形なフィルタリングは結局線形なフィルタリングの問題に帰着させられることができる。

非線形な結合をもつ信号の解析や処理へのアプローチが、線形な結合の上での処理が最善であるとは必ずしもいえないであろうが、ある種の問題に対する処理システムの決定について理論的に正当化したり、少なくとも線形な結合の上で問題を取り扱う点で、解析的に便利な概念であろう。次節以下では、ここでの問題に対して考察するうえで、明らかな有用性が示されている。

3.2 複合信号に対する準同形システムと複素ケプストラム

2. で述べたように、ここで取り扱うべき複合信号は非線形な、たたみ込み積分の形で表わされている。このクラスの入力を処理するための準同形フィルタの標準形は、図2のように示される。固有システム D は、

$$D[x_1(t) \otimes x_2(t)] = D[x_1(t)] + D[x_2(t)] \quad (11)$$

なる性質をもつ。

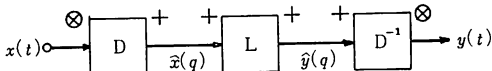


図2 たたみ込まれた信号の準同形フィルタ

ところで、

$$x(t) = x_1(t) \otimes x_2(t) \quad (12)$$

の関係において $x(t)$, $x_1(t)$ および $x_2(t)$ のフーリエ

変換 (FT と書く) をそれぞれ $X(f)$, $X_1(f)$, $X_2(f)$ とすれば、FT の性質により、

$$X(f) = X_1(f) \cdot X_2(f) \quad (13)$$

次に、 $X_1(f) \cdot X_2(f)$ なる積の入力に対する固有システム P は、

$$P[X_1(f)X_2(f)] = P[X_1(f)] + P[X_2(f)] \quad (14)$$

なる性質をもつが、これは対数関数であることがわかる。しかしながら、 $X(f)$, $X_1(f)$, $X_2(f)$ などは、一般に複素関数として与えられるから、この場合 P の対数変換は、複素対数変換として行なわれなければならない。

複素対数は、たとえば、 $z = x + jy$ として、

$$\left. \begin{aligned} \log z &= \log(x + jy) \\ &= \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2) + j \left\{ \text{Arctan}\left(\frac{y}{x}\right) + \varepsilon\pi + 2n\pi \right\} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Arctan () は逆正接主値
 ε は $x > 0$ のとき 0
 $x < 0$ のとき 1

のように定義されるが、これは無限多価関数であり虚部に $2n\pi$ (n は任意の整数) の不定さがある。虚部に対して主値をとるような定義にしたがえば、積の対数の主値は個々の対数の主値の和に必ずしも等しくないので、(14)式は成立しなくなる。したがって、(14)式が一義的に定まるような複素対数変換を定義するために、適当な制約をもうけ、虚部に 2π の整数倍を加減することが許されることを用いて、この制約を満たすように複素対数変換を行なうものとする。ここでは、複素対数の虚部が特定の点を通る連続関数であるという制約にしたがって、一義的な複素対数変換を定義するものとする。

このような解釈のもとに複素対数を $Clog$ と書くと (14)式は具体的に、

$$Clog[X_1(f)X_2(f)] = Clog[X_1(f)] + Clog[X_2(f)] \quad (16)$$

$$\text{ここで、} \hat{X}(f) \triangleq Clog[X(f)] \quad (17)$$

$$\text{などとおくと、} \hat{X}(f) = \hat{X}_1(f) + \hat{X}_2(f) \quad (18)$$

と書ける。 $\hat{X}(f)$ などを、ここでは複素対数スペクトラムと呼ぶことにする。

複素対数スペクトラムの逆フーリエ変換 (IFT) は、複素ケプストラム (Complex Cepstrum) とよばれる。すなわち、

$$\hat{x}(q) \triangleq \text{IFT}[\hat{X}(f)] \quad (19)$$

などとおけば(18)式より

$$\hat{x}(q) = \hat{x}_1(q) + \hat{x}_2(q) \quad (20)$$

となる。

これまでの変換処理によって、(12)式の形の入力 ($x_1(t)$ と $x_2(t)$ とのたたみ込みからなる) は、結局それぞれの成分の複素ケプストラムの和で表わされることになり、したがって、たたみ込まれた信号に対する固有システム D は、入力の FT の複素対数の IFT であるような応答をもち、複素ケプストラムを出力する変換処理系であることが結論づけられた。これを、図 3(a)に示す。またこれによって、(12)式の形の入力における $x_1(t)$ および $x_2(t)$ のそれぞれに対する解析、または処理などは、複素ケプストラム領域において線形的に行なえる可能性が示されたことになる。

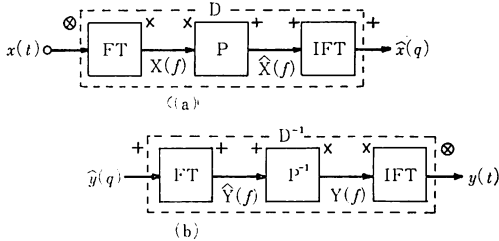


図3 システム D および D^{-1} の内容

D に対して可逆なシステム D^{-1} は図 3(b)のように表わされる。 P^{-1} は、 P に対して可逆なシステムで、これは複素指数変換である。

$$P^{-1}[\hat{Y}(f)] \triangleq \text{Cexp}[\hat{Y}(f)] \quad (21)$$

など書くと、

$$\hat{Y}(f) = \hat{Y}_1(f) + \hat{Y}_2(f)$$

の入力に対して、

$$\begin{aligned} \text{Cexp}[\hat{Y}_1(f) + \hat{Y}_2(f)] \\ = \text{Cexp}[\hat{Y}_1(f)] \cdot \text{Cexp}[\hat{Y}_2(f)] \end{aligned} \quad (22)$$

が成立する。また、

$$\hat{Y}(f) = \hat{Y}_r + j \hat{Y}_i$$

に対して、

$$\begin{aligned} Y(f) &\triangleq \text{Cexp}[\hat{Y}(f)] \\ &= \exp \hat{Y}_r \cdot \cos \hat{Y}_i + j \exp \hat{Y}_r \cdot \sin \hat{Y}_i \end{aligned} \quad (23)$$

のように求められる。

最後に、 $Y(f)$ に対して IFT の処理を施すことにより出力 $y(t)$ は、最初の入力 $x(t)$ と同じ時間関数領域に戻されることになる。

4. 複素ケプストラムにおける解析と処理の検討⁽⁴⁾

ここで、2. において定式化した問題の解析 ($x(t)$, a , τ の推定) または必要な ($p(t)$ を除去する) 処理を、複素ケプストラム領域に変換された複合信号に対してどのように行なうことができるか検討してみる。そして、これらの解析や処理が、3. で述べた一般化された線形フィルタリングの議論により、線形な手法で行なえることも期待できるであろう。

(4)式で与えられる複合信号を入力とする信号処理の過程は図 4 に示す。

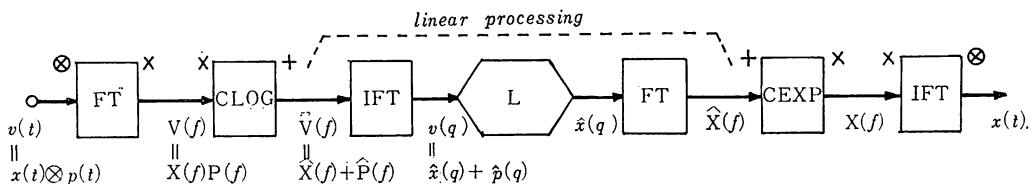


図4 複合信号の処理系のブロック図

ここで、 $v(t)$, $x(t)$, $p(t)$ の FT をそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} V(f) &\triangleq |V(f)| e^{j\theta(f)}, \\ X(f) &\triangleq |X(f)| e^{j\phi(f)}, \\ P(f) &\triangleq |P(f)| e^{j\pi(f)} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

とおき、(13)式と同様に、

$$V(f) = X(f) \cdot P(f) \quad (25)$$

ただし、 $P(f)$ は(5)式より、

$$P(f) = 1 + ae^{-j2\pi f\tau} \quad (26)$$

$V(f)$ の複素対数スペクトラムは、(16)~(18)式と同様に、

$$\text{Clog}[V(f)] = \text{Clog}[X(f)] + \text{Clog}[P(f)] \quad (27)$$

$$\hat{V}(f) = \log|V(f)| + j\theta(f) = \hat{X}(f) + \hat{P}(f) \quad (28)$$

したがって、

$$\left. \begin{aligned} \text{Re}[\hat{V}(f)] &= \log|V(f)| = \log|X(f)| + \log|P(f)| \\ \text{Im}[\hat{V}(f)] &= \theta(f) = \xi(f) + \pi(f) \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

ただし、ここで $\theta(f)$ は、(19)式のあとに述べた制約により、 $f=0$ における値を特定の点として、連続になるように変換処理して得られるものである。次に、(28)式の IFT 処理を行なうことにより、(19)、(20)式のようにして、複素ケプストラムは、

$$\hat{v}(q) = \hat{x}(q) + \hat{p}(q) \quad (30)$$

すなわち、基本信号成分 $x(t)$ およびエコーによる効果 $p(t)$ の、それぞれの複素ケプストラムの和として得られる。

(29)、(30)式にみるように、周波数スペクトル領域においてエコー(時間的な重なり)による効果 $P(f)$ は、 f について周期 $1/\tau$ の周期関数であり基本信号成分とは積の形で含まれている。周期関数の対数はまた周期性を保有するが、(28)式では加算的に含まれることが大きな特徴である。複素対数スペクトラムにおけるこの周期成分はその IFT である複素ケプストラム領域、(30)においては線スペクトラムあるいわ δ -関数として表わされることがわかる。これは、(27)式を次のように書き表わすと明らかである。対数関係のべき級数展開、

$$\left. \begin{aligned} \log(1+z) &= z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \dots, \\ (|z| \leq 1, z \neq -1) \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

を用いて、 $|a| < 1$ のときは、($w = 2\pi f$ として)

$$\left. \begin{aligned} \hat{V}(f) &= \text{Clog}[X(f)] + \text{Clog}[1 + ae^{-j\omega\tau}] \\ &= \text{Clog}[X(f)] + ae^{-j\omega\tau} - \frac{a^2}{2}e^{-j2\omega\tau} \\ &\quad + \frac{a^3}{3}e^{-j3\omega\tau} - \frac{a^4}{4}e^{-j4\omega\tau} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

したがって、(30)式は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{v}(q) &= \hat{x}(q) + a\delta(q-\tau) - \frac{a^2}{2}\delta(q-2\tau) \\ &\quad + \frac{a^3}{3}\delta(q-3\tau) - \frac{a^4}{4}\delta(q-4\tau) + \dots \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

また、 $|a| > 1$ の場合は、

$$\left. \begin{aligned} \hat{V}(f) &= \text{Clog}[X(f)] \\ &\quad + \text{Clog}[ae^{-j\omega\tau}(1 + \frac{1}{a}e^{j\omega\tau})] \\ &= \text{Clog}[aX(f)e^{-j\omega\tau}] \\ &\quad + \frac{1}{a}e^{j\omega\tau} - \frac{1}{2a^2}e^{j2\omega\tau} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{v}(q) &= a\hat{x}(q-\tau) \\ &\quad + \frac{1}{a}\delta(q+\tau) - \frac{1}{2a^2}\delta(q+2\tau) + \dots \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

(33)式または(35)式は次のように解釈できる。複合信号の複素ケプストラム $\hat{v}(q)$ においては、エコーによる効果の情報は、規則的に減衰する振巾の周期性のインパルス列として含まれていて、 $|a| < 1$ (33式)では q -軸の正領域で、 $q = n\tau$ (エコー時間の整数倍)のところに減衰する荷重 $\frac{(-1)^{n-1}}{n}a^n$ をもつ δ -関数で表わされるインパルス列として、また $|a| > 1$ (35式)では負の q -軸上で $q = -n\tau$ のところに荷重 $\frac{(-1)^{n-1}}{n}a^{-n}$ のインパルス列として、それぞれ基本信号の複素ケプストラム成分に加算的に含まれている。したがって、 $\hat{v}(q)$ のなかでこのインパルス列を検出することができれば、

- i). インパルス列の周期(間隔)はエコー時間、すなわち時間的に重ね合わさっている信号の到着時間を与える。
- ii). インパルス列の各インパルスの振巾は、時間的に重なったエコー成分の振巾 a の情報を与える。
- iii). インパルス列を分離・除去した残りは基本信号成分のみからなるので、これから基本信号波形の推定ができる。

とくに、ii) と iii) について正しい推定ができるためには、 $\hat{x}(q)$ と $\hat{p}(q)$ が測定のうちでよく分離できる必要がある。すなわち、インパルス列 $\hat{p}(q)$ を簡単な線形的方法で分離できるためには、 $\hat{x}(q)$ の成分が $q=0$ 近辺($<\tau$)に集中して分布しているか、少なくとも $q = \pm n\tau$ のところでは充分小さい値となっていることが必要とされる。しかしながら、のちに実験において、図8にみるように $\hat{x}(q)$ と $\hat{p}(q)$ は重なり合っていて、一般にはこのままで分離することは困難と思われる。しかし、さらに検討を加えてみると、次に述べるように $\hat{p}(q)$ の分離のための適正な処理が可能であることが明らかになった。

なお、他の文献における処理方法では、iii) を目的として、

・インパルス列を検出して、 q -軸領域での combfilter (くし歯形フィルタ) により、 $q = n\tau$ で $\hat{v}(q)$ の値に重み 0 をかける⁽¹⁾。

・ $q = n\tau$ で、 $\hat{v}(q)$ の値は近傍の値を内そうした値をとることによりインパルス列を除去する⁽³⁾。

などがある。

すでに、 $|a| < 1$ の場合には負の ($|a| > 1$ の場合

は正の q -軸領域で $\hat{p}(q)$ によるインパルス列が現われないことを(33)式においてみた (以下、特にことわらない限り、 $|a| < 1$ の場合を考える)。そこで、このインパルスを含まない $q = -n\tau$ における $\hat{v}(q)$ の値を、処理上利用することができるかどうか検討してみる。

複素ケプストラム $\hat{v}(q)$ を次のように書いてみる。
(28), (29), (30)式などから、

$$\left. \begin{aligned} \hat{v}(q) &= \text{IFT}[\log |V(f)| + j\theta(f)] \\ &= \{\text{IFT}[\log |X(f)|] + \text{IFT}[\log |P(f)|]\} \\ &\quad + j\{\text{IFT}[\xi(f)] + \text{IFT}[\pi(f)]\} \end{aligned} \right\} (36)$$

$v(t)$ は通常、実数量であるから FT の性質により、

$$V(f) = V^*(-f) \quad (37)$$

ゆえに、

$$|V(f)| = |V^*(-f)| = |V(-f)| \quad (38)$$

したがって、 $\log |V(f)|$ は f の偶関数であり $\theta(f)$ は f の奇関数である。再び、FT の性質により、

$$\hat{v}_e(q) \triangleq \text{IFT}[\log |V(f)|] \quad (39)$$

は q について偶な実関数であり、

$$\hat{v}_o(q) \triangleq \text{IFT}[j\theta(f)] \quad (40)$$

は q について奇な実関数である。したがって、(36)式は結局、(39)と(40)式の和、

$$\hat{v}(q) = \hat{v}_e(q) + \hat{v}_o(q) \quad (41)$$

として $\hat{v}(q)$ は q の実関数に帰することになり、その偶な成分および奇な成分は、それぞれ複素対数スペクトラム $\hat{V}(f)$ の実部および虚部の IFT に対応していることがわかる。

また、(36)式において、偶成分のうちエコーによる成分は、

$$\left. \begin{aligned} \log |P(f)| &= \frac{1}{2} \log (1 + 2a \cos \omega\tau + a^2) \\ &= -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\omega\tau}{n} (-a)^n \\ &= a \cos \omega\tau - \frac{a^2}{2} \cos 2\omega\tau + \dots \end{aligned} \right\} (42)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{p}_e(q) &\triangleq \text{IFT}[\log |P(f)|] \\ &= \frac{a}{2} [\delta(q-\tau) + \delta(q+\tau)] \\ &\quad - \frac{a^2}{4} [\delta(q-2\tau) + \delta(q+2\tau)] + \dots \end{aligned} \right\} (43)$$

奇成分のうちエコーによる成分は、

$$\left. \begin{aligned} \pi(f) &= \arctan \left[\frac{-a \sin \omega\tau}{1 + \cos \omega\tau} \right] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\omega\tau}{n} (-a)^n \\ &= -a \sin \omega\tau + \frac{a^2}{2} \sin 2\omega\tau - \dots \end{aligned} \right\} (44)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{p}_o(q) &\triangleq \text{IFT}[j\pi(f)] \\ &= \frac{a}{2} [\delta(q-\tau) - \delta(q+\tau)] \\ &\quad - \frac{a^2}{4} [\delta(q-2\tau) - \delta(q+2\tau)] + \dots \end{aligned} \right\} (45)$$

したがって、

$$\left. \begin{aligned} \hat{p}_e(q) &= \hat{p}_o(q) = \frac{\hat{p}(q)}{2} \quad \dots (\text{for } q > 0) \\ \hat{p}_e(q) &= -\hat{p}_o(q), \quad \hat{p}(q) = 0 \quad \dots (\text{for } q < 0) \end{aligned} \right\} (46)$$

となつて、負 q -軸上でのインパルス成分がちょうど打消しあつて現われないことが明らかに示される。

さて、

$$\left. \begin{aligned} x_e(q) &\triangleq \text{IFT}[\log |X(f)|] \\ \hat{x}_o(q) &\triangleq \text{IFT}[j\xi(f)] \end{aligned} \right\} (47)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{v}_e(q) &\triangleq \hat{x}_e(q) + \hat{p}_e(q) \\ \hat{v}_o(q) &\triangleq \hat{x}_o(q) + \hat{p}_o(q) \end{aligned} \right\} (48)$$

とおき、 $\hat{v}(q)$ の偶成分 $\hat{v}_e(q)$ および奇成分 $\hat{v}_o(q)$ をそれぞれ複素対数スペクトラム $\hat{V}(f)$ の実部および虚部の IFT として別々に求めてみれば、 $\hat{p}_e(q)$ 、 $\hat{p}_o(q)$ の様子は(43)、(45)式からわかっているから、(48)式において $\hat{x}_e(q)$ (基本信号の複素ケプストラムの偶成分) および $\hat{x}_o(q)$ (同じく奇成分) の様子が明らかになる。あとの実験における一例が、図9に示してある。この図にみるように $\hat{x}_e(q)$ の成分は $q=0$ 近辺に集中して分布している。

このことが一般的に期待できるかどうかは、与えられた基本信号の複素ケプストラムの性質に依るが、 $\hat{x}_e(q)$ については次のことが云える。

基本信号 $x(t)$ の自己相関々数を求めると、

$$\phi(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x^*(t-\tau)dt \quad (49)$$

$\phi(\tau)$ のFT は、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau = X(f) \cdot X^*(f) = |X(f)|^2 \quad (50)$$

したがって、

$$\phi(\tau) = \text{IFT}[|X(f)|^2] \quad (51)$$

(51)式と(47)の第1式とを比較すると、 $\phi(\tau)$ が $|X(f)|$ の2乗をとるのに対して $\hat{x}_e(q)$ は対数をとる違いがある他は、両者は類似していることがわかる。したがって、一般に相関々数を求める過程がもつ平滑作用は $\hat{x}_e(q)$ においても現われるものと考えられる。

$\hat{x}_e(q)$ がこのように、 $q=0$ 付近に分布していれば $\hat{v}_e(q)$ のうへでは $\hat{x}_e(q)$ と $\hat{p}_e(q)$ とが比較的良好に分離できることが期待でき、したがって複合信号の解析(先の, i), ii)などは、複素ケプストラムの偶成分 $\hat{v}_e(q)$ のうへでより容易に行なえることがわかる。

また、(41), (48)式において $\hat{v}(q)$ は、 $q=0$ の近辺以外では、

$$\begin{aligned}\hat{v}(q) &= \hat{x}_e(q) + \hat{x}_o(q) + \hat{p}_e(q) + \hat{p}_o(q) \\ &\cong \hat{x}_o(q) + \hat{p}(q) \quad \dots (\text{for } q > 0) \quad (52)\end{aligned}$$

$$\hat{v}(q) \cong \hat{x}_o(q) \quad \dots (\text{for } q < 0) \quad (53)$$

すなわち、 $\hat{v}(q)$ は、 $q=0$ の近辺以外では $q > 0$ におけるインパルス列 $\hat{p}(q)$ の他は、 $\hat{x}_o(q)$ による奇対称成分のみであることがわかる。

したがって、 $q=n\tau$ ($n=1, 2, \dots$)における $\hat{v}(q) \cong \hat{x}_o(q) + \hat{p}(q)$ の値を、 $q=-n\tau$ における $\hat{v}(q) \cong \hat{x}_o(q)$ 値で(符号を考慮して)おきかえることにより、 $\hat{v}(q)$ からインパルス列を除去し $\hat{x}(q)$ の適切な値を内そうできることになる。

以上の考察により、複合信号の複素ケプストラムからエコーを除去し基本信号波形成分を得るための一処理方法を次のように述べるができる。

- 1) 複素ケプストラム $\hat{v}(q)$ においてエコー成分によるインパルス列を検出する。
- 2) インパルスを含む点の $\hat{v}(q)$ の値を $-\hat{v}(-q)$ でおきかえる。
- ・ インパルス列の検出は、複素ケプストラムの偶成分においてより容易に行なうことができ、その周期性と振巾の規則性を考慮に入れることにより、より正確に判定できる。

このような処理方法は、実験で行なったようなディジタルなアルゴリズムの信号処理に適していると考えられる。

複素ケプストラムのこのような処理によって、システム L の出力は $\hat{x}(q)'$ ($'$ は推定値であることを示す)とすることができる。基本信号波形の推定のためのその後の処理は、3.2で述べたようにこれまでと逆の変換処理である。 $\hat{x}(q)'$ のFTをとることにより、 $\hat{X}(f)' = [\text{Clog } X(f)]'$ を得る。次に、複素指数変換

を行ない、 $X(f)' = \text{Cexp}[\hat{X}(f)']$ を得る。最後に、IFT処理により、 $\text{IFT}[\hat{X}(f)'] = x(t)'$ となって基本信号波形 $x(t)$ の推定波形出力が得られることになる。

5. ディジタルシミュレーションによる実験

雑音を含まない単一エコーによる複合信号、および整数倍のエコー時間をもつ2個以上のエコーをもつ複合信号などについて、これまでの結果をディジタルシミュレーションにより実験検討する。

5.1 模擬信号の発生とフーリエ変換

基本信号として仮定した波形は次式で表わされるものである。ただし、 $u(t)$ は単位ステップ関数を表わす。

$$x(t) = (t - t_0) \exp[-k(t - t_0)] u(t - t_0) \quad (54)$$

計算により、 $x(t)$ のフーリエ変換は

$$\begin{aligned}X(f) &= [k^2 + (2\pi f)^2]^{-1} \\ &\exp[-j(2\pi f t_0 + 2 \arctan(2\pi f/k))] \quad (55)\end{aligned}$$

$t_0=10$, $k=0.25$ の数値例を選び、この値に対して $\varepsilon=10^{-4}$ 以下の $|X(f)|$ の値を無視できるものとして時間軸のデータサンプリング間隔 T_0 を次のように決める。

処理帯域巾 F 、最高スペクトル周波数 f_h とすると、

$$|X(f_h)| = \frac{1}{k^2 + (2\pi f_h)^2} = \frac{1}{k^2 + (\pi F)^2} \leq \varepsilon \quad (56)$$

$$F = \frac{1}{T_0} \quad (57)$$

より、 $T_0 < \pi \cdot 10^{-2}$ であればよい。したがって、 $T_0 = 10^{-2}$ に選ぶと $F=100$, $f_h=50$, $|X(f_h)|=0.1013 \times 10^{-4}$ となり充分である。

基本信号波形のデータは、54式を $t=0$ から T_0 毎に計算機で計算した値を用いる。

複合信号波形の発生は、同様にして次式を T_0 毎に計算したもので与える。

$$v(t) = x(t) + ax(t - \tau) \quad (4, \text{再})$$

ここでは、 τ を T_0 の整数倍とし $\tau=3.5, 5, 10$ などの値について行なった。 $v(t)$ のフーリエ変換は次式のように求められる。

$$V(f) = \frac{(1+2a \cos \omega \tau + a^2)^{1/2}}{k^2 + \omega^2} \exp[-j\omega t_0 - j2 \arctan(\omega/k) - j \arctan(a \sin \omega \tau / (1 + a \cos \omega \tau))] \quad (58)$$

デジタルシミュレーションにおける FT や IFT は次式で定義される DFT(Discrete Fourier Transform)

$$\left. \begin{aligned} X(k\Omega_0) &= \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_0) e^{-jn k \Omega_0 T_0}; \\ k &= 0, 1, 2, \dots, N-1 \\ x(nT_0) &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k\Omega_0) e^{jn k \Omega_0 T_0}; \\ n &= 0, 1, 2, \dots, N-1 \\ \Omega_0 &= 2\pi / NT_0 \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

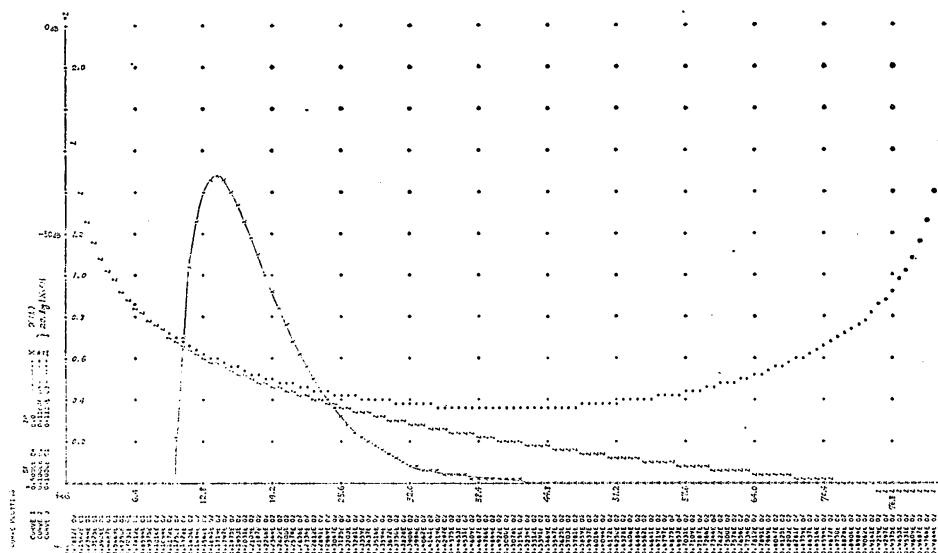


図 5 基本信号 $x(t)$ とその振巾スペクトル $|X(f)|$

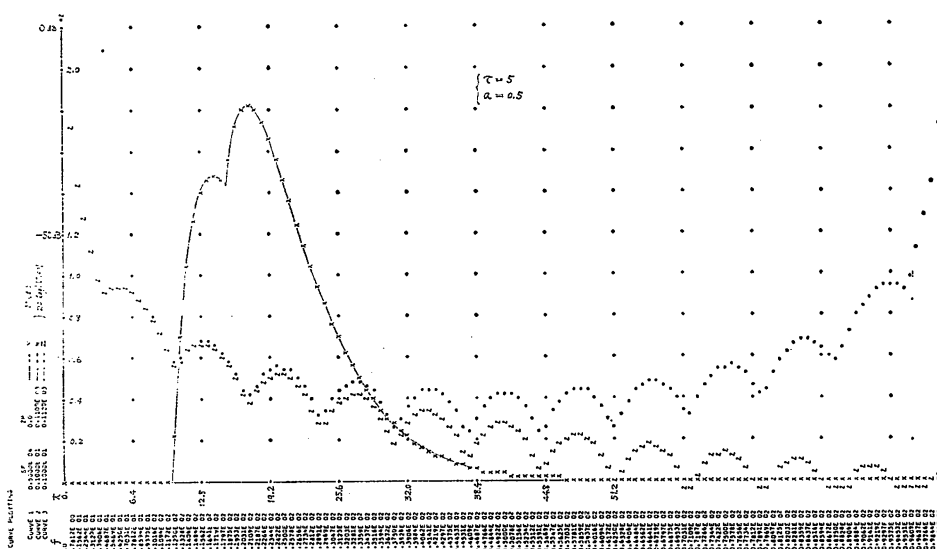


図 6 複合信号 $v(t)$ とその振巾スペクトル $|V(f)|$

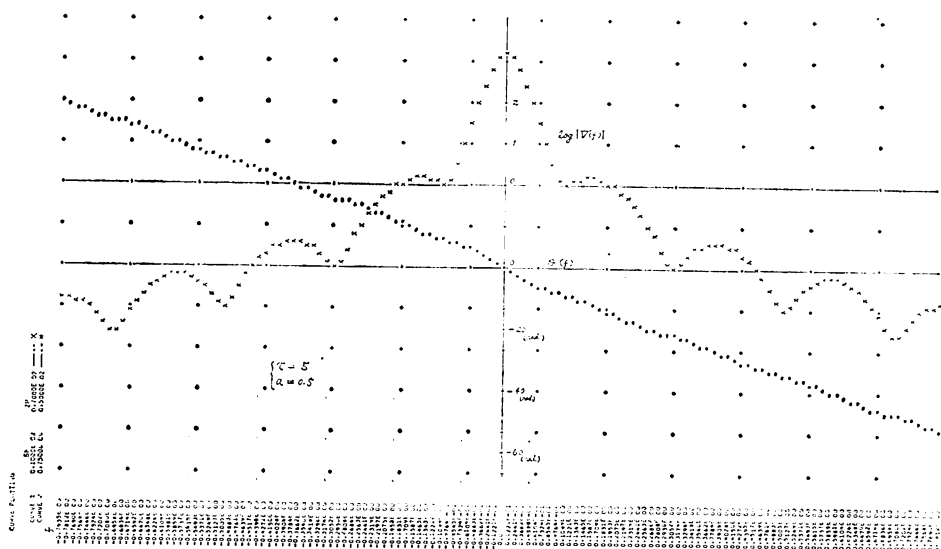


図 7 複素対数スペクトラム $\hat{V}(f)$

で行なうが、時間関数についても ε 以下の値を無視できるものとして総サンプルデータ数 N を、 $N=2^{13}=8192$ に選んだ。したがって、処理時間巾 T は、 $T=NT_0=81.92$ 。また、 $x(NT_0)=0.11175 \times 10^{-5} < \varepsilon$ となって、上記の τ の値の複合信号に対しても充分である。離散的スペクトル間隔 f_0 は、 $f_0 = \frac{1}{T} = 1.2207 \times 10^{-2}$ となる。

DFT の計算は、当然ながら FFT (高速フーリエ変換) 法を用いる。作製した FFT サブプログラムの特徴は、必要な SIN, COS の値を連立差分式で求めること、周波数間引き (desimation in frequency) 的なアルゴリズムで中間作業用領域も不要であること、SIN, COS の対称性を利用していることなどである。ビット逆順操作を含めて、 $N=2^{10}$ に対して 1.827 ms、 $N=2^{13}$ に対して 18.170 ms 程度で DFT を実行することができる。

図5に基本信号とそのスペクトル，図6にエコーを含む複合信号の例とそのスペクトルを示す*。スペク

トルについては、DFT により求めたもの（*印、 $f=f_h$ 以上については DFT の性質により $f-2f_h$ 、すなわち負周波数に対するスペクトルが示される）と一緒に、直接 (55) または (58) 式から求めた値を重ねて示してある。DFT によるスペクトルには折返し (aliasing) 成分を含み、両者の値に違いがでてくるが -80 dB くらいまでは一致していることが示されている。

5.2 複素対数変換

DFT によって求められた周波数スペクトル $V(f)$ を複素対数変換処理して得られた $\hat{V}(f)$ の例を図7に示す。とくに、実部の $\log |V(f)|$ においてはエコーの効果による周期成分の重畳が明らかである。この図では、 $\tau=5$ なので周期が、 $f_p = \frac{1}{\tau} = 0.2$ の波動がみられる。

また、 $\hat{V}(f)$ の虚部 $\theta(f)$ は図に示されるように連続奇関数であるように変換されて得られる。 $\theta(f)$ を求めるこのような変換のアルゴリズムは、特定の点（ここでは $f=0$ ）からはじめて、各離散周波数 (nf_0) 毎に主値で得られる位相量を、 2π の整数倍を加減しながら積算していくようなもので、サブプログラムとして作られた。 f_0 が充分小さく、 f_0 毎の位相変化量が充分小さければ、ここにみるように、このようなアルゴリズムでうまく処理できる。

5.3 複素ケプストラム $\hat{v}(q)$

図8は、 $\tau=5$ 、 $a=0.5$ の場合の複素ケプストラム

* 図5～図10は、計算機によりラインプリンタ出力としてプロットしたものである。これらのすべての図において、左端の頭書きはそれぞれの曲線のスケールファクタ (SF) および零原点 (ZP) を示す。また、縦軸、横軸とも10目盛毎に十印の座標目盛が入れてある。各曲線は、X、*, Z 印の順にプロットされる同じ値の重なりについては後の印がプロットされる。

スケールオーバーの値は、その曲線の印が座標外に印字される。

である。比較のため、 q -軸の正(X 印)と負($*$ 印)部分を絶対値で重ねてプロットしている。 $q=5$ の整数倍で正軸上に減衰するインパルスを含む様子が示されている。その他の q の値では、図では正、負軸とも値が等しく重なってプロットされていることを示している。

$\hat{v}(q)$ を、偶成分 $\hat{v}_e(q)$ (X 印)および奇成分 $\hat{v}_o(q)$ ($*$ 印)に分解したものを図9に示す。この図は、4.における検討結果をよく示している。 $\hat{v}_e(q)$ はインパ

ルス列 $\hat{p}_e(q)$ と基本信号成分 $\hat{x}_e(q)$ とによく分離されていて、 $\hat{p}_e(q)$ はほとんど正確に τ および a の情報を与えている。また、 $\hat{v}_o(q)$ の成分が大きい値をもつのは $\theta(f)$ を得るときの積み重ねの変換の結果によるものであろう。 $\hat{v}_o(q)$ に含まれるインパルス列 $\hat{p}_o(q)$ はスケールを合わせると $\hat{p}_e(q)$ に等しいことが知れる(46式)。図9(b)は、 $a=1.2>1$ の場合であるが、 $\hat{p}_o(q)$ の極性が逆で正の q -軸でインパルス列が打消し合う他は、 $a<1$ の場合と同様である。

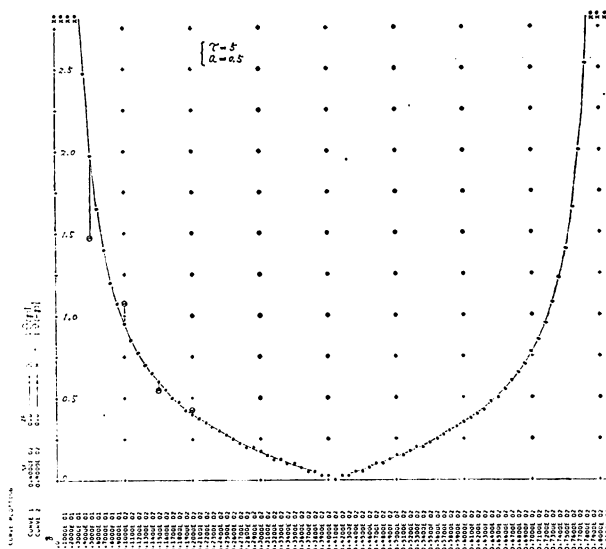


図 8 複素ケプストラム $\hat{v}(q)$

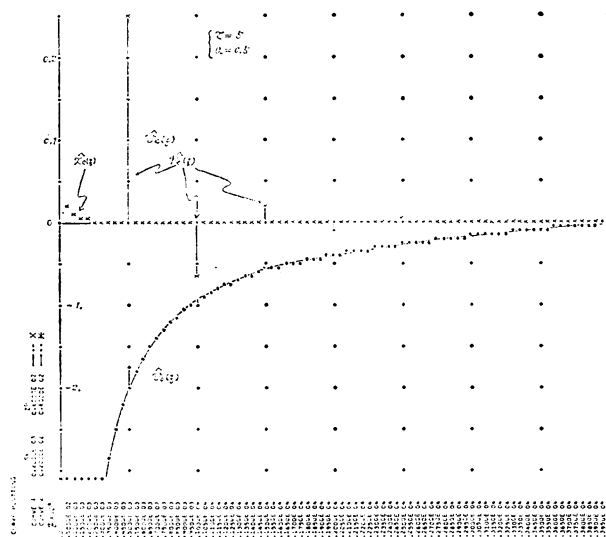


図 9 (a) 複素ケプストラムの偶成分と奇成分

5.4 複素ケプストラムにおけるエコー除去の処理と基本信号波形の推定結果

複素対数スペクトラム $\hat{V}(f)$ を DFT により IFT をとり、得られた複素ケプストラム $\hat{v}(q)$ のサンプル値 ($N=8192$ 個) のうち半分 (最初の4096個) は正 q -軸, 残りは負 q -軸のデータである。最初のインパルスを含む q の値の整数倍で $\hat{v}(q)$ の値をおきかえる処

理は, 極めて簡単なアルゴリズムでプログラム化できる。

このようにしてインパルス列が除去された複素ケプストラムは, FT, Cexp, IFT の処理の後, 基本信号波形の推定出力として図10のように得られた。図10においては, 入力として与えられた基本信号 (X印) と複合信号 (XとO印), および推定出力 (*印) を重ねてプロットしている。したがって, X印と一致して

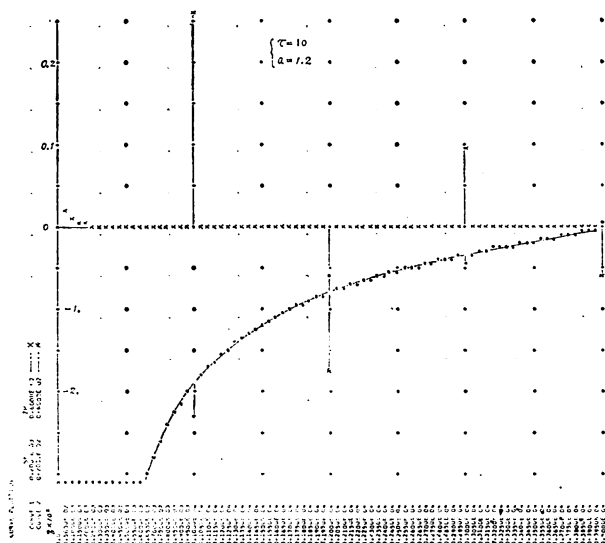


図 9 (b) 複素ケプストラムの偶成分と奇成分

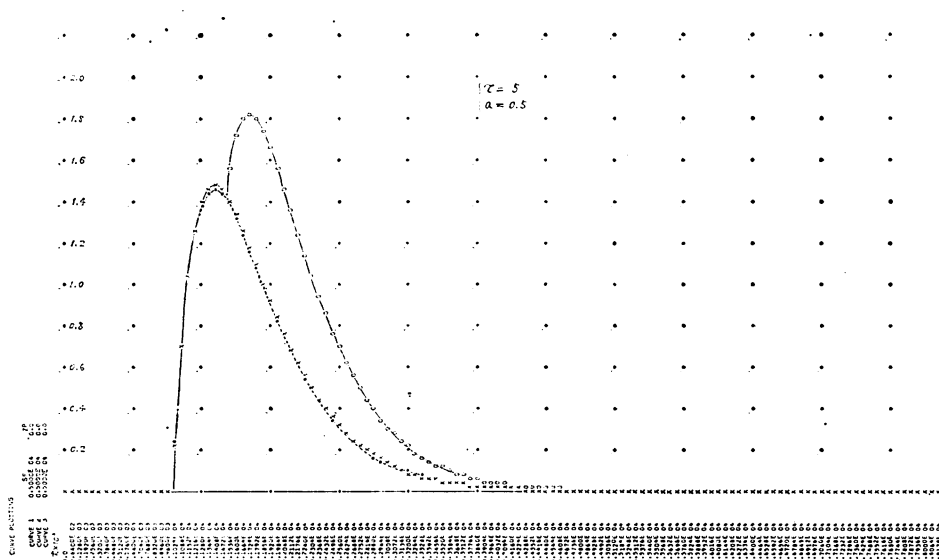


図 10 (a) 複合信号と基本信号波形の推定

いない*印の値が誤差を含む推定値を示している。図10(b)においては、 $a > 1$ の場合であり図式の右辺第1項にみるように、 $ax(t-\tau)$ の推定値が出力されている。波列の前後に比較的大きな誤差成分がみられるのは、無限につづくインパルス列の有限個の処理による折返しの結果と考えられる。図10(c)は、3個の波列による複合信号の場合を示す。その他の場合についてもほぼ同様な結果が得られ、総じて良好な結果が得られたと評価できよう。

なお、全体のシミュレーションプログラム、フローチャートなどは紙数の都合で省略するが、図4の処理過程に従って、信号発生、DFT (FFT)、複素対数変換、複素ケプストラムの処理、グラフプロット出力のそれぞれのサブプログラムからなり、複素指数変換は基本外部関数 CEXP を用いた。使用した計算機は、北海道大学大型計算機センターの FACOM 230-60 である。

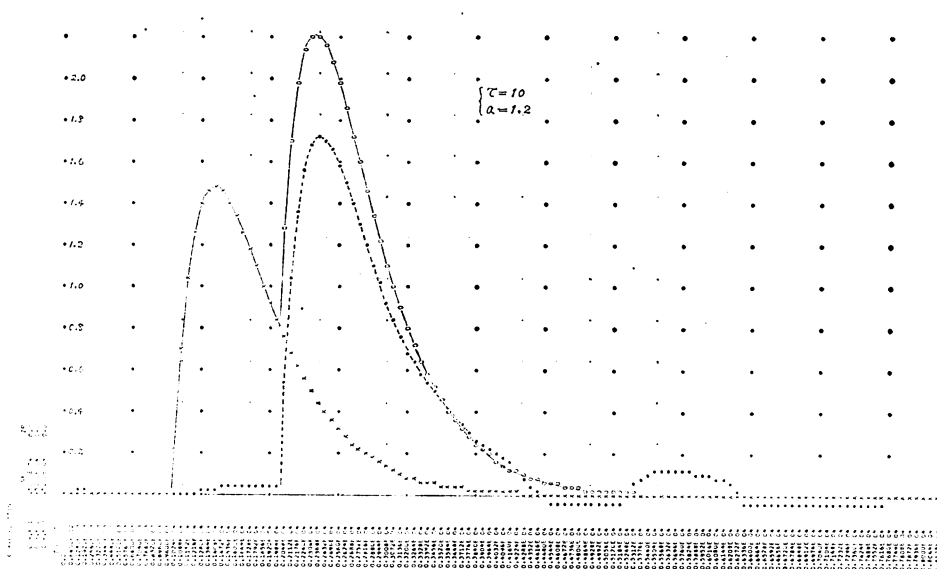


図 10 (b) 複合信号と基本信号波形の推定

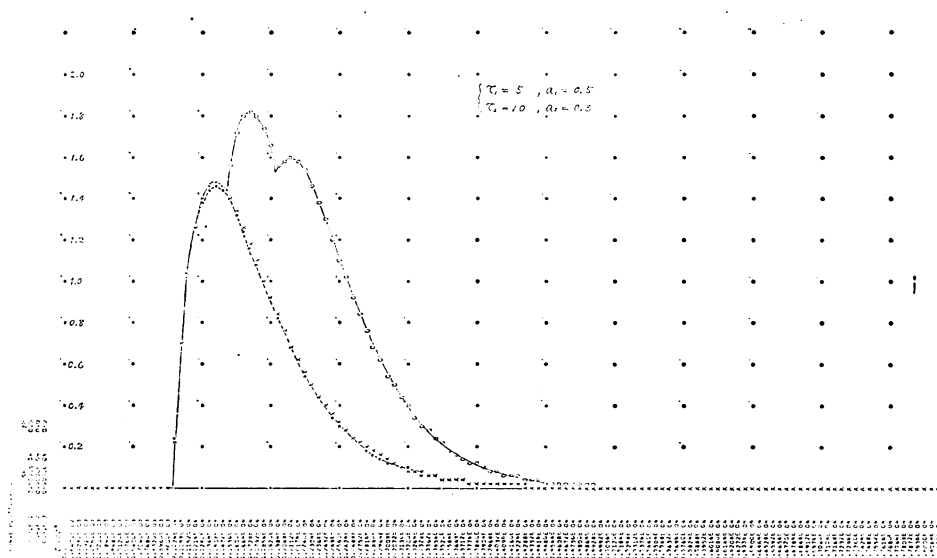


図 10 (c) 複合信号と基本信号波形の推定

6. 緒 言

複素ケプストラムと似た変換処理は、B. Bogert らのケプストラムである。これは、power spectrum の対数の power spectrum として定義され、すなわち $x(t)$ のケプストラムは、 $|\text{FT}[\log |X(f)|^2]|^2$ として得られるが、これには $X(f)$ の位相成分が含まれず、主に $x(t)$ のなかの周期成分の検出に用いられている。

また、複合信号の解析に対する普通のアプローチは逆フィルタによるものがあるが、これは除去する成分の FT の逆数となるシステム関数でフィルタリングを行なうもので、除去すべき成分の詳細な記述が前もって必要である。逆フィルタリングは、複素ケプストラム領域における引き算に相当することを示すことができる。

未知な信号からなる複合記号の解析に対して、複素ケプストラムによる方法は極めて有用な手法であり、デジタルな信号処理においてもいろいろな応用が考えられる。

複素ケプストラムについての基礎的な検討により、その性質がより明らかになり、エコー除去の処理に対する応用においてはデジタルシミュレーションにより満足な結果を得ることができた。

今後の課題は、より複雑な複合信号や雑音を含む場合の解析の検討、長時間継続する信号に対する短時間

的逐次処理解析における応用およびリアルタイムな処理の検討、信号の性質と複素ケプストラムの性質との関連性など。また、それらの実用的な応用面についての検討などがある。

謝辞 本研究は、文部省の昭和48年度情報処理関係内地研究員としての研究の一部として行なわれた。この機会を下された、釧路高専仲丸校長、北海道大学工学部永田教授、枥内助教授、苫小牧高専大塚校長、並びに苫小牧高専電気工学科教職員諸氏に深謝する。

また、いろいろ便宜を戴いた北海道大学工学部電子機器講座の諸氏に感謝する。

参 考 文 献

- (1) A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer and T. G. Stockham, Jr.: "Nonlinear filtering of multiplied and convolved signals", Proc. IEEE, 56, 8, p. 1264 (Aug. 1968).
- (2) B. Gold and C. M. Rader: "Digital processing of signals", McGraw Hill, Inc., (1969).
- (3) 干本, D. G. Childers: "複素ケプストラムとアダプティブフィルタによる複合信号の解析", 信学論 (A), 55-A, 1, p. 9 (昭和47-01).
- (4) 今田: 電気四学会北海道支部連合大会予稿, 118 (昭和48).

(昭和48年11月日30受理)

1. The first step in the process is to identify the problem or issue that needs to be addressed. This involves gathering information and understanding the context of the problem.

[illegible]

1. $\frac{1}{2}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{1}{2}$ 4. $\frac{1}{2}$ 5. $\frac{1}{2}$ 6. $\frac{1}{2}$ 7. $\frac{1}{2}$ 8. $\frac{1}{2}$ 9. $\frac{1}{2}$ 10. $\frac{1}{2}$

2009 年 7 月 10 日, 中国疾病预防控制中心 (CDC) 通报, 2009 年 7 月 1 日至 7 月 9 日, 广东省共报告 10 例甲型 H1N1 流感确诊病例, 其中 9 例为境外输入病例, 1 例为本地病例。7 月 10 日, 广东省疾病预防控制中心 (CDC) 通报, 2009 年 7 月 1 日至 7 月 9 日, 广东省共报告 10 例甲型 H1N1 流感确诊病例, 其中 9 例为境外输入病例, 1 例为本地病例。7 月 10 日, 广东省疾病预防控制中心 (CDC) 通报, 2009 年 7 月 1 日至 7 月 9 日, 广东省共报告 10 例甲型 H1N1 流感确诊病例, 其中 9 例为境外输入病例, 1 例为本地病例。

[illegible]